**KÖZLEMÉNYEK**

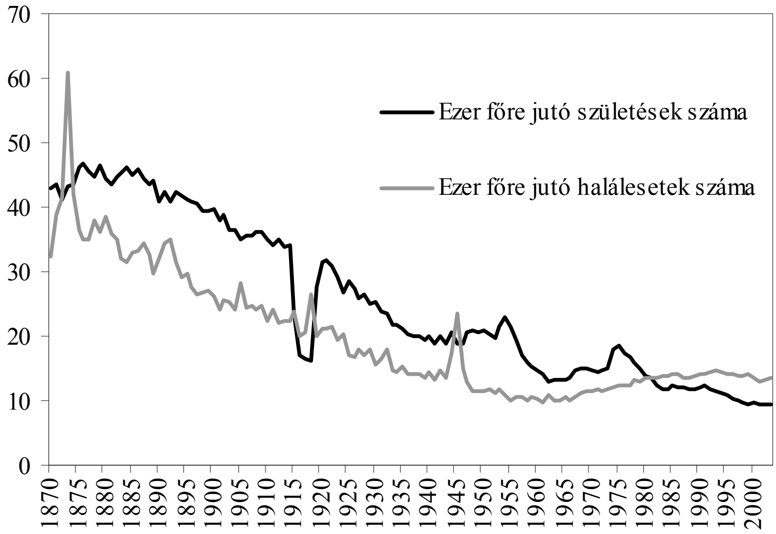
# A MAGYARORSZÁGI DEMOGRÁFIAI ÁTMENET NEMLINEÁRIS IDŐSORELEMZÉSE

FÖLDVÁRI PÉTER

A demográfiai átmenet feltérképezése és kutatása Warren 1929-es klasszikus munkája, különösen pedig Notestein 1944-es tanulmánya óta a népességtudományi kutatások egyik központi témájává vált. A hatvanas években publikálták azokat – a későbbi vizsgálatok szempontjából fontos – alapműveket (Becker 1960; Schultz 1963; Easterlin 1968), amelyekben megjelenik az igény az egyének utódvállalási stratégiájának közgazdasági megalapozására és ennek a gazdasági fejlődéssel való szoros együttesben történő elemzésére. A hetvenes években már körvonalazódtak a demográfiai átmenet közgazdasági elméletének máig is meghatározó alapjai. Becker és Lewis (1973) modelljében az egyén két kontrollváltozó befolyásolásával igyekszik hasznosságát maximalizálni: az utódok számával és minőségével. Modelljük – azon alapfeltevés révén, hogy a hasznosság jobban növelhető az utódok minőségének javításával, mint számuk növelésével – már képes volt a demográfiai átmenet bizonyos elemeit magyarázni. A gondolatmenet logikus továbbfejlesztése Becker, Murphy és Tamura (1990) tanulmánya. Ők a folyamat középpontjába az emberi tőkét helyezik, és olyan modellel dolgoznak, amelynek három egyensúlyi (két stabil, egy instabil) pontja van. A modellek legújabb generációját felvonultatók közül érdemes külön megemlíteni Galor és Weil (2000) immár ugyancsak klasszikusnak számító munkáját, amely a demográfiai átmenet és a gazdasági növekedés elméleteinek összekapcsolásából kialakuló egyesített növekedéselméletet (Unified Growth Theory, UGT) indította útjára. Céljuk a népesedési és gazdasági folyamatok együttes modellezése a premodern (malthusi) korszaktól az átmeneten át a modern demográfiai szakaszig. A modellben kulcsszerepet kap a technológiai haladás és az emberi tőke felhalmozása. Ezek révén a halálozások és a születések közötti viszony, illetve az egy főre jutó jövedelem és a népszaporulat közötti viszony alapvetően megváltozik: míg a malthusi modellben a születések pozitív, a halálozások pedig negatív kapcsolatban állnak az egy főre jutó jövedelemmel, addig az átmentet követően ez a kapcsolat megszűnik.

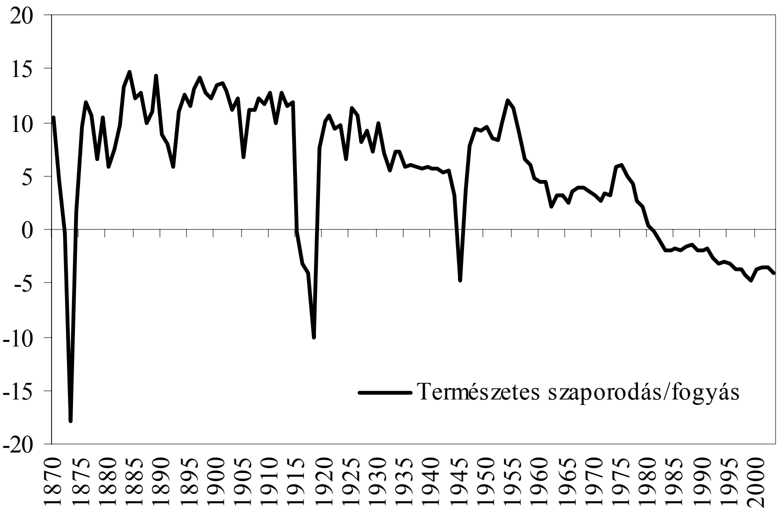
A témára a magyarországi kutatók is felfigyelnek, mind országos (többek között Dányi 1991; Hablicsek 1995), mind regionális (például Andorka 1991; Őri 2006) vonatkozásaiban. A magyarországi történeti demográfiai kutatások általában azonos eredményre jutnak abban, hogy a születések számának csökkenését illetően komoly regionális különbségek voltak, illetve hogy a folyamat már jóval a hagyományosan a magyarországi demográfiai átmenet kezdetének tekintett 1880-as évek előtt megindult. Őri (2006) utal a magyar demográfiai változások azon sajátosságára, hogy a születések és halálozások arányszáma fokozatosan és együtt csökkent, aminek folytán az átmenet nem járt a népességnövekedés olyan erős felgyorsulásával, mint amilyet egyes európai országok esetében tapasztalhatunk – legalábbis arra az időtartamra vonatkozóan, amelyre országos adatsoraink vannak. Ezt a képet támasztja alá az I. és II. ábra is.

