

**KISÉRLETEK A HÁZAS TERMÉKENYSÉG
KORSPECIFIKUS ARÁNYSZÁMAINAK
MODELLEZÉSÉRE**

BUDAPEST

1984/1

A KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL
NÉPESSÉGTUDOMÁNYI KUTATÓ INTÉZETÉNEK
DEMOGRÁFIAI MÓDSZERTANI FÜZETEI

I.

KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL
NÉPESÉGTUDOMÁNYI KUTATÓ INTÉZET

Igazgató:
Monigl István

Sorozatszerkesztő:
Hablicsek László

Írta:
Valkovics Emil

TARTALOMJEGYZÉK

	oldal
BEVEZETÉS	7
I. A béta-eloszlás sűrűségfüggvényének illesztése	9
II. A Gompertz-görbe illesztése	15
III. A negyedfokú ortogonális polinom illesztése	21
IV. A házas termékenység bemutatott modelljeinek értékelése	33
IRODALOM	37
FÜGGELEK	39

BEVEZETÉS

A házasság termékenysége korszpecifikus arányszámai a demográfiai elemzés során használt "bonyolult jelentésű" mutatók közé tartoznak. Minthogy a családi állapot a termékenységet meghatározó tényezők között igen jelentős helyet foglal el, a demográfusok többsége a házasság termékenysége jellemzésére ma már elsősorban a termékenység házasságtartam-specifikus alakulásának a leírását használja, hangsúlyozva, sőt legtöbbször adatokkal is demonstrálva, hogy ez utóbbi a házasság nők életkorától is függ. Még bonyolultabb a helyzet, ha nem valamely házassági kohorsz termékenységéről, hanem - mint esetünkben is - a házasság termékenység transzverzálisan becsült korszpecifikus arányszámairól van szó, melyek értéke, a transzverzálisan becsült általános korszpecifikus termékenységi arányszámok értékéhez hasonlóan, a vonatkozó tényleges kohorszok termékenységi naptárainak az alakulásától is függ. Demográfiai jelentésének bonyolultságától függetlenül is megállapítható azonban, hogy a házasság termékenység transzverzálisan becsült korszpecifikus arányszámainak az alakulását leíró empirikus görbe olyan jellegzetesen és olyan nagy időbeli állandósággal különbözik a transzverzálisan becsült általános korszpecifikus termékenységi arányszámok alakulását leíró, jobboldali aszimmetriát mutató unimodális empirikus görbétől, hogy direkt és indirekt¹ modellezése már csak a házasság és az általános termékenység modelljei között kialakítható matematikai kapcsolatok kialakítása és a házasság termékenység korszpecifikus alakulásának transzverzális előreszámítási módszerekkel történő prognosztizálása szempontjából is érdeklődésre tarthat számot.

A házasság termékenység transzverzálisan becsült korszpecifikus arányszámainak az alakulását leíró empirikus görbe alakja alapján első benyomásunk az lehet, hogy direkt módszerű modellezése exponenciális regressziós görbének, vagy logaritmikus regressziós görbének az ismert módszerekkel történő illesztése révén viszonylag könnyen megoldható. A 21 naptári év vonatkozó adatainak² modellezése során szerzett tapasztalat azonban azt mutatja, hogy az ilyen típusú regressziós görbék nem eléggé

¹ Vagyis az arányszámok valamilyen előzetes átalakítását feltételező modellezése.

² A felhasznált adatok forrása: Demográfiai Évkönyv, 1961-1980. KSH, Budapest.

jól illeszkednek a házas termékenység transzverzálisan becsült adataihoz. E dolgozat szerzője eddigi vizsgálódásai során három olyan matematikailag folytonos függvénytípust talált, melyeknek a házas termékenység direkt módszerű modellezésében valóban szerepük lehet. E függvénytípusok a következők:

- a béta-eloszlás sűrűségfüggvénye;
- a Gompertz függvény;
- a negyedfokú ortogonális polinom.

I. A BÉTA-ELOSZLÁS SŰRŰSÉGFÜGGVÉNYÉNEK ILLESZTÉSE

A béta-eloszlás sűrűségfüggvényének illesztése a momentumok módszerének felhasználásával történt. Minthogy célunk nem a házasság termékenysége struktúrája eleminek, hanem a házasság termékenysége korszpecifikus arányszámait tényleges értékeinek a modellezése volt, melyek összege minden naptári év esetében eltért 1-től, a béta-eloszlás sűrűségfüggvénye formulájának számlálójában - mint látni fogjuk - az 1 helyett egy K paramétert szerepeltettünk, melynek értéke eltérhet 1-től. A momentumok módszerével végzett görbeillesztés módszertani apparátusa egyébként azonos a vonatkozó sűrűségfüggvény ezzel a módszerrel végzett illesztésének módszertani apparátusával; a házasság termékenysége korszpecifikus arányszámait ily módon becsült értékei pedig azonosak a vonatkozó sűrűségfüggvény illesztése eredményeinek az arányszámok tényleges összegével alkotott szorzataival.

A házasság termékenysége korszpecifikus arányszámait empirikus értékeiből $[f_Y / y]$ kiindulva kiszámítottuk ezen arányszámok transzverzális összegét:

$$D = \sum_{y=15,5}^{49,5} f_Y / y,$$

a házasság nők átlagos életkorát gyermekeik megszületésekor:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{y=15,5}^{49,5} y f_Y / y}{D},$$

végül az utóbbi életkor szórásnégyzetét /varianciáját/:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{y=15,5}^{49,5} (y - \bar{y})^2 f_Y / y}{D}.$$

Mint hogy a béta-eloszlás sűrűségfüggvényének a helyettesítési értékei a 0 és 1 közötti értékeket vehetik fel, paramétereinek kiszámításának egyszerűsítése céljából a változók következő előzetes módosításait célszerű alkalmazni:

$$x = \frac{y - 15}{50 - 15} = \frac{y - 15}{35},$$

melynek átlaga:

$$\bar{x} = \frac{\bar{y} - 15}{35},$$

szórásnégyzete /varianciája/ pedig:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma_y^2}{35 : 35^{-1}} = \frac{\sigma_y^2}{1225}.$$

A béta-eloszlás sűrűségfüggvénye /mely az I. típusú Pearson - függvény egyik speciális esete/, ha a számlálóban szereplő 1 helyére K -t írunk, az

$$f_{B_x}(x) = \frac{K}{B(p, q)} x^{p-1} (1-x)^{q-1}$$

egyenlőssé alakul át, ahol $p > 0$, $q > 0$ és $0 < x = \frac{y - 15}{35} < 1$.³

A p, a q és a K paraméterek értékei az alábbi egyenletrendszerből számíthatók ki:

$$D = \int_0^1 f_{B_x}(x) dx = K \left(x = \frac{y - 15}{35} \right).$$

$$\bar{x} = \frac{1}{D} \int_0^1 x f_{B_x}(x) dx = \frac{p}{p+q} \quad \bar{y} = 35 \bar{x} + 15 = \left[35 x \left(\frac{p}{p+q} \right) \right] + 15$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{D} \int_0^1 (x - \bar{x})^2 f_{B_x}(x) dx = \frac{p}{p+q} \left(1 - \frac{p}{p+q} \right) \frac{1}{p+q+1}.$$

$$\sigma_y^2 = 1225 \sigma_x^2,$$

³ Esetünkben, mint az az I. ábra /2/ harmadik része által bemutatott helyzetből és az 1. táblából is kitűnik, a p értéke négy eset kivételével kisebb egynél, a q értéke pedig minden esetben nagyobb egynél.

I A Béta-eloszlás sűrűségfüggvénye hisztogramjának alakja

a p és a q paraméter értékétől függően

/G. Calot nyomán/

Форма гистограммы функции плотности распределения β в зависимости от значений

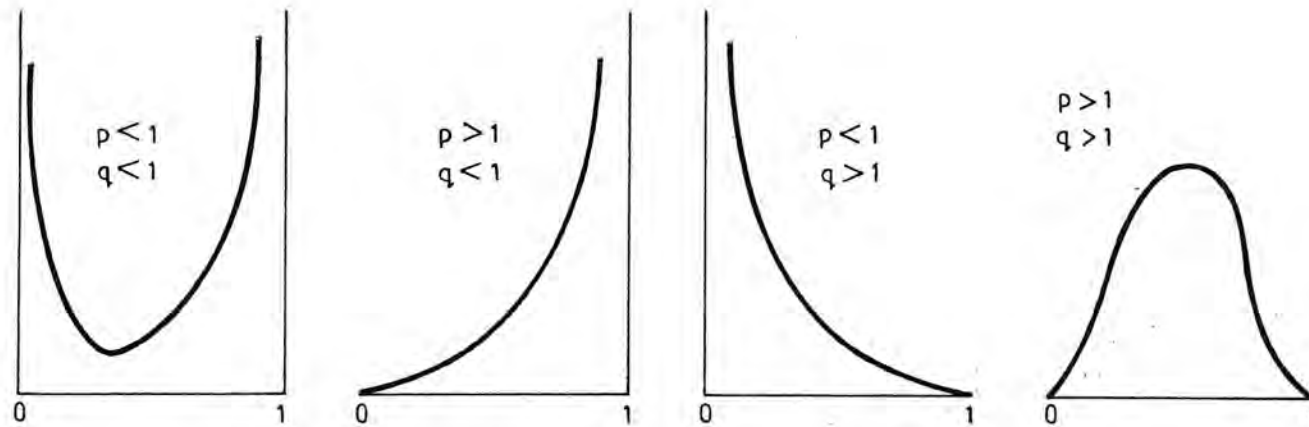
параметров p и q

/по Калот Г./

The shape of the histogram of the density function of Beta distribution,

depending on the values of parameters p and q

/after G. Calot/



1. A béta-függvény p, q és $B(p, q)$ paramétere, valamint a D, \bar{y} és σ_y^2 mutatók értéke
/Magyarország, 1960-1980/

Значение параметров p, q и $B(p, q)$ функции β , значение показателей D, \bar{y} и σ_y^2
/Венгрия, 1960-1980/