Demográfia, 2008. 51. évf. 2–3. szám 244–258.




*Forrás*: KSH, illetve Mitchell (2008).

*I. Az ezer főre jutó születések és halálozások száma Magyarországon, 1870–2003*
*Crude birth and death rates in Hungary, 1870–2003, ‰*




*Forrás*: KSH, illetve Mitchell (2008).

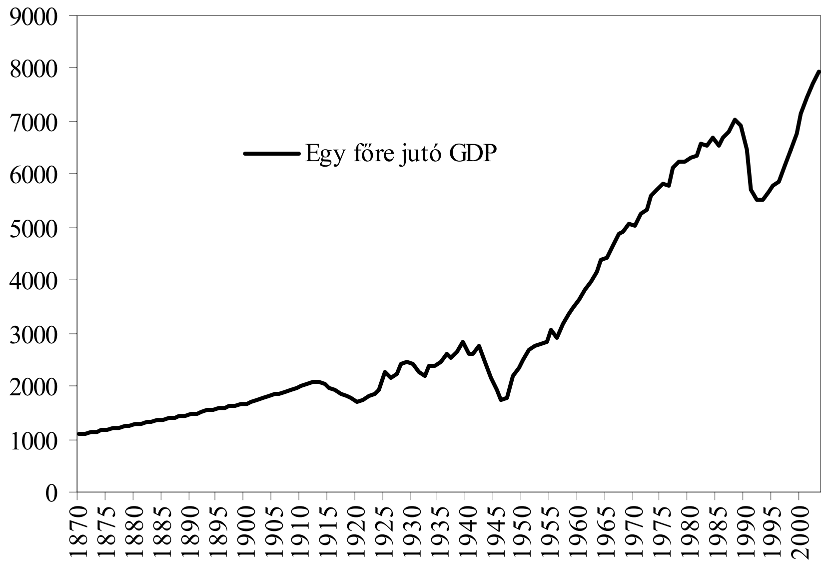
*II. A természetes szaporodás/fogyás Magyarországon (ezer főre)*
*The rate of natural population growth/decrease in Hungary, ‰*

Ebben a munkában a magyarországi demográfiai átmenetet az átmenetek leírására szolgáló nemlineáris idősormodellekkel kíséreljük meg elemezni. Kiindulópontunk (hipotézisünk), hogy az átmenet előtt és után a természetes szaporodás/fogyás kapcsolata az életszínvonallal, illetve a technikai (és emberi tőkebeli) fejlettség színvonalával alapvetően megváltozott. Míg az átmenet előtt a kapcsolat pozitív (a születések számával pozitív, a halálozásokkal negatív kapcsolatot feltételezve), addig az átmenet után (azaz egy bizonyos küszöbérték meghaladását követően) ez a kapcsolat már megszűnik. Fontos megjegyeznünk, hogy bár az életszínvonalbeli fejlettséget az egy főre jutó GDP-vel közelítjük (proxy), távol áll tőlünk, hogy a demográfiai átmenet motívumrendszerét erre a tényezőre redukáljuk. A differenciáltabb elemzés akadálya az is, hogy a természetes szaporodás arányszámai nem képesek a demográfiai átmenet minden fontos aspektusát (mint például a korösszetétel változásait) megragadni, és így az általa sugallt kép is elnagyolt. A modellünkkel tehát nem a demográfiai átmenet okait, csupán lefolyásának menetét, a rendelkezésünkre álló idősor tulajdonságait vizsgáljuk. Célunk – a fenti hipotézis vizsgálatán túl – az átmenet gyorsaságának és időpontjának meghatározása.

## Adatok

A születési és halálozási adatok 1876-ig visszamenőleg elérhetőek a KSH kiadványaiban. Jelen munka az évkönyvek mellett a Magyarország népessége és társadalma c. (KSH 1996) történeti statisztikai kiadványra támaszkodott. Bár az elemzéshez ez elégséges lett volna, a megfigyelések számának növelése érdekében felhasználtuk még Mitchell (2008) történeti statisztikai forrásmunkáját is. Mivel ez a korabeli statisztikai évkönyvekre hagyatkozik, az 1945 előtti adatok eltérnek a KSH által jelenleg megadottaktól. Mi a KSH jelenlegi, hivatalos adatai mellett döntöttünk, ezeket az 1876-ot megelőző 1870 és 1875 közötti évekre a Mitchell-féle adatok segítségével extrapoláltuk. Tekintettel az így nyert megfigyelések alacsony számára, eljárásunk az eredményeinket nem befolyásolja.

Az egy főre jutó bruttó hazai termékre vonatkozó számokat Maddison nemzetközi adatbázisából vettük, amely 1990-es árakon, vásárlóérték-paritáson számolt amerikai dollárban adja meg a magyar egy főre jutó GDP-t (Maddison 2007). Mivel az 1920 előtti időszakra csak néhány kulcsévre ad meg adatokat (1870, 1890, 1900, 1910, 1913), a hiányzó megfigyeléseket konstans növekedési rátát feltételezve interpoláltuk. Az interpoláció természetesen az adathiányból eredő kényszermegoldás, azonban feltételezhetjük, hogy a kisebb jövedelmi ingadozások a születések és halálozások számát szignifikáns módon nem befolyásolják, így az eredményeinkben még ezek után is megbízhatunk. Természetesen, mivel az 1920 előtti időszakra vonatkozóan csak az egy főre jutó GDP átlagos változását jeleníthettük meg (III. ábra), a konjunktúraciklusok, mint például az 1873-as válság, sem láthatóak.