Parameters p, q and $B(p, q)$ of Beta function and the values of indicators D, \bar{y} and σ_y^2
/Hungary, 1960-1980/

A nap- tári év megnevezése	A mutatók megnevezése	p	q	$B(p, q)$	D	\bar{y}	σ_y^2
1960		1,045799792	3,859912713	0,236259884	3,8682	22,4613	34,7925
1961		1,023284440	3,896352289	0,244827245	3,8100	22,2800	34,0902
1962		0,959739859	3,844175116	0,283050823	3,7149	21,9924	33,7428
1963		1,020988467	3,953619150	0,242344674	3,6973	22,1834	33,4445
1964		0,958414744	3,958189540	0,275966891	3,9066	21,8227	32,4925
1965		0,965705272	4,050498778	0,265694389	3,9595	21,7381	31,6531
1966		0,996071955	4,137261145	0,243858532	4,0630	21,7914	31,2352
1967		1,017493930	4,158861132	0,231859702	4,2506	21,8798	31,3229
1968		0,976970352	4,093383943	0,256694183	4,4327	21,7439	31,3913
1969		0,981921447	4,132709418	0,251610500	4,3953	21,7194	31,0777
1970		0,982580216	4,158435055	0,249725012	4,2500	21,6894	30,8387
1971		0,927915618	4,114164525	0,284365452	4,3321	21,4412	30,4453
1972		0,885799458	4,099564445	0,313859748	4,5094	21,2188	29,9037
1973		0,893385942	4,121611325	0,306946572	4,5230	21,2350	29,8171
1974		0,985335638	4,207122216	0,245416321	4,9646	21,6417	30,4156
1975		0,936335848	4,126502819	0,278307629	5,2450	21,4730	30,4569
1976		0,945698235	4,269604168	0,263910014	5,0039	21,3466	29,2587
1977		0,899647263	4,207507862	0,296955344	4,9284	21,1654	29,1096
1978		0,883662604	4,286632979	0,303060212	4,8081	20,9819	28,1321
1979		0,922862051	4,470837839	0,266181214	4,6245	20,9885	27,1729
1980		0,972192448	4,592459819	0,231821851	4,2781	21,1148	26,9058

melyből

$$\left\{ \begin{array}{l} K = D \\ p = \frac{\bar{x}^2 / (1 - \bar{x})}{\sigma_x^2} - \bar{x} = \frac{\left(\frac{\bar{y}-15}{35}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{\bar{y}-15}{35}\right)\right]}{\frac{\sigma_y^2}{1225}} - \left(\frac{y-15}{35}\right) \\ q = \frac{(1 - \bar{x})^2 \bar{x}}{\sigma_x^2} - /1 - \bar{x}/ = \frac{\left[1 - \left(\frac{\bar{y}-15}{35}\right)\right]^2 \left(\frac{\bar{y}-15}{35}\right)}{\frac{\sigma_y^2}{1225}} - \left[1 - \left(\frac{\bar{y}-15}{35}\right)\right] \end{array} \right.$$

A három első momentum, valamint a p, q és B/p,q/ paraméterek értékére vonatkozó számításaink eredményeit az 1. tábla tartalmazza. A p, q és B /p,q/ paraméterek értékeinek birtokában a béta-függvény helyettesítési értékei viszonylag könnyen kiszámíthatók. /lásd a 4. tábla f B_y/y/ jelzésű oszlopát/

Az 1. táblában szereplő paraméterek értékeinek időbeli alakulása szintén modellezhető. A paraméterek értékeihez illesztett függvények /modellek/ ésszerű időbeli korlátokon belüli extrapoláció lehetővé tétele útján a házas termékenység korszpecifikus arányszámai előreszámításának egyik eszközeül is szolgálhatnak. Mint-hogy az 1. tábla a paraméterek mindkét csoportja értékeinek időbeli alakulását fel-tűnteti, mindkét csoport értékeihez illeszthető valamilyen jól illeszkedő görbe; a görbék közül a szorosabban illeszkedők választandók ki.

Hasonló megfontolások alapján, a momentumok fentiekben vázolt módszerének felhasználásával illeszti a béta-függvényt az általános korszpecifikus termékenységi arányszámoknak a házas termékenység korszpecifikus arányszámaitól jelentősen eltérő jellegű empirikus görbéjéhez Josianne Duchêne és Stefania Gillet de Stefano a Population et Famille 1974. évi 2 számában megjelent Ajustement analytique des courbes de fécondité générale című tanulmányában /32.évf., 53-93.p./.

II. A GOMPERTZ - GÖRBE ILLESZTÉSE

A Gompertz-görbe egyik általánosan elterjedt megadási módja az

$$y = c a^{b^x}$$

egyenlet, illetve logaritmikus formában a

$$\ln y = \ln c + b^x \ln a$$

egyenlet.

A házas termékenység transzverzálisan becsült korszpecifikus arányszámai esetében $\ln a < 0$, $a < 1$ és $b > 1$. A Gompertz-görbe illesztésének, paramétereinek előállításának egyik legegyszerűbb módja az ún. részösszegek módszerének az alkalmazása. E módszer alkalmazása során - mint azt F.C.Mills /3/, F.E.Croxton és D.J. Cowden /4/, G.J.Wunsch /5/, Murphy és Nagnur /6/, Farrid /7/ és W.Brass /8/ is ki-mutatta, a rendelkezésre álló adatokat három egyenlő részre célszerű felosztanunk, majd ki kell számítanunk mindhárom csoport adatai természetes logaritmusainak⁴ az S_1 , S_2 és S_3 szimbólumokkal jelölhető összegét. Ha az adatok száma $3n$, úgy

$$S_1 = \sum_{i=1}^n \ln y_i = n \ln c + b (\ln a) \frac{b^n - 1}{b - 1}$$

$$S_2 = \sum_{i=n+1}^{2n} \ln y_i = n \ln c + b^{n+1} (\ln a) \frac{b^n - 1}{b - 1}$$

$$S_3 = \sum_{i=2n+1}^{3n} \ln y_i = n \ln c + b^{2n+1} (\ln a) \frac{b^n - 1}{b - 1} .$$

⁴ Vagy tizes, illetve egyéb alapú logaritmusainak.

A fenti egyenlőségsorozatban n az egyes csoportokban található adatok számát jelöli; 33 korszpecifikus termékenységi arányszám modellezése esetében például $n = 33/3 = 11$.

A fentiek alapján megállapítható, hogy

$$b^n = \frac{\sum_{i=2n+1}^{3n} \ln y_i - \sum_{i=n+1}^{2n} \ln y_i}{\sum_{i=n+1}^{2n} \ln y_i - \sum_{i=1}^n \ln y_i} = \frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1},$$

vagyis

$$b = \sqrt[n]{\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1}} = \left(\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} \right)^{\frac{1}{n}},$$

továbbá

$$\ln a = \left(\sum_{i=n+1}^{2n} \ln y_i - \sum_{i=1}^n \ln y_i \right) \frac{b-1}{b(b^n-1)^2} = \left[\frac{(b-1)(S_2 - S_1)}{b(b^n-1)^2} \right]$$

vagyis

$$a = \exp \left[\frac{(b-1)(S_2 - S_1)}{b(b^n-1)^2} \right],$$

végül

$$\begin{aligned} \ln c &= \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \ln y_i - b \left(\ln a \right) \frac{b^n - 1}{b - 1} \right] = \\ &= \frac{1}{n} \left[S_1 - \frac{b(b^n - 1)}{b - 1} \ln a \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{n} \left[\sum_{i=n+1}^{2n} \ln y_i - b^{n+1} (\ln a) \frac{b^n - 1}{b - 1} \right] = \\
&= \frac{1}{n} \left[S_2 - \frac{b^{n+1} (b^n - 1)}{b - 1} (\ln a) \right] = \\
&= \frac{1}{n} \left[\sum_{i=2n+1}^{3n} \ln y_i - b^{2n+1} (\ln a) \frac{b^n - 1}{b - 1} \right] = \\
&= \frac{1}{n} \left[S_3 - \frac{b^{2n+1} (b^n - 1)}{b - 1} (\ln a) \right] ,
\end{aligned}$$

vagyis

$$\begin{aligned}
c &= \exp \left\{ \frac{1}{n} \left[S_1 - \frac{b (b^n - 1)}{b - 1} (\ln a) \right] \right\} = \\
&= \exp \left\{ \frac{1}{n} \left[S_2 - \frac{b^{n+1} (b^n - 1)}{b - 1} (\ln a) \right] \right\} = \\
&= \exp \left\{ \frac{1}{n} \left[S_3 - \frac{b^{2n+1} (b^n - 1)}{b - 1} (\ln a) \right] \right\}
\end{aligned}$$

A fentiek alapján kimutatható az is, hogy

$$\ln c = \frac{1}{n} \left[\frac{\sum_{i=1}^n \ln y_i \sum_{i=2n+1}^{3n} \ln y_i - \sum_{i=n+1}^{2n} \ln y_i}{\sum_{i=1}^n \ln y_i + \sum_{i=2n+1}^{3n} \ln y_i - 2 \sum_{i=n+1}^{2n} \ln y_i} \right] =$$

$$= \frac{1}{n} \left(\frac{S_1 S_3 - S_2^2}{S_1 + S_3 - 2 S_2} \right),$$

vagyis

$$c = \exp \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \ln y_i \sum_{i=2n+1}^{3n} \ln y_i - \left(\sum_{i=n+1}^{2n} \ln y_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n \ln y_i + \sum_{i=2n+1}^{3n} \ln y_i - 2 \sum_{i=n+1}^{2n} \ln y_i} \right\} =$$

$$= \exp \left[\frac{1}{n} \left(\frac{S_1 S_3 - S_2^2}{S_1 + S_3 - 2 S_2} \right) \right].$$

A házas termékenység egyes korévekre vonatkozó becsült értékei a Gompertz-görbe helyettesítési értékei /lásd a 4. tábla f GOM_y /y/ jelzésű oszlopának adatait/. A házas termékenység korszpecifikus arányszámainak a becsült értékeit ezen arányszámok tényleges értékeivel eltérés-négyzeteik összegének kiszámítása útján vetettük egybe.