*Forrás*: Maddison (2007).
*USA-dollárban, 1990-es árakon.

*III. Az egy főre jutó GDP Magyarországon*[*]
*GDP per capita in Hungary*

**Átmenetek modellezése nemlineáris autoregressziós technikákkal**

Mivel mind a természet-, mind a társadalomtudományokban nagy számban fordulnak elő olyan jelenségek, amelyekben a modell alapvető paraméterei vagy valamilyen külső eredetű sokk, vagy a rendszer saját belső mechanizmusai következményeként megváltoznak, a paraméterek stabilitását és a modell linearitását feltételező Box–Jenkins-féle (1970) ARMA elemzési módszertant már az 1980-as években kiegészítették és továbbfejlesztették. Alternatívaként megjelentek küszöbautoregresszív (TAR – Threshold Autoregression) modellek (lásd például Tong 1983; Tsay 1989).

Az alapvető TAR-modellben azt feltételezzük, hogy a megfigyelt $y_t$ autoregresszív folyamat két állapotot vehet fel, azaz

$$(1)\ y_t = \begin{cases} \phi_{0,1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{0,1} y_{t-i} + \varepsilon_t, \text{ ha } q_t \le c \\ \phi_{0,2} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{0,2} y_{t-i} + \varepsilon_t, \text{ ha } q_t > c \end{cases}$$

vagy

$$(2)\ y_t = \left[ \phi_{0,1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{i,1} y_{t-i} \right] \cdot \big(1 - I(q_t > c)\big) + \left[ \phi_{0,2} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{i,2} y_{t-i} \right] I(q_t > c) + \varepsilon_t,$$

ahol $\varepsilon_t$, a hiba vagy reziduum, amelyről feltesszük, hogy fehérzajfolyamat, és $q_t$ a küszöbváltozó, azaz az a tényező, amelyik meghatározza, hogy a rendszer melyik állapotában van. Az $I(q_t>c)$ olyan indikátorfüggvény, amely 1-es értéket vesz fel, ha $q_t>c$ és 0-át egyébként. Amennyiben a $q$ értéke meghaladja a $c$ küszöbértéket, a folyamat a második állapotába (rezsimbe) kerül át.

A fenti modell speciális változatának tekinthető a SETAR- (Self-Exciting Threshold Autoregression) modell, amely (1)-től csupán abban tér el, hogy $q_t = y_{t-d}$ ($d$=1,…, $p$), azaz a megfigyelt folyamat késleltetettjét tekintjük küszöbváltozónak. A TAR-modellek alapvető feltevése, hogy az átmenet az egyik rezsimből a másikba hirtelen, egyik pillanatról a másikra történik meg. Ez azonban rendkívül erős feltevés, amely számos esetben (a demográfiai folyamatokat is ideértve) nem tűnik realisztikusnak.

Első lépésként egy alternatív formában írjuk fel a modellt:

$$(3)\ y_t = \left[ \phi_{0,1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{i,1} y_{t-i} \right] + \left[ \phi_{0,2} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{i,2} y_{t-i} \right] F(q_t, c) + \varepsilon_t,$$

ahol $F$ az átmeneti függvény, amely 0 és 1 közötti értékeket vehet fel. Az egyenlet jobb oldalának első tagját lineáris, második tagját pedig nem lineáris résznek nevezik (azaz ellentétben a korábban specifikált TAR-modellel, az egyenlet jobb oldalának első tagja nem tűnik el még akkor sem, ha az átmeneti függvény 1-es értéket vesz fel). A fokozatos (sima) átmenet modellezéséhez olyan átmeneti függvényt alkalmazunk, amelynek értékkészlete folytonos a [0,1] intervallumon. A szakirodalomban a legelterjedtebb két átmeneti függvényforma a logisztikus (4) és az exponenciális (5):

$$(4)\ G^{log}(q_t, c, \gamma) = \frac{1}{1 + e^{(-\gamma(q_t - c))}},$$

$$(5)\ G^{exp}(q_t, c, \gamma) = 1 - e^{\left(-\gamma(q_t - c)^2\right)}.$$

A két függvényforma között a lényegi különbség, hogy a logisztikus függvény aszimmetrikus, azaz $q_t$ értékének növekedése a függvény értékét mindig 1 felé mozdítja el, míg az exponenciális függvény szimmetrikus, azaz a küszöbértéknél értéke 0, attól távolodva pedig fokozatosan közelít 1-hez. Mivel azt tételezzük fel, hogy a demográfia átmenet során a populáció egy stabil rezsimből végleg egy másikba kerül át, a logisztikus függvényforma céljainknak jobban megfelel.

Eszerint a TAR-modell mellett egy LSTAR- (Logistic Smooth Transition Autoregressive) modellt is specifikálunk:

$$(6)\ y_t = \left[\phi_{0,1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{i,1} y_{t-i}\right] + \left[\phi_{0,2} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{i,2} y_{t-i}\right] G^{\log}(q_t, c, \gamma) + \varepsilon_t \,.$$

A logisztikus átmeneti függvény formája miatt a TAR- és az LSTAR-modellek lényegében ekvivalensek, ha $\gamma \to \infty$, hiszen ekkor a logisztikus függvény már akkor is 1 értéket vesz fel, ha a küszöbváltozó a küszöbértéket csak végtelenül kis mértékben haladja meg. A $\gamma$ paraméter így a két állapot közötti átmenet sebességét is jelzi.