A Gompertz-görbe paramétereinek a házas termékenység 1960-1980. évi magyarországi korszpecifikus arányszámainak felhasználásával becsült értékeit a 2. tábla tartalmazza. A három utolsó év adataihoz illesztett Gompertz-görbék illeszkedését a II. ábra is bemutatja. A 2. tábla adatai egyébként felhasználhatók a házas termékenység korszpecifikus arányszámainak az előreszámítására is. A paraméterek értékének időbeli alakulása ugyanis /valamilyen jól illeszkedő függvénytípus segítségével/ szintén modellezhető. A paraméterek értékéhez illesztett függvények /modellek/ ésszerű időbeli korlátokon belüli extrapoláció lehetővé tétele útján tehát a házas termékenység korszpecifikus arányszámai előreszámításának egyik eszközéül is szolgálhatnak. Minthogy a 2. tábla a házas termékenység 1960-1980. évi magyarországi korszpecifikus arányszámait értékeihez illesztett Gompertz-görbék paraméterei mindkét csoportjának az értékeit megadja, mindkét csoport adatainak az időbeli alakulása

2. A Gompertz-görbe a, b és c paramétere, valamint az S_1 , S_2 és S_3 mutatók értéke

/Magyarország, 1960-1980/

Значение параметров a, b и c кривой Гомпертца, значение показателей s_1 , s_2 и s_3

/Венгрия, 1960-1980/

Parameters a, b and c of the Gompertz function and the values of indicators S_1 , S_2 and S_3

/Hungary, 1960-1980/

A nap- tári év megnevezése	A mutatók megnevezése	a	b	c	S_1	S_2	S_3
1960		0,325569745	1,058052905	1,289938307	- 14,79455236	- 29,93147611	- 58,09058117
1961		0,246236510	1,052168475	1,775179172	- 14,87493152	- 30,75728735	- 58,54501672
1962		0,242294240	1,052856348	1,778174966	- 15,19175502	- 31,59719922	- 60,50721409
1963		0,350924147	1,062014860	1,152134649	- 15,27020429	- 31,06106944	- 61,66959820
1964		0,316187937	1,060315869	1,392458773	- 14,66702180	- 31,22788852	- 62,76856008
1965		0,333575692	1,062719641	1,343728998	- 14,47021482	- 31,34983086	- 64,30839940
1966		0,340479703	1,063420305	1,357146822	- 14,10616458	- 30,99125207	- 64,20040108
1967		0,354692035	1,064081574	1,340956185	- 13,64447451	- 30,18326309	- 62,93451055
1968		0,382935215	1,067073373	1,269400842	- 13,29415258	- 29,88695344	- 63,77580189
1969		0,359967171	1,065247759	1,365561750	- 13,32522576	- 30,14926295	- 63,86922996
1970		0,372213159	1,066620274	1,270467938	- 13,70969665	- 30,58971434	- 64,90448295
1971		0,320917603	1,062503244	1,544744382	- 13,53644819	- 30,90731754	- 64,74919646
1972		0,234340987	1,055541451	2,331465917	- 13,08766232	- 31,28230209	- 64,25630565
1973		0,281743445	1,059929462	1,897842752	- 13,04668621	- 31,06970740	- 65,25774681
1974		0,409999856	1,070774783	1,335046045	- 11,95201033	- 28,92371036	- 64,93219386
1975		0,460720054	1,076442136	1,213799481	- 11,49369792	- 28,50485181	- 66,75484432
1976		0,372559602	1,068753873	1,530470097	- 11,86462692	- 29,70188857	- 66,76850113
1977		0,310459507	1,063221824	1,863609984	- 12,09062598	- 30,32327544	- 66,10922040
1978		0,260780606	1,059816788	2,267945422	- 12,29854732	- 31,36101362	- 67,47852591
1979		0,212922187	1,056002716	2,817939305	- 12,55105781	- 32,21219179	- 68,01556543
1980		0,254885978	1,059962434	2,138559423	- 13,32672747	- 32,79314508	- 69,73181439

modellezhető. A paramétereknek modellek segítségével előreszámított értékei - a két csoport paraméterei közötti ismert matematikai kapcsolatok segítségével - egymásra átszámíthatók, egymással egybevetethetők. A paraméterek mindkét csoportja adatainak a modellezése minden esetben lehetőséget nyújt a szorosabban illeszkedő, a célnak jobban megfelelő modellek kiválasztására.

III. A NEGYEDFOKÚ ORTOGONÁLIS POLINOM ILLESZTÉSE

A negyedfokú ortogonális polinom illesztése jelentős szerepet játszott a transzverzálisan becsült általános korspecifikus termékenységi arányszámok indirekt modellezésében,⁵ és a halandósági tábla továbbélési függvénye indirekt modellezésében⁶ is. Illesztése ebben az esetben is ugyanúgy történt, ahogyan azt a halandósági tábla továbbélési függvényének az indirekt modellezését bemutató dolgozat leírta.

A házas termékenység 1960-1980. évi transzverzálisan becsült magyarországi arányszámainak értékeihez illesztett

$$y = d_0 + d_1 x + d_2 x^2 + d_3 x^3 + d_4 x^4$$

tipusú negyedfokú ortogonális polinomok paramétereinek értékét a 3. tábla foglalja össze. Az előállított polinomoknak a három utolsó év adataihoz való illeszkedését a II. ábra szemlélteti.

A paraméterek értékeinek a 3. tábla által bemutatott időbeli alakulása természetesen /valamilyen jól illeszkedő függvénytípus segítségével/ szintén modellezhető. A paraméterek értékeihez illesztett függvények /modellek/ ésszerű időbeli korlátokon belüli extrapoláció lehetővé tétele útján a házas termékenység korspecifikus arányszámai előreszámításának egyik eszközéül is szolgálhatnak.

Mielőtt a házas termékenység korspecifikus arányszámai bemutatott modelljeit illeszkedésük szorossága szempontjából értékelnék, szeretnénk felhívni a figyelmet a negyedfokú ortogonális polinomok - éppen illeszkedésük szorosságának mérésével kapcsolatos - egyik sajátosságára.

A negyedfokú ortogonális polinomok illeszkedésének szorossága a szokásos módszereken túlmenően számos ún. indirekt módszerrel is jellemezhető. Minthogy e polinomok tetszőleges integrálási határok között integrálhatók, elképzelhető például, hogy kiszámítjuk 15-től 16-ig, 15-től 17-ig stb., vagy a 15 és 50 éves kor közötti

⁵ Lásd e dolgozat szerzőjének Polinomiális approximáció alkalmazása az általános korspecifikus termékenységi arányszámok indirekt modellezésében c. dolgozatát. /Kézirat./

⁶ Lásd e dolgozat szerzőjének Polinomiális approximáció alkalmazása a halandósági tábla továbbélési függvényének indirekt modellezésében c. dolgozatát. /Kézirat./

3. Az $y = d_0 + d_1x + d_2x^2 + d_3x^3 + d_4x^4$ típusu negyedfoku regressziós polinomok együtthatói
/Magyarország, 1960-1980/

Коэффициент регрессивного многочлена на четвертой степени типа $y = d_0 + d_1x + d_2x^2 + d_3x^3 + d_4x^4$
/Венгрия, 1960-1980/

Coefficients of the $y = d_0 + d_1x + d_2x^2 + d_3x^3 + d_4x^4$ type fourth degree orthogonal polynomials
/Hungary, 1960-1980/

A naptári év megnevezése	A mutatók megnevezése	d_0	d_1	d_2	d_3	d_4
1960		- 0,421047948	0,145024742	- 0,008829890	0,000197215	- 0,000001508
1961		- 0,101292036	0,105305976	- 0,007078880	0,000164081	- 0,000001279
1962		1,198762737	- 0,065418314	0,000897475	0,000005052	- 0,000000129
1963		0,613436818	0,005980346	- 0,002222260	0,000063580	- 0,000000530
1964		1,899677257	- 0,152878664	0,004916891	- 0,000075106	0,000000455
1965		1,948056702	- 0,156430405	0,004999742	- 0,000075708	0,000000455
1966		1,390141299	- 0,080107946	0,001340850	- 0,000001527	- 0,000000088
1967		1,370862502	- 0,076642224	0,001231614	- 0,000001054	- 0,000000078
1968		2,474192579	- 0,216890634	0,007703771	- 0,000129615	0,000000852
1969		2,170871271	- 0,175561864	0,005683178	- 0,000087591	0,000000537
1970		2,094261495	- 0,168253108	0,005390241	- 0,000082042	0,000000497
1971		3,069085514	- 0,288254326	0,010716784	- 0,000183826	0,000001207
1972		4,196673662	- 0,427705546	0,016983887	- 0,000305465	0,000002069
1973		4,063971071	- 0,409947189	0,016142350	- 0,000288498	0,000001945
1974		2,836747064	- 0,249178188	0,008834887	- 0,000148034	0,000000968
1975		4,526075137	- 0,463504205	0,018707848	- 0,000343837	0,000002382
1976		3,759067099	- 0,361065669	0,013720382	- 0,000239983	0,000001601
1977		4,784830387	- 0,494455075	0,019887064	- 0,000361657	0,000002473
1978		5,166755535	- 0,543181032	0,022063561	- 0,000403050	0,000002759
1979		3,968440820	- 0,387664163	0,014765904	- 0,000256255	0,000001688
1980		2,712104584	- 0,233941738	0,007868466	- 0,000122128	0,000000734

határozott integráljainak értékét, és ezt egybevetjük a házas termékenység korszpecifikus arányszámainak tényleges értékeit tartalmazó táblázat a megfelelő határok /korévek/ közötti egyszerű összeadás útján előállított tényleges összegeivel. Amennyiben az azonos határok közötti egyszerű összegezés és integrálás két vagy több naptári évre, illetve a vizsgálatba bevont összes naptári évekre kiterjed, az egyszerű összegezéssel és integrálással előállított adatok közötti kapcsolat szorossága is mérhetővé válik. A házas termékenység tényleges arányszámainak összegeit tekintve a független változó értékeinek és a negyedfokú ortogonális polinomok határozott integráljának értékeit a függő változó értékeinek, kapcsolatuk jellemzése céljából kiszámítható például a közönséges kétváltozós lineáris korrelációs együtt-ható r értéke és az $y = a + bx$ típusú lineáris regressziós egyenes paramétereinek értéke. Minél közelebb van az r , vagyis lineáris korrelációs együtt-ható értéke az egységhez, annál célszerűbbnek /indokoltabbnak/ tekinthető a negyedfokú polinomok a házas termékenység korszpecifikus arányszámainak modellezésére való felhasználása.

A kifejtettek illusztrálása céljából a mellékelt tábla adatai alapján a negyedfokú polinomok 15 és 50 integrálási határok közötti értékeit konkrétan is egybevetjük a házas termékenység 15 és 50 éves kor közötti arányszámainak tényleges összegével.

A házas termékenység korszpecifikus arányszámainak tényleges összegeit tekintve a független változó értékeinek és a negyedfokú ortogonális polinomok 15-től 50-ig terjedő határozott integráljának értékeit a függő változó értékeinek megállapítható, hogy közöttük $r = 0,99916$ szorosságú kapcsolat van, mely az

$$y = -0,012222901 + 1,003208434 x$$

lineáris regressziós egyenessel jellemezhető.

Vitatható értékűnek tűnik azonban ez az eljárás, ha figyelembe vesszük, hogy a negyedfokú polinomok helyettesítési értékei 42 és 50 éves kor között, a 0 érték felvétele után, negatív előjelűekké, majd egyes esetekben ismét pozitív előjelűekké válnak, vagyis a polinomoknak ebben az intervallumban egy, vagy egyes esetekben két zérus helyük /gyökük/ is van. A polinomok integráljainak 15 és 50 integrálási határok közötti értékei tehát, esetenként változó mértékben, a negyedfokú görbe és az abszcissza tengely közötti kétféle terület mérőszámainak különbségeként adódnak; e területek közül az egyik /a nagyobbik/ az abszcissza tengely fölötti, a másik /a kisebbik/ az abszcissza tengely alatti terület. Előfordulhat, hogy a polinomok határozott integráljainak 15 és 42 integrálási határok közötti értékei kisebbek mint 15 és 45 integrálási határok közötti integráljainak az értékei, s hogy a 15 és 42 integrálási határok közötti értékek nem ugyanolyan szorosan illeszkednek a házas

Naptári év	A polinomok integráljainak 15 és 50 integrálási határok közötti értéke	A házas termékenység korszpecifikus arányszámainak 15 és 50 éves kor közötti összege
1960	3,8820	3,8682
1961	3,8074	3,8100
1962	3,7154	3,7149
1963	3,6734	3,6973
1964	3,8940	3,9066
1965	3,9731	3,9595
1966	4,0392	4,0630
1967	4,2347	4,2506
1968	4,4450	4,4327
1969	4,4130	4,3953
1970	4,2753	4,2500
1971	4,3576	4,3321
1972	4,4989	4,5094
1973	4,5021	4,5230
1974	4,9504	4,9646
1975	5,2435	5,2450
1976	4,9855	5,0039
1977	4,9562	4,9284
1978	4,8155	4,8081
1979	4,6502	4,6245
1980	4,2999	4,2781

termékenység korszpecifikus arányszámainak 15 és 42 éves kor közötti tényleges összegeihez, mint ahogyan a 15 és 45 éves kor közötti intervallum alapul vételével végzett összehasonlítás esetében kimutatható volt. Vessük egybe ennek megvilágítása céljából a polinomok határozott integráljainak 15 és 42 integrálási határok közötti értékeit a házas termékenység korszpecifikus arányszámainak 15 és 42 éves kor közötti tényleges összegeivel.

Naptári év	A polinomok integráljainak 15 és 42 integrálási határok közötti értéke	A házas termékenység korszpecifikus arányszámainak 15 és 42 éves kor közötti összege
1960	3,8337	3,8499
1961	3,7711	3,7936
1962	3,6955	3,6997
1963	3,6667	3,6843
1964	3,8948	3,8941
1965	3,9602	3,9487
1966	4,0406	4,0518
1967	3,2339	4,2395
1968	4,4417	4,4230
1969	4,4010	4,3854
1970	4,2588	4,2401
1971	4,3484	4,3235
1972	4,5213	4,5003
1973	4,5295	4,5143
1974	4,9658	4,9555
1975	5,2724	5,2367
1976	5,0108	4,9960
1977	4,9651	4,9198
1978	4,8400	4,8012
1979	4,6488	4,6175
1980	4,2896	4,2726

A házas termékenység korszpecifikus arányszámai 15 és 42 éves kor közötti értékeinek összegeit tekintve a független változó értékeinek és a negyedfokú ortogonális polinomok 15-től 42-ig terjedő határozott integráljának értékeit a függő változó értékeinek megállapítható, hogy közöttük $r = 0,99969$ szorosságú kapcsolat van, mely az

$$y = - 0,132184324 + 1,033039446 x$$

lineáris regressziós egyenessel jellemezhető.

Kitűnik tehát, hogy a 15 és 42 éves kor közötti illeszkedés egészében véve valamivel szorosabb mint a 15 és 50 éves kor közötti:

$$0,99969 > 0,99916.$$

Ez igen jelentős mértékben azzal függ össze, hogy a 42 és 50 éves kor közötti illeszkedés korántsem olyan szoros mint a 15 és 42 éves kor közötti. Ennek részletesebb megvilágítása céljából vessük egybe a negyedfokú regressziós polinomok határozott integráljainak 42 és 50 integrálási határok közötti értékeit a házasság termékenység korszpecifikus arányszámainak 42 és 50 éves kor közötti tényleges összegeivel. Kitűnik, hogy a jelzett határok közötti integrál értéke és az arányszámok jelzett határok közötti összege az alábbiak szerint alakul:

Naptári év	A polinomok integráljainak 42 és 50 integrálási határok közötti értéke	A házasság termékenység korszpecifikus arányszámainak 42 és 50 éves kor közötti összege
1960	0,0483	0,0183
1961	0,0363	0,0164
1962	0,0199	0,0152
1963	0,0067	0,0130
1964	- 0,0008	0,0125
1965	0,0129	0,0108
1966	- 0,0014	0,0112
1967	0,0008	0,0111
1968	0,0033	0,0097
1969	0,0120	0,0099
1970	0,0165	0,0099
1971	0,0092	0,0086
1972	- 0,0224	0,0091
1973	- 0,0274	0,0087
1974	- 0,0154	0,0091
1975	- 0,0289	0,0083
1976	- 0,0253	0,0079
1977	- 0,0089	0,0086
1978	- 0,0245	0,0069
1979	0,0014	0,0070
1980	0,0103	0,0055

Szembevetendő az integrálok értékei és az arányszámok egyszerű összegei közötti korábbi igen jó nagyságrendi egyezés csaknem teljes hiánya. A polinomok integráljainak 42 és 50 integrálási határok közötti 21 közül 9 esetben kimutatható negatív értékei egyértelműen tanúsítják, hogy a polinomok integráljainak 15 és 50 integrálási határok közötti értékei kisebbek 15 és 42 integrálási határok közötti értékei-

nél. Hasonló jellegű "abszurditás" az arányszámok vonatkozó összegei esetében természetesen nem fordulhat elő. A házasság termékenység korszpecifikus arányszámai 42 és 50 éves kor közötti értékeinek tényleges összegeit tekintve a független változó értékeinek és a negyedfokú ortogonális polinomok 42-től 50-ig terjedő határozott integráljainak értékeit a függő változó értékeinek megállapítható továbbá, hogy közöttük csupán $r = 0,71699$ szorosságú kapcsolat áll fenn, amely az

$$y = - 0,046659399 + 4,604719239 x$$

lineáris regressziós egyenessel jellemezhető. A kiszámított lineáris korrelációs együtthatók közötti

$$0,99969 > 0,99916 > 0,71699$$

nagyságrendi relációkból világosan kitűnik, hogy a 15 és 42 éves kor közötti illeszkedés többek között a 42 és 50 kor közötti viszonylag rossz illeszkedés miatt szorosabb a 15 és 50 éves kor közötti illeszkedésnél.