Ebben a munkában egy TAR- és egy LSTAR-modellt illesztünk a magyar születési és halálozási adatokra, amelyet az egy főre jutó jövedelemmel mint egzogén és átmeneti változóval egészítünk ki.

## Az ARX- és a TAR-modell becslése

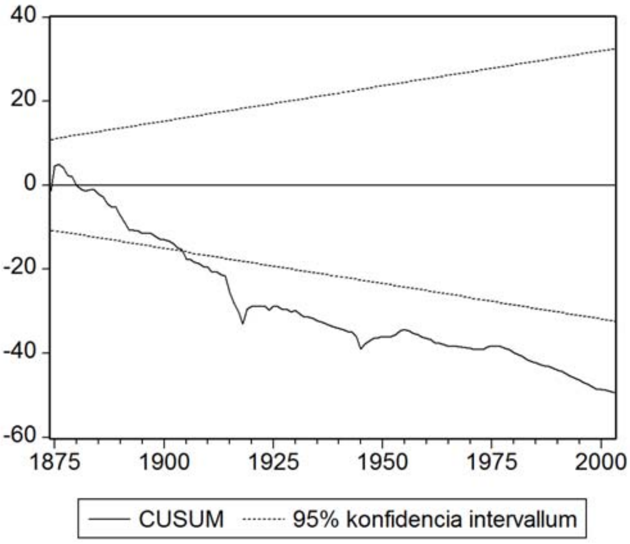
Első lépésként a természetes szaporodást, azaz a születések és halálozások közötti különbséget (természetes szaporodás/fogyás) (*diff*) AR(*p*)- és ARX(*p*)-folyamatként fogjuk modellezni, feltételezve, hogy az egész időszakra valid a modell, azaz nem történt rezsimváltás. A *diff*-változó esetében a Philips–Perron-féle tesztstatisztika –3,567 volt, ami alapján 1%-os szignifikanciaszinten elvethetjük az egységgyök nullhipotézisét (pontosabban a differenciastacionaritást): a *diff*-változó tehát stacioner, differenciálni nem szükséges. Az Akaike és a Schwarz féle információs kritériumok (AIC és SBC) alapján az ARX(1)-modellt preferáljuk (1. táblázat).

*1. A természetes szaporodás modellezése AR(1)- és ARX(1)-folyamatként*
*Modelling natural population growth as an AR(1) and ARX(1) process*

| Változó | AR(1) | ARX(1) |
|---|---|---|
| Konstans | 0,97<br>(2,27) | 17,77<br>(3,41) |
| $\text{diff}_{t-1}$ | 0,81<br>(15,04) | 0,69<br>(11,02) |
| $\ln(y_t)$ | - | –2,04<br>(–3,23) |
| Korrigált $R^2$ | 0,639 | 0,663 |
| AIC | 5,404 | 5,341 |
| SBC | 5,447 | 5,407 |
| A reziduum Ljung–Box-féle autokorrelációtesztje Q(20) | 11,08 (p = 0,944) | 11,16 (p = 0,942) |
| A reziduum Jarque–Bera-féle normalitástesztje | 434 (p = 0,000) | 845 (p = 0,000) |
| RESET (F) | 17,89<br>(p = 0,000) | 8,70<br>(p = 0,000) |

A fenti adatok alapján a regresszió maradékváltozójában nincs autokorreláció, azonban a normalitást a Jarque–Bera-teszt alapján el kell utasítanunk. Az ARX(1)-modell, amely magyarázó változóként az egy főre jutó GDP logaritmusát (*lny*) is tartalmazza, az információs kritériumok alapján jobb, tehát ezt preferáljuk. A magyar természetes szaporodás ezek szerint függ az egy főre jutó jövedelemtől: az egy főre jutó jövedelem 1 százalékos növekedése a természetes szaporodást átlagosan 0,02 ezrelékponttal mérsékelte rövid távon, míg a hosszú távú hatást –0,02/(1–0,69) = –0,0658 ezrelékpontra becsültük. A fenti modellekből becsült értékek négyzetét és köbét tartalmazó RESET-teszt eredménye azonban nemlinearitást jelez, vagyis a fenti függvényforma nem jól specifikált.

Mivel jó okkal feltételezhető, hogy a jövedelem és a természetes szaporodás közötti kapcsolat megváltozott a vizsgált időszakban, a paraméterstabilitást CUSUM-teszttel[1] ellenőrizzük. A paraméterstabilitás fennállása esetén a CUSUM-tesztstatisztika várható értéke 0.




*IV. Az ARX(1) specifikáción végzett CUSUM-tesztstatisztika grafikonja*
*CUSUM test-statistics from the ARX(1) specification*