A 15 és 42 éves kor közötti illeszkedés egyébként szorosabb bármely 42 éves kor alatti /természetesen 15 éves kor feletti/ intervallumon belüli illeszkedésnél is. A polinomok határozott integráljainak 20 és 30 integrálási határok közötti értéke és az arányszámok 20 és 30 éves kor közötti egyszerű összege például az alábbiak szerint alakul:

Naptári év	A polinomok integráljainak 20 és 30 integrálási határok közötti értéke	A házas termékenység korszpecifikus arányszámainak 20 és 30 éves kor közötti összege
1960	1,8067	1,7660
1961	1,7464	1,7057
1962	1,5936	1,6081
1963	1,6503	1,6654
1964	1,6328	1,6862
1965	1,6555	1,7082
1966	1,7470	1,7667
1967	1,8479	1,8733
1968	1,8428	1,9136
1969	1,8443	1,8885
1970	1,7830	1,8265
1971	1,7221	1,7821
1972	1,6981	1,7943
1973	1,7148	1,7980
1974	2,0566	2,1181
1975	2,0463	2,1675
1976	1,9790	2,0553
1977	1,8527	1,9656
1978	1,7555	1,8894
1979	1,7677	1,8452
1980	1,7209	1,7559

A házas termékenység korszpecifikus arányszámai 20 és 30 éves kor közötti értékeinek tényleges összegeit tekintve a független változó értékeinek és a negyedfokú ortogonális polinomok 20-tól 30-ig terjedő határozott integráljainak értékét a függő változó értékeinek megállapítható, hogy közöttük $r = 0,95425$ szorosságú kapcsolat áll fenn, mely az

$$y = 0,277711293 + 8,819916817 x$$

lineáris regressziós egyenessel jellemezhető.

Kitűnik tehát, hogy ebben az esetben az illeszkedés indirekt módon jellemzett szorossága kisebb a 15 és 42 éves kor közötti szorosságánál:

$$0,95425 < 0,99669.$$

A fentiek alapján látható, hogy a negyedfokú ortogonális polinomok a házasság termékenység empirikus görbéje egyes szakainak modellezésére eléggé eltérő mértékben alkalmasak, 42 és 50 éves kor közötti szakaszának modellezésére pedig - az adott empirikus görbék esetében - tulajdonképpen nem is alkalmasak. Ilyen ellaposodó empirikus függvénygörbék teljes leírására tehát függvénytulajdonságaik miatt - nem is alkalmasak. A 42 éves koron túli házasság termékenység statisztikai szempontból nem túl nagy jelentősége miatt azonban mégis a házasság termékenység egyik kiemelkedő jelentőségű modelljének tekinthetők.

4. A házasság termékenységének tényleges és becsült korszpecifikus arányszámai

/Magyarország, 1980/

Фактические и предпочитаемые коэффициенты плодovitости замужних женщин по возрасту

/Венгрия, 1980/

Actual and estimated age-specific rates of marital fertility

/Hungary, 1980/

Életkor /év/ y + 0,5	$f_Y /y/$	$f_{B_Y} /y/$	$f_{GOM_Y} /y/$	$f_{P_Y} /y/$
15,5	0,5982	0,5635	0,5022	0,5640
16,5	0,4718	0,4917	0,4604	0,5000
17,5	0,4321	0,4348	0,4199	0,4422
18,5	0,3826	0,3850	0,3808	0,3899
19,5	0,3336	0,3405	0,3434	0,3428
20,5	0,3000	0,3004	0,3077	0,3005
21,5	0,2654	0,2641	0,2740	0,2626
22,5	0,2333	0,2314	0,2422	0,2288
23,5	0,2034	0,2019	0,2126	0,1987
24,5	0,1792	0,1753	0,1851	0,1720
25,5	0,1547	0,1514	0,1598	0,1484
26,5	0,1354	0,1300	0,1368	0,1275
27,5	0,1119	0,1109	0,1160	0,1091
28,5	0,0931	0,0940	0,0974	0,0930
29,5	0,0795	0,0791	0,0809	0,0789
30,5	0,0630	0,0660	0,0665	0,0666
31,5	0,0509	0,0545	0,0540	0,0559
32,5	0,0427	0,0446	0,0433	0,0465
33,5	0,0346	0,0360	0,0343	0,0384
34,5	0,0272	0,0287	0,0268	0,0314
35,5	0,0224	0,0226	0,0206	0,0253
36,5	0,0177	0,0174	0,0156	0,0200
37,5	0,0128	0,0132	0,0116	0,0155
38,5	0,0103	0,0098	0,0085	0,0116
39,5	0,0074	0,0070	0,0061	0,0083
40,5	0,0055	0,0049	0,0043	0,0055
41,5	0,0039	0,0033	0,0030	0,0032
42,5	0,0023	0,0021	0,0020	0,0015
43,5	0,0015	0,0013	0,0013	0,0002
44,5	0,0009	0,0007	0,0008	0,0
45,5	0,0004	0,0003	0,0005	0,0
46,5	0,0002	0,0001	0,0003	0,0
47,5	0,0001	0,0000	0,0002	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0001	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0

Az eltérés-négyzetek összege

- 0,0018⁷ 0,0100⁸ 0,0025⁹

$$^7 \sum_y [f_Y /y/ - f_{B_Y} /y/]^2$$

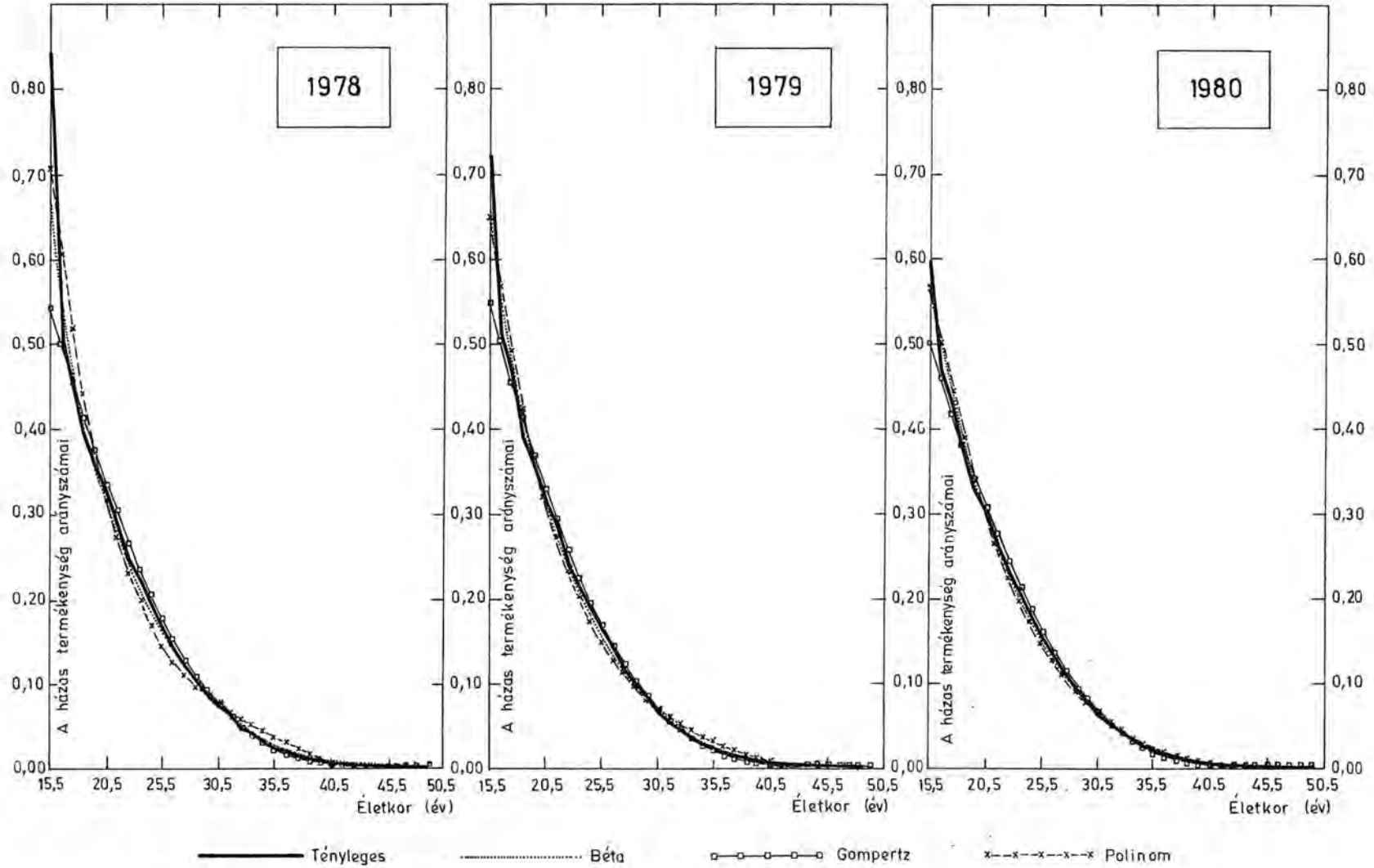
$$^8 \sum_y [f_Y /y/ - f_{GOM_Y} /y/]^2$$

$$^9 \sum_y [f_Y /y/ - f_{P_Y} /y/]^2$$

II. A felhasznált függvények illeszkedése a házasság termékenységének tényleges korszpecifikus arányszámaihoz

Приложение используемых функций к фактическим возрастным коэффициентам плодовитости замужних женщин

Fitting of the functions used to the actual agespecific rates of marital fertility



IV. A HÁZAS TERMÉKENYSÉG BEMUTATOTT MODELLEINEK ÉRTÉKELÉSE

Hogyan ítélhető meg a házasság termékenysége transzverzálisan becsült korszekifikus arányszámait bemutatott három modelljének a tudományos értéke?

A házasság termékenysége korszekifikus arányszámaitak modellezésére hazánkban és szakirodalmi ismereteink szerint külföldön sem tett publikált eredmények alapján tanulmányozható kísérletet eddig még senki, saját eredményeinket más kutatók eredményeivel ezért nem áll módunkban összehasonlítani. Igaz, hogy Coale és Trussel termékenységi modelljei /9/ a házasság termékenysége megfigyelt alakulásából kiindulva épülnek fel, de a kész modellek végül is nem a házasság, hanem az általános korszekifikus termékenysége modelljei.¹⁰ A három bemutatott modell egymáshoz viszonyított értéke, minthogy a görbéknek mindhárom esetben ugyanazokhoz az adatokhoz történő illesztéséről volt szó, a házasság termékenysége tényleges és a modellek segítségével becsült értékei közötti eltérések négyzetek összegének az egybevetése útján is megvalósítható. Az eltérés-négyzetek összegére vonatkozó számításaink eredményeit az 5. tábla foglalja össze. A táblában az illeszkedés szorossága tekintetében első helyen álló vagyis az eltérés-négyzetek legkisebb összegét biztosító korszekifikus házasság termékenységi modellek eltérés-négyzetek összegét vonallal, a második helyen állókat szaggatott vonallal, a harmadik helyen állókat pontsorral húztuk alá. Kitűnik, hogy a 21 naptári év adataihoz való illeszkedés szorossága tekintetében a béta függvény 16 esetben foglalja el az első helyet, 4 esetben a második helyet és 1 esetben a harmadik helyet. A Gompertz függvény 1 esetben foglalja el az első helyet és 20 esetben a harmadik helyet. A negyedfokú ortogonális polinom 4 esetben foglalja el az első helyet és 17 esetben a második helyet. Az eltérés-négyzetek összegének a 21 naptári évre vonatkozó összege a béta-closzolás sűrűségfüggvénye esetében a legkisebb /0,2917/, amit a negyedfokú ortogonális polinom követ /0,3423/ és a Gompertz függvény zár /0,7091/.

¹⁰ Részletes ismertetésüket lásd a Demográfia 1975. évi 1.számában /126-128. p./.

5. Az eltérés-négyzetek összege a házas termékenység korpsecifikus arányszámainak modellezésére használt függvények esetében
/Magyarország, 1960-1980/

Сумма квадратов отклонений, используемая при моделировании коэффициентов плодovitости замужных женщин по возрасту
/Венгрия, 1960-1980/

The sum of quadratic differences of functions used for the modelling of age-specific rates of marital fertility
/Hungary, 1960-1980/

A mutatók megnevezése A naptá- ri év megnevezése	$\sum_y [f_Y /y/ - f_{B_Y} /y/]^2$	$\sum_y [f_Y /y/ - f_{GOM_Y} /y/]^2$	$\sum_y [f_Y /y/ - f_{P_Y} /y/]^2$
1960	<u>0,0061</u>	<u>0,0077</u>	<u>0,0040</u>
1961	<u>0,0070</u>	<u>0,0080</u>	<u>0,0047</u>
1962	<u>0,0152</u>	<u>0,0165</u>	<u>0,0162</u>
1963	<u>0,0141</u>	<u>0,0131</u>	<u>0,0131</u>
1964	<u>0,0130</u>	<u>0,0198</u>	<u>0,0153</u>
1965	<u>0,0185</u>	<u>0,0258</u>	<u>0,0207</u>
1966	<u>0,0050</u>	<u>0,0066</u>	<u>0,0051</u>
1967	<u>0,0117</u>	<u>0,0122</u>	<u>0,0109</u>
1968	<u>0,0227</u>	<u>0,0350</u>	<u>0,0239</u>
1969	<u>0,0180</u>	<u>0,0262</u>	<u>0,0191</u>
1970	<u>0,0175</u>	<u>0,0260</u>	<u>0,0183</u>
1971	<u>0,0075</u>	<u>0,0309</u>	<u>0,0113</u>
1972	<u>0,0085</u>	<u>0,0483</u>	<u>0,0164</u>
1973	<u>0,0056</u>	<u>0,0458</u>	<u>0,0116</u>
1974	<u>0,0109</u>	<u>0,0267</u>	<u>0,0108</u>
1975	<u>0,0344</u>	<u>0,0964</u>	<u>0,0394</u>
1976	<u>0,0116</u>	<u>0,0478</u>	<u>0,0163</u>
1977	<u>0,0224</u>	<u>0,0839</u>	<u>0,0337</u>
1978	<u>0,0339</u>	<u>0,0905</u>	<u>0,0375</u>
1979	<u>0,0063</u>	<u>0,0319</u>	<u>0,0115</u>
1980	<u>0,0018</u>	<u>0,0100</u>	<u>0,0025</u>

5. Az eltérés-négyzetek összegének a béta termékenységi függvény esetében adódó
eltérés-négyzetek összegéhez viszonyított aránya
/Magyarország, 1960-1980/

Пропорция суммы отклонения по сравнению с суммой квадратов
отклонений, получаемой по функции плодovitости
/Венгрия, 1960-1980/

Ratio of the sum of quadratic differences to the sum of quadratic
differences arising in the case of the Beta fertility function
/Hungary, 1960-1980/

A nap- tári év megnevezése	A mutatók megnevezése	RBB	RB GOM	RBP
1960		1,000000	0,792208	1,525000
1961		1,000000	0,875000	1,489362
1962		1,000000	0,921212	0,938272
1963		1,000000	1,076336	1,076336
1964		1,000000	0,656566	0,849673
1965		1,000000	0,717054	0,893720
1966		1,000000	0,757576	0,980392
1967		1,000000	0,959016	1,073394
1968		1,000000	0,648571	0,949791
1969		1,000000	0,687023	0,942408
1970		1,000000	0,673077	0,956284
1971		1,000000	0,242718	0,663717
1972		1,000000	0,175983	0,518293
1973		1,000000	0,122271	0,482759
1974		1,000000	0,408240	1,009259
1975		1,000000	0,356846	0,873096
1976		1,000000	0,242678	0,711656
1977		1,000000	0,266985	0,664688
1978		1,000000	0,374586	0,904000
1979		1,000000	0,197492	0,547826
1980		1,000000	0,180000	0,720000
Összesen		21,000000	11,331438	18,769926
Átlagosan		1,000000	0,539592	0,893806

Megjegyzés: Az egy házias nőre jutó leszármazottak transzverzálisan becsült átlagos végső számától független fenti mutatók értékei alapján az illeszkedés szorossága tekintetében az első helyet szintén a beta termékenységi függvény, a második helyet szintén a negyedfokú ortogonális polinom, a harmadik helyet pedig szintén a Gompertz függvény foglalja el. A "százalékos követési távolság" - mint az az utolsó sor súlyozatlan átlagként előállított adataiból is kitűnik -, ha beta-eloszlás sűrűség-függvényének illeszkedését 100,0 %-kal vesszük egyenlőnek, a negyedfokú ortogonális polinom esetében 89,4 %, a Gompertz függvény esetében pedig 54,0 %.

A házasság termékenység korszékifikus alakulását leíró modelljeink illeszkedésbeli szorosságuk tekintetében kialakítható fenti sorrendje feltehetően függ a termékenység 1960-1980 évek alatti magyarországi szintjétől és egyéb sajátosságaitól is.

E dolgozat szerzője még folytatni szándékozik a házasság termékenység direkt módszerekkel történő modellezésére irányuló kutatásait és kísérletet szándékozik tenni a házasság termékenység indirekt modellezésére is.