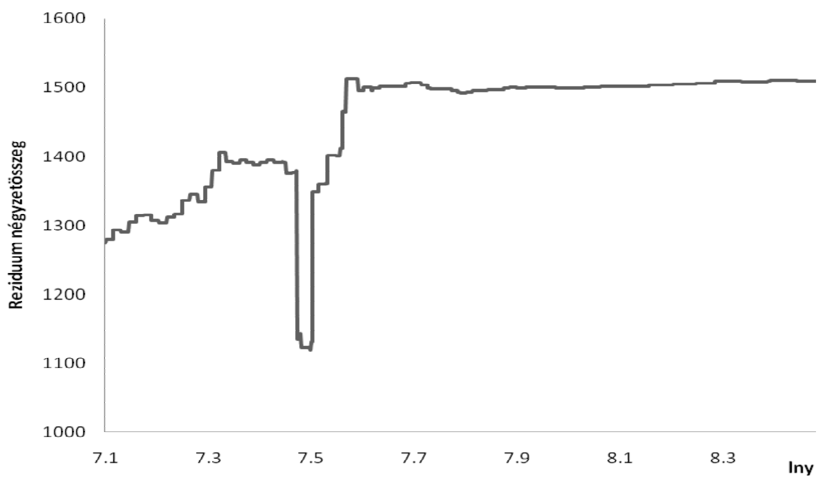
[1] A CUSUM-teszt tesztstatisztikáját a rekurzív reziduumokból számoljuk. A rekurzív becslés során a paraméterek stabilitását vizsgáljuk a következő módon: jelölje $k$ a paraméterek számát, $T$ pedig a mintanagyságot. Ekkor évenként növelt nagyságú mintán becsüljük a paramétereket $k$-tól $t$-ig. Összességében ezzel az eljárással $T–k$ számú, $k$ elemű együtthatóvektort kapunk. A különböző mintanagyságokra megbecsült paraméterek jelentős változása strukturális változásokra utal. A rekurzív reziduum a rekurzív becslés egylépéses előrejelzési hibája, azaz a függő változó $t$ időpontbeli megfigyelt értékének és az azt megelőző $t–1$ számú megfigyelésből becsült értékének különbsége. A paraméterek stabilitása esetén a rekurzív reziduumok várható értéke 0. A CUSUM tesztstatisztikája a rekurzív reziduumok kumulált összegeként adódik, amelynek a paraméterek stabilitása (nullhipotézis) esetén a várható értéke nulla.

Mint a IV. ábrán látható, a modell paraméterei az 1870–2003 időszakra nézve nem tekinthetőek stabilnak, tehát a természetes szaporodás/fogyás nem modellezhető konstans paraméterű modellel.
A következő lépésben egy kétállapotú TAR-modellt becslünk. A eljárás lényege, hogy becsüljük a

$$(7)\quad diff_t = \left[\phi_{0,1} + \phi_{1,1} diff_{t-1} + \beta_{1,1} \ln y_t\right] \cdot \left(1 - I(\ln y_t > c)\right) + \left[\phi_{0,2} + \phi_{1,2} diff_{t-1} + \beta_{1,2} \ln y_t\right] \cdot I(\ln y_t > c) + \varepsilon_t$$

egyenletet *c* küszöbváltozó különböző értékeire, és azt a *c* értéket választjuk ki, amelyik esetében a reziduumok négyzetösszege (RSS) a legkisebb. Az $I(\ln y_t > c)$ indikátorfüggvény, amely a zárójelben lévő feltétel érvényesülése esetén 1, egyébként 0 értéket vesz fel. A küszöbértékről feltettük, hogy értéke 7,1 (1213 $) és 8,9 (7332 $) között van, és az iteráció során lépésenként 0,01-el növeltük értékét.

Az eljárásból kapott RSS-értékek a II. ábrán láthatóak. Mivel az RSS-, az AIC- és a SBC-kritériumok a minimális értéküket a 7,5-ös értéknél (1808 $) veszik fel, ezt választjuk küszöbértéknek.




*V. A különböző küszöbértékekhez tartozó reziduum-négyzetösszegek*
*The residual sum of squares at different threshold values*

A fentiek alapján a kétállapotú TAR-modellünk (6) paraméterei a következők:

*2. A természetes szaporodás modellezése TAR-folyamatként, küszöbváltozó az egy főre jutó jövedelem természetes alapú logaritmusa, küszöbérték 7,5 (1808 $, 1990-es árakon)*
*Modelling natural population growth as a TAR process, threshold variable is the natural logarithm of per capita income, threshold value=7,5 (1808 $, constant 1990 prices)*

| Megnevezés | Specifikációk | | |
|---|---|---|---|
| Együtthatók | **1.** | **2.** | **3.** |
| $\varphi_{0,1}$ | –83,90<br>(–3,66) | –83,89<br>(–3,66) | –83,90<br>(–3,66) |
| $\varphi_{1,1}$ | 0,40<br>(5,52) | 0,40<br>(5,51) | 0,40<br>(5,52) |
| $\beta_{1,1}$ | 12,32<br>(3,90) | 12,32<br>(3,89) | 12,32<br>(3,90) |
| $\varphi_{0,2}$ | –10,33<br>(–1,25) | –0,35<br>(–0,85) | - |
| $\varphi_{1,2}$ | 1,05<br>(11,28) | 0,96<br>(15,75) | 0,93<br>(20,13) |
| $\beta_{1,2}$ | 1,175<br>(1,21) | - | - |
| Korrigált $R^2$ | 0,749 | 0,748 | 0,748 |
| AIC | 5,069 | 5,066 | 5,056 |
| SBC | 5,200 | 5,174 | 5,143 |
| A reziduum Ljung–Box-féle autokorrelációtesztje Q(20) | 12,060 (p = 0,914) | 11,831 (p = 0,922) | 11,823 (p = 0,922) |
| A reziduum Jarque–Bera-féle normalitástesztje | 2063 (p = 0,000) | 2009 (p = 0,000) | 1865 (p = 0,000) |