I R O D A L O M

- /1/ Demográfiai Évkönyv, 1961-1980, KSH, Budapest
- /2/ Calot, G.: Cours de calcul des probabilités. /2.kiadás/ Dunod Paris, 1967, 358.p., 478 p.
- /3/ Mills, F.G.: Statistical Methods, /3.kiadás/, New York, 1955.
- /4/ Croxton, F.E., Cowden, D.J.: Applied general statistics /2.kiadás/ Englewood Cliffs, N.Y., 1960.
- /5/ Wunsch, G.: Courbes de Gompertz et perspectives de fécondité. Recherches Économiques de Louvain, /6. évf./ 1966. évi szeptemberi szám, 457-468. p.
- /6/ Murphy, E.E., Nagnur, D.N.: A Gompertz Fit that Fits: Application to Canadian Fertility Patterns, Demography /9. évf./ 35-50.p., 1972.
- /7/ Farrid, S.M.: On the Pattern of Cohort Fertility. Population Studies /27.évf./ 1973, 159-168. p.
- /8/ Brass, W.: Perspectives in Population Prediction: Illustrated by the Statistics of England and Wales /with Discussion/. Journal of the Royal Society, A /137. évf./ 1974, 532-583.p.
- /9/ Coale, A.J., Trussel, T.J. : Model fertility: Variations in the age structure of childbearing in human populations. Population Index, Vol.40. 1974. No 2. 185-258. p.

F Ü G G E L É K

a házas termékenység korszpecifikus arányszámai
modelljeinek illeszkedését bemutató
táblák és ábrák

Приложение

Таблицы и схемы, показывающие прилегания моделей возрастных
коэффициентов плодovitости замужных женщин

APPENDIX

Tables and figures illustrating the fitting of models
of age-specific rates of marital fertility

Magyarország, 1960

Életkor /év/ y + 0,5	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,3514	0,3695	0,3935	0,3528
16,5	0,3119	0,3573	0,3673	0,3421
17,5	0,3292	0,3354	0,3414	0,3282
18,5	0,3275	0,3115	0,3161	0,3119
19,5	0,3188	0,2873	0,2913	0,2937
20,5	0,2923	0,2636	0,2672	0,2739
21,5	0,2672	0,2407	0,2439	0,2531
22,5	0,2331	0,2187	0,2214	0,2318
23,5	0,2034	0,1979	0,1998	0,2102
24,5	0,1751	0,1782	0,1793	0,1889
25,5	0,1538	0,1596	0,1599	0,1679
26,5	0,1370	0,1423	0,1417	0,1477
27,5	0,1138	0,1261	0,1246	0,1285
28,5	0,0902	0,1111	0,1088	0,1105
29,5	0,0911	0,0973	0,0943	0,0939
30,5	0,0743	0,0846	0,0810	0,0787
31,5	0,0644	0,0730	0,0690	0,0652
32,5	0,0568	0,0624	0,0582	0,0533
33,5	0,0490	0,0529	0,0486	0,0431
34,5	0,0428	0,0443	0,0402	0,0345
35,5	0,0377	0,0367	0,0328	0,0276
36,5	0,0331	0,0300	0,0265	0,0222
37,5	0,0225	0,0241	0,0212	0,0182
38,5	0,0226	0,0190	0,0167	0,0155
39,5	0,0176	0,0147	0,0130	0,0139
40,5	0,0154	0,0111	0,0099	0,0131
41,5	0,0089	0,0081	0,0075	0,0129
42,5	0,0073	0,0056	0,0056	0,0129
43,5	0,0055	0,0038	0,0040	0,0129
44,5	0,0025	0,0023	0,0029	0,0125
45,5	0,0015	0,0013	0,0020	0,0112
46,5	0,0008	0,0006	0,0014	0,0087
47,5	0,0004	0,0002	0,0009	0,0044
48,5	0,0002	0,0001	0,0006	0,0
49,5	0,0001	0,0000	0,0004	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0061	0,0077	0,0040

Magyarország, 1961

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,3767	0,3863	0,4063	0,3674
16,5	0,3091	0,3640	0,3762	0,3513
17,5	0,3327	0,3374	0,3470	0,3331
18,5	0,3261	0,3106	0,3186	0,3132
19,5	0,3252	0,2845	0,2913	0,2921
20,5	0,2850	0,2596	0,2651	0,2703
21,5	0,2600	0,2358	0,2401	0,2480
22,5	0,2243	0,2133	0,2163	0,2256
23,5	0,1959	0,1922	0,1938	0,2034
24,5	0,1737	0,1724	0,1726	0,1818
25,5	0,1492	0,1539	0,1529	0,1609
26,5	0,1275	0,1367	0,1345	0,1409
27,5	0,1129	0,1207	0,1176	0,1221
28,5	0,0952	0,1060	0,1021	0,1046
29,5	0,0820	0,0925	0,0879	0,0886
30,5	0,0725	0,0802	0,0752	0,0740
31,5	0,0613	0,0689	0,0637	0,0611
32,5	0,0529	0,0588	0,0536	0,0497
33,5	0,0457	0,0496	0,0446	0,0400
34,5	0,0389	0,0415	0,0368	0,0319
35,5	0,0341	0,0342	0,0301	0,0254
36,5	0,0274	0,0278	0,0243	0,0202
37,5	0,0262	0,0223	0,0195	0,0164
38,5	0,0199	0,0175	0,0154	0,0138
39,5	0,0166	0,0135	0,0120	0,0122
40,5	0,0119	0,0101	0,0092	0,0113
41,5	0,0107	0,0073	0,0070	0,0110
42,5	0,0065	0,0051	0,0053	0,0110
43,5	0,0043	0,0034	0,0039	0,0109
44,5	0,0029	0,0021	0,0028	0,0104
45,5	0,0015	0,0012	0,0020	0,0092
46,5	0,0007	0,0006	0,0014	0,0068
47,5	0,0004	0,0002	0,0010	0,0029
48,5	0,0001	0,0000	0,0007	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0004	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0070	0,0080	0,0047

Magyarország, 1962

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,4824	0,4271	0,3997	0,4118
16,5	0,2769	0,3758	0,3694	0,3768
17,5	0,3312	0,3378	0,3400	0,3438
18,5	0,3170	0,3049	0,3115	0,3126
19,5	0,3010	0,2754	0,2841	0,2832
20,5	0,2761	0,2484	0,2579	0,2556
21,5	0,2370	0,2237	0,2328	0,2298
22,5	0,2145	0,2009	0,2091	0,2057
23,5	0,1837	0,1799	0,1867	0,1833
24,5	0,1627	0,1606	0,1658	0,1625
25,5	0,1426	0,1427	0,1462	0,1434
26,5	0,1200	0,1263	0,1281	0,1258
27,5	0,1032	0,1112	0,1115	0,1098
28,5	0,0928	0,0974	0,0963	0,0952
29,5	0,0755	0,0849	0,0826	0,0820
30,5	0,0681	0,0734	0,0702	0,0701
31,5	0,0592	0,0630	0,0592	0,0595
32,5	0,0482	0,0537	0,0494	0,0501
33,5	0,0423	0,0453	0,0409	0,0419
34,5	0,0358	0,0379	0,0335	0,0348
35,5	0,0298	0,0313	0,0272	0,0286
36,5	0,0249	0,0255	0,0218	0,0234
37,5	0,0224	0,0204	0,0173	0,0190
38,5	0,0174	0,0161	0,0135	0,0153
39,5	0,0143	0,0124	0,0104	0,0123
40,5	0,0116	0,0093	0,0080	0,0099
41,5	0,0091	0,0068	0,0060	0,0080
42,5	0,0066	0,0047	0,0044	0,0065
43,5	0,0041	0,0031	0,0032	0,0053
44,5	0,0023	0,0020	0,0023	0,0042
45,5	0,0012	0,0011	0,0016	0,0032
46,5	0,0006	0,0005	0,0011	0,0022
47,5	0,0002	0,0002	0,0008	0,0011
48,5	0,0001	0,0000	0,0005	0,0
49,5	0,0001	0,0000	0,0003	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0152	0,0165	0,0162

Magyarország, 1963

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,4402	0,3821	0,3789	0,3784
16,5	0,2725	0,3585	0,3536	0,3534
17,5	0,3008	0,3313	0,3287	0,3286
18,5	0,3039	0,3043	0,3041	0,3040
19,5	0,3084	0,2781	0,2800	0,2798
20,5	0,2851	0,2531	0,2564	0,2563
21,5	0,2429	0,2294	0,2336	0,2334
22,5	0,2126	0,2070	0,2116	0,2114
23,5	0,1907	0,1860	0,1905	0,1902
24,5	0,1657	0,1665	0,1704	0,1701
25,5	0,1484	0,1482	0,1513	0,1511
26,5	0,1285	0,1313	0,1334	0,1332
27,5	0,1093	0,1157	0,1167	0,1165
28,5	0,0979	0,1013	0,1013	0,1010
29,5	0,0843	0,0881	0,0871	0,0868
30,5	0,0709	0,0761	0,0742	0,0739
31,5	0,0608	0,0653	0,0626	0,0622
32,5	0,0516	0,0555	0,0523	0,0518
33,5	0,0419	0,0467	0,0431	0,0427
34,5	0,0362	0,0388	0,0352	0,0347
35,5	0,0309	0,0319	0,0283	0,0279
36,5	0,0268	0,0259	0,0225	0,0221
37,5	0,0220	0,0206	0,0177	0,0174
38,5	0,0186	0,0161	0,0136	0,0136
39,5	0,0144	0,0124	0,0103	0,0106
40,5	0,0108	0,0092	0,0077	0,0083
41,5	0,0082	0,0066	0,0057	0,0066
42,5	0,0057	0,0046	0,0041	0,0053
43,5	0,0044	0,0030	0,0029	0,0042
44,5	0,0014	0,0018	0,0020	0,0033
45,5	0,0006	0,0010	0,0013	0,0024
46,5	0,0005	0,0005	0,0009	0,0011
47,5	0,0003	0,0002	0,0006	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0003	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0141	0,0131	0,0131