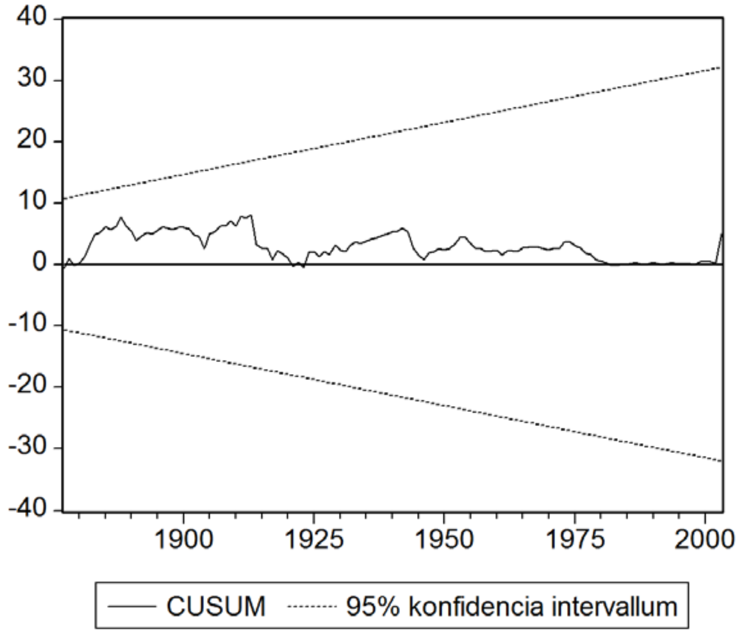
A 2. táblázatban közölt információs kritériumok alapján megállapíthatjuk, hogy a TAR-modell jobban illeszkedik, mint az ARX(1)-modell. Ezt a képet erősítik az előrejelzési mutatók is. Mind az ARX(1)-, mind a TAR-modell alapján mintán belüli előrejelzést készítettünk az 1870–2003-es időszakban mutatkozott természetes szaporodásra, majd összevetettük az előrejelzés pontosságát leíró mutatókat (3. táblázat). Ezek alapján a TAR-modell fölénye meggyőző.

*3. Az ARX(1)- és a TAR-modellek előrejelzési pontosságának összevetése*
*Comparison of forecasting accuracy of ARX(1) and TAR models*

| Mutató | ARX(1) | TAR (1. spec.) | TAR (2. spec.) | TAR (3. spec.) |
|---|---|---|---|---|
| RMSE | 3,418 | 2,917 | 2,933 | 2,942 |
| MAE | 2,037 | 1,734 | 1,718 | 1,727 |
| MAPE (%) | 96,240 | 87,371 | 83,778 | 87,087 |

*Megjegyzés*: RMSE – az előrejelzés átlagos négyzetes hibája; MAE – az előrejelzés átlagos abszolút hibája; MAPE – az előrejelzés átlagos abszolút hibája a megfigyelt érték százalékában.

A TAR-modellen elvégzett CUSUM-teszt már nem utasítja el a paraméterek stabilitását sem (III. ábra).




*VI. A TAR 1. specifikációján végzett CUSUM-tesztstatisztika grafikonja*
*The figure of CUSUM test-statistics carried out on the TAR 1 specification*

A 2. táblázatban közölt együtthatók szerint a Magyarországon 1870 és 2003 között mutatkozott természetes szaporodás (illetve fogyás) alakulásában két szakasz különíthető el. Az első kb. 1904-ig tartott, amikor 1990-es árakon számolva a magyar egy főre jutó jövedelem vásárlóérték-paritáson meghaladta az 1808 amerikai dollárt. Erre a szakaszra nézve a természetes fogyás stabil ARX(1)-folyamatként modellezhető, és függ az egy főre jutó jövedelemtől. Az egy főre jutó jövedelem egyszázalékos emelkedése a természetes szaporodást azonnali hatásként 0,12 ezrelékponttal, hosszú távon pedig 0,20 ezrelékponttal növelte. A 20. század első éveiben bekövetkező rezsimváltást követően azt találjuk, hogy a természetes szaporodás egy 0 várható értékű bolyongás- (random walk) folyamatként írható le, és nem függ az egy főre jutó jövedelemtől. Ezt igazolják az $\ln y_t > 7{,}5$ feltétel mellett kialakított részmintán végzett egységgyöktesztek is (4. táblázat).

*4. A természetes szaporodás* $\ln y_t > 7{,}5$ *feltétel mellett kialakított részmintáján végzett egységgyöktesztek eredménye*
*Result of the unit-root tests carried out on the sub-sample of natural population growth formed on condition that natural logarithm > 7,5*

| Teszt | Az idősorra vonatkozó nullhipotézis | Csak konstants | Konstans és lineáris trend |
|---|---|---|---|
| ADF | nem stacioner | –1,299 | 0,355 |
| Phillips–Perron | nem stacioner | –0,924 | 0,355 |
| KPSS | stacioner | 0,938 | 0,137* |

*Megjegyzés*: a *-gal jelölt tesztstatisztika értéke alapján a nullhipotézist 10%-on elvetjük.

A 4. táblázat alapján 5%-os szignifikancia szint mellett azt állapíthatjuk meg, hogy a demográfiai átmenet általunk azonosított szakaszát követően a természetes szaporodás egy egységgyököt tartalmazó folyamat. Ennek megfelelően az egzogén faktorok (pl. háborúk) a természetes szaporodást akár hosszabb távon is eltéríthetik a várható értékétől, hiszen a sokkok hatása nem vagy csak nagyon lassan cseng le.

## Az LSTAR-modell becslése

Feltételezve, hogy

$$(8)\; diff_t = \left[\phi_{0,1} + \phi_{1,1} diff_{t-1} + \beta_{1,1} \ln y_t\right] + \frac{\left[\phi_{0,2} + \phi_{1,2} diff_{t-1} + \beta_{1,2} \ln y_t\right]}{1 + e^{(-\gamma(q_t - c))}} + \varepsilon_t ,$$

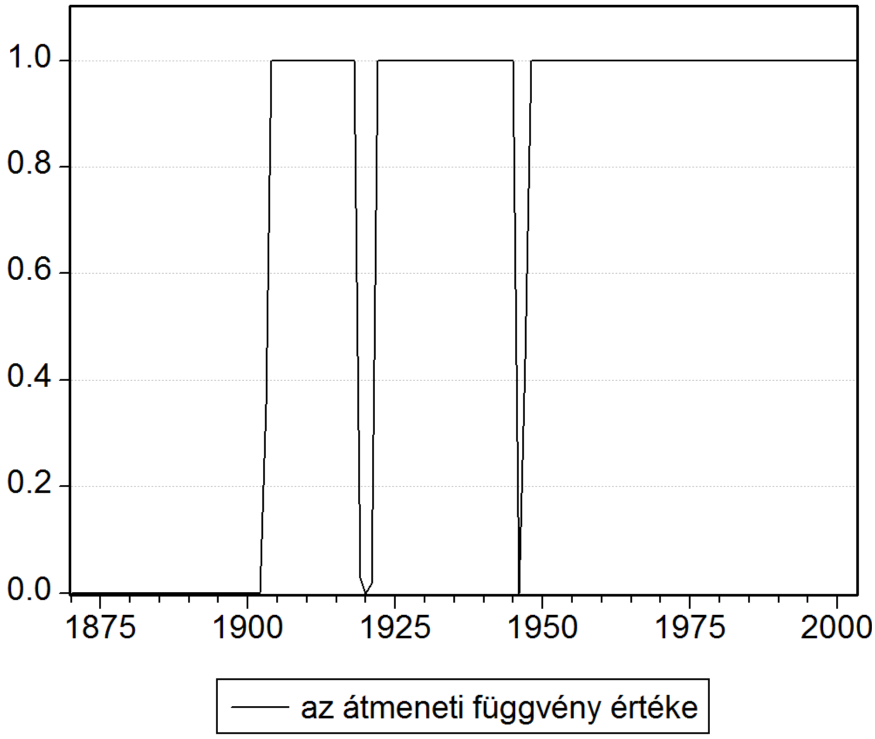
becslést végzünk a fenti modellel a fokozatos (sima) átmenet esetére is.

Az eljáráshoz a Lütkepohl és munkatársai által fejlesztett JMULTI 4.22 szoftvert használtuk fel (Lütkepohl – Krätzig 2004). A (8) becslés során problémát jelent, hogy lineáris regressziós technikákat nem alkalmazhatunk, azaz vagy a nemlineáris legkisebb négyzetek vagy a maximum likelihood módszerrel kell dolgoznunk. Külön gondot okoz a $\gamma$ és a $c$ paraméterek kezdőértékeinek meghatározása, amelyhez Teräsvirta (2004) „rács”- (grid) eljárást javasol. Az ötlet lényege, hogy ha $\gamma$ és $c$ értékeit rögzítjük, akkor (8) lineáris regressziós függvényként is becsülhető. Az iterációs eljárás során így azokat a $\gamma$ és $c$ értékeket választjuk ki, amelyek mellett a reziduum négyzetösszege a minimális, majd ezekkel futtatjuk le maximum likelihood becslési eljárást. A becslés eredményeit lásd az 5. táblázatban.

*5. Az LSTAR-modell becslésének eredményei*
*Results of the estimation of the LSTAR model*

| Megnevezés<br>Együttható | Pontbecslés |
|---|---|
| $\varphi_{0,1}$ | –101,88<br>(–4,10) |
| $\varphi_{1,1}$ | 0,39<br>(5, 82) |
| $\beta_{1,1}$ | 14,85<br>(4,32) |
| $\varphi_{0,2}$ | 92,16<br>(–3,55) |
| $\varphi_{1,2}$ | 0,65<br>(5,52) |
| $\beta_{1,2}$ | –13,74<br>(3,55) |
| $\gamma$ | 417,69 |
| $C$ | 7,48 |
| Korrigált $R^2$ | 0,752 |
| AIC | 5,055 |
| SBC | 5,186 |
| A reziduum Ljung–Box-féle autokorrelációtesztje Q(20) | 10,214 (p = 0,964) |
| A reziduum Jarque–Bera-féle normalitástesztje | 2019 (p = 0,000) |

Az 5. táblázatban közölt eredmények alapján megállapítható, hogy a TAR- és a LSTAR-modellek nagyon hasonló eredményekhez vezettek. Bár az LSTAR-modell lehetőséget teremt arra, hogy becsüljük az átmenet sebességét. A $\gamma$ együttható értéke rendkívül magas, ami hirtelen, ugrásszerű átmenetet jelez az egyik állapotból a másikba (lásd VII. ábra), illetve a küszöbérték is egybeesik a TAR-modellel becsült értékkel. Ennek megfelelően a modell illeszkedése sem jobb, mint a TAR 1. specifikációjának, előrejelzési pontossága (RMSE = 2,897; MAE = 1,715; MAPE = 86,31%) pedig csak jelentéktelen mértékben haladja meg a TAR-modellét.




*Megjegyzés*: Az átmeneti függvény értéke a világháborúk idején ismét 0, ez az egy főre jutó jövedelmet ért sokkoknak tulajdonítható.

*VII. A LSTAR-modell átmeneti függvényének értéke*
*The values of the transition function of the LSTAR model*

A két állapot tulajdonságai sem különböznek a TAR-modellnél találtaktól: az első szakaszt stacioner ARX(1)-folyamatként modellezhetjük, ahol az egy főre jutó jövedelem pozitív hatással van a természetes szaporodásra, míg a második szakaszban ez a motiváció lényegében megszűnik, a természetes szaporodás láthatólag egységgyököt tartalmaz.[2]

[2] Az együtthatókon végzett Wald-tesztek alapján 10%-os szignifikanciaszinten nem tudjuk elvetni a következő nullhipotéziseket: $\varphi_{0,1} + \varphi_{0,2} = 0$, $\varphi_{1,1} + \varphi_{1,2} = 1$; $\beta_{1,1} + \beta_{1,2} = 0$.

**Összefoglalás**

Ebben a tanulmányban nemlineáris idősorelemzés segítségével vizsgáltuk az 1870–2003-as időszakra kimutatott hazai természetes szaporodási arányszámokat. A célunk az volt, hogy pontosabb képet kapjunk a demográfiai átmenetről.

Az idősorelemzés megerősítette azt a várakozást, hogy az adott intervallumban a születések és a halálozások közötti viszony alapvetően megváltozott, és így érdemes nemlineáris technikákhoz folyamodni.

Kiindulópontunk a premodern vagy malthusi népesedési modell modern, formalizált változatának azon feltevése volt, hogy a születések és a halálozások az egy főre jutó jövedelemmel szignifikáns, de ellentétes előjelű kapcsolatban állnak. Ennek megfelelően a demográfiai átmenetet megelőző időszakra azt vártuk, hogy a két változó között pozitív kapcsolatot találunk. Az eredményeink alátámasztják ezt a hipotézist.

A 20. század első éveiben bekövetkező rezsimváltást követően viszont a természetes szaporodás 0 várható értékű bolyongás- (random walk) vagy ahhoz nagyon közel álló folyamatként írható le, amelyet egzogén faktorok (pl. háborúk) akár hosszabb távon is eltéríthetnek ettől az értéktől, hiszen a sokkok hatása nem vagy csak nagyon lassan cseng le. Alapvetően azonban a természetes szaporodás Magyarországon ekkor már nem függ az egy főre jutó jövedelemtől. A változás összhangban van demográfiai átmenet második szakaszában, illetve az átmenetet követően megfigyelhető jelenségekkel.

## IRODALOM

Andorka Rudolf (1991): Településszintű családrekonstrukciós vizsgálatok egyes eredményei. In Dányi Dezső (szerk.): *Demográfiai átmenet Magyarországon*, KSH NKI Történeti Demográfiai Füzetek 9. KSH NKI, Budapest.

Becker, G. (1960): An economic analysis of fertility. In *Demographic and economic change in developed countries*. A conference of universities. NBER Committee for Economic Research. Princeton University Press, Princeton.

Box, G. – Jenkins, G. (1970): *Time series analysis: Forecasting and control*. Holden-Day, San Francisco.

Dányi Dezső (1991): Bevezetés – összefoglalás. In Dányi Dezső (szerk.): *Demográfiai átmenet Magyarországon*, KSH NKI Történeti Demográfiai Füzetek 9. KSH NKI, Budapest.

Easterlin R. A. (1968): *Population, labor force and long swings in economic growth*. Columbia University Press, New York.

Galor, O. – Weil, N. (2000): Population, Technology and Growth: From Malthusian Stagnation to the Demographic Transition and Beyond. *American Economic Review*, 90. 806–828.

Hablicsek László (1995): *Az első és második demográfiai átmenet Magyarországon és Közép-Kelet-Európában*. KSH NKI Kutatási jelentések, 54. KSH Népességtudományi Kutatóintézet. Budapest.

KSH (1996): *Magyarország népessége és gazdasága. Múlt és jelen*. KSH, Budapest.

Lütkepohl, H. – Krätzig M. (ed.) (2004): *Applied Time Series Econometrics*. Cambridge University Press, Cambridge.
Maddison, A. (2007): World Population, GDP and Per Capita GDP, 1-2003 AD http://www.ggdc.net/maddison/Historical_Statistics/horizontal-file_03-2007.xls
Mitchell, B. R. (2008): *International Historical Statistics 1750–2005: Europe*, Palgrave MacMillan.
Őri Péter (2006): Demográfiai átmenetek Magyarországon. Pest-Pilis-Solt-Kiskun vármegye a 19. század végén, 20. század elején. *Demográfia* 49. 4. 299–341.
Schultz T. (1963): *The economic value of education*. Columbia University Press, New York.
Teräsvirta, T. (2004): Smooth Transition Regresison Modelling. In Lütkepohl H. – Krätzig, M. (ed.): *Applied Time Series Econometrics*. Cambridge University Press, Cambridge, 222–242.
Tong, H. (1983): *Threshold Models in Nonlinear Time Series Analysis*. Springer, London.
Tsay, R. S. (1989): Testing and modelling threshold autoregressive processes. *Journal of the American Statistical Association* 84. 231–240.

Tárgyszavak:

Demográfiai átmenet
Természetes szaporodás
Demográfiai és gazdasági összefüggések
Történeti demográfia

**THE NON-LINEAR TIME SERIES ANALYSIS OF HUNGARY'S DEMOGRAPHIC TRANSITION**

*Abstract*

This paper analyses the natural population growth/decrease rates of Hungary by the help of non-linear time series techniques (TAR and LSTAR). According to the zero hypothesis the correlation between the time series of births and deaths on the one hand and those of per capita income on the other basically changed in the period of demographic transition: the correlation had been significant before the transition, but it disappeared in the period of demographic change. The results of the analysis confirm the above-mentioned hypothesis, but – surprisingly to some extent – they seem to prove that according to the countrywide data the transition was a considerably rapid process, and as early as around 1904 the correlation between the income and natural population growth assumed the characteristics of the post-transitional era. Prior to 1904, Hungarian natural population growth can be modelled as a stationary auto-regressive process while for the period following that date it can be regarded as a process containing a unit-root.