Magyarország, 1964

Életkor /év/ y + 0,5	$f_Y /y/$	$f_{B_Y} /y/$	$f_{GOM_Y} /y/$	$f_{P_Y} /y/$
15,5	0,5366	0,4625	0,4107	0,4579
16,5	0,3285	0,4050	0,3816	0,4121
17,5	0,3460	0,3625	0,3529	0,3703
18,5	0,3121	0,3259	0,3249	0,3320
19,5	0,3054	0,2932	0,2976	0,2971
20,5	0,2922	0,2634	0,2711	0,2653
21,5	0,2450	0,2362	0,2456	0,2364
22,5	0,2196	0,2113	0,2212	0,2102
23,5	0,1882	0,1884	0,1980	0,1864
24,5	0,1672	0,1673	0,1760	0,1649
25,5	0,1484	0,1480	0,1554	0,1455
26,5	0,1328	0,1304	0,1361	0,1280
27,5	0,1142	0,1142	0,1183	0,1122
28,5	0,0958	0,0995	0,1020	0,0979
29,5	0,0828	0,0862	0,0871	0,0851
30,5	0,0717	0,0741	0,0737	0,0736
31,5	0,0608	0,0633	0,0617	0,0633
32,5	0,0492	0,0536	0,0511	0,0540
33,5	0,0430	0,0449	0,0419	0,0456
34,5	0,0354	0,0372	0,0339	0,0382
35,5	0,0292	0,0305	0,0271	0,0315
36,5	0,0239	0,0246	0,0214	0,0255
37,5	0,0203	0,0196	0,0166	0,0202
38,5	0,0156	0,0153	0,0127	0,0155
39,5	0,0132	0,0117	0,0096	0,0114
40,5	0,0097	0,0087	0,0071	0,0079
41,5	0,0073	0,0062	0,0052	0,0048
42,5	0,0052	0,0043	0,0037	0,0024
43,5	0,0034	0,0028	0,0026	0,0004
44,5	0,0021	0,0017	0,0018	0,0
45,5	0,0010	0,0009	0,0012	0,0
46,5	0,0005	0,0004	0,0008	0,0
47,5	0,0001	0,0002	0,0005	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0003	0,0
49,5	0,0001	0,0000	0,0002	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0130	0,0198	0,0153

Magyarország, 1965

Életkor /év/ y + 0,5	$f_Y /y/$	$f_{B_Y} /y/$	$f_{GOM_Y} /y/$	$f_{P_Y} /y/$
15,5	0,5600	0,4714	0,4184	0,4689
16,5	0,3219	0,4150	0,3889	0,4218
17,5	0,3488	0,3718	0,3598	0,3786
18,5	0,3229	0,3341	0,3312	0,3392
19,5	0,3151	0,3002	0,3034	0,3032
20,5	0,2920	0,2693	0,2764	0,2705
21,5	0,2625	0,2410	0,2503	0,2407
22,5	0,2211	0,2151	0,2252	0,2137
23,5	0,1951	0,1913	0,2014	0,1893
24,5	0,1662	0,1695	0,1788	0,1672
25,5	0,1478	0,1495	0,1575	0,1472
26,5	0,1271	0,1312	0,1377	0,1292
27,5	0,1139	0,1146	0,1194	0,1130
28,5	0,0996	0,0995	0,1025	0,0984
29,5	0,0829	0,0858	0,0873	0,0854
30,5	0,0730	0,0735	0,0735	0,0736
31,5	0,0599	0,0625	0,0613	0,0631
32,5	0,0488	0,0526	0,0505	0,0538
33,5	0,0410	0,0439	0,0411	0,0454
34,5	0,0358	0,0362	0,0330	0,0379
35,5	0,0283	0,0295	0,0262	0,0313
36,5	0,0229	0,0237	0,0204	0,0254
37,5	0,0180	0,0187	0,0157	0,0202
38,5	0,0157	0,0145	0,0119	0,0156
39,5	0,0121	0,0110	0,0088	0,0117
40,5	0,0095	0,0081	0,0065	0,0083
41,5	0,0068	0,0057	0,0046	0,0055
42,5	0,0044	0,0039	0,0032	0,0032
43,5	0,0029	0,0025	0,0022	0,0015
44,5	0,0019	0,0015	0,0015	0,0004
45,5	0,0011	0,0008	0,0010	0,0
46,5	0,0004	0,0004	0,0006	0,0
47,5	0,0000	0,0001	0,0004	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0002	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0185	0,0258	0,0207

Magyarország, 1966

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,5000	0,4627	0,4316	0,4598
16,5	0,3765	0,4201	0,4013	0,4200
17,5	0,3647	0,3812	0,3715	0,3825
18,5	0,3304	0,3452	0,3422	0,3471
19,5	0,3353	0,3116	0,3135	0,3138
20,5	0,2916	0,2805	0,2857	0,2827
21,5	0,2689	0,2515	0,2588	0,2536
22,5	0,2373	0,2247	0,2330	0,2266
23,5	0,1959	0,2000	0,2084	0,2014
24,5	0,1756	0,1772	0,1850	0,1782
25,5	0,1536	0,1562	0,1631	0,1567
26,5	0,1353	0,1370	0,1426	0,1371
27,5	0,1196	0,1195	0,1236	0,1191
28,5	0,1003	0,1036	0,1062	0,1028
29,5	0,0886	0,0892	0,0903	0,0880
30,5	0,0713	0,0762	0,0761	0,0747
31,5	0,0626	0,0646	0,0633	0,0628
32,5	0,0508	0,0543	0,0522	0,0523
33,5	0,0416	0,0451	0,0424	0,0431
34,5	0,0369	0,0371	0,0340	0,0350
35,5	0,0294	0,0301	0,0270	0,0280
36,5	0,0236	0,0240	0,0210	0,0221
37,5	0,0190	0,0189	0,0161	0,0171
38,5	0,0156	0,0145	0,0122	0,0130
39,5	0,0119	0,0109	0,0090	0,0096
40,5	0,0090	0,0080	0,0066	0,0069
41,5	0,0065	0,0056	0,0047	0,0048
42,5	0,0045	0,0038	0,0033	0,0031
43,5	0,0031	0,0024	0,0022	0,0019
44,5	0,0019	0,0014	0,0015	0,0009
45,5	0,0012	0,0008	0,0010	0,0001
46,5	0,0004	0,0003	0,0006	0,0
47,5	0,0000	0,0001	0,0004	0,0
48,5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0
49,5	0,0001	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0050	0,0066	0,0051

Magyarország, 1967

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,5311	0,4647	0,4451	0,4704
16,5	0,3581	0,4317	0,4147	0,4311
17,5	0,3772	0,3958	0,3846	0,3938
18,5	0,3421	0,3607	0,3551	0,3587
19,5	0,3492	0,3272	0,3261	0,3256
20,5	0,3200	0,2955	0,2978	0,2944
21,5	0,2639	0,2658	0,2705	0,2652
22,5	0,2414	0,2380	0,2441	0,2379
23,5	0,2211	0,2122	0,2188	0,2125
24,5	0,1846	0,1883	0,1948	0,1888
25,5	0,1664	0,1662	0,1722	0,1669
26,5	0,1456	0,1460	0,1510	0,1467
27,5	0,1263	0,1274	0,1312	0,1281
28,5	0,1086	0,1105	0,1131	0,1111
29,5	0,0954	0,0952	0,0965	0,0956
30,5	0,0823	0,0814	0,0815	0,0816
31,5	0,0673	0,0690	0,0681	0,0690
32,5	0,0559	0,0579	0,0563	0,0577
33,5	0,0463	0,0482	0,0459	0,0477
34,5	0,0366	0,0396	0,0370	0,0389
35,5	0,0313	0,0321	0,0294	0,0312
36,5	0,0249	0,0256	0,0230	0,0245
37,5	0,0205	0,0201	0,0177	0,0189
38,5	0,0159	0,0155	0,0134	0,0142
39,5	0,0123	0,0116	0,0100	0,0103
40,5	0,0091	0,0085	0,0073	0,0071
41,5	0,0061	0,0060	0,0052	0,0047
42,5	0,0043	0,0040	0,0037	0,0028
43,5	0,0032	0,0026	0,0025	0,0014
44,5	0,0019	0,0015	0,0017	0,0004
45,5	0,0010	0,0008	0,0011	0,0
46,5	0,0004	0,0004	0,0007	0,0
47,5	0,0002	0,0001	0,0004	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0003	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0117	0,0122	0,0109

Magyarország, 1968

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,6319	0,5204	0,4558	0,5297
16,5	0,3726	0,4633	0,4255	0,4738
17,5	0,3852	0,4169	0,3954	0,4231
18,5	0,3562	0,3756	0,3657	0,3775
19,5	0,3475	0,3379	0,3364	0,3363
20,5	0,3194	0,3034	0,3077	0,2993
21,5	0,2830	0,2717	0,2798	0,2660
22,5	0,2345	0,2424	0,2528	0,2361
23,5	0,2164	0,2156	0,2269	0,2094
24,5	0,1947	0,1909	0,2022	0,1854
25,5	0,1680	0,1683	0,1787	0,1639
26,5	0,1526	0,1476	0,1567	0,1446
27,5	0,1324	0,1288	0,1362	0,1274
28,5	0,1137	0,1117	0,1172	0,1118
29,5	0,0989	0,0962	0,0999	0,0979
30,5	0,0826	0,0823	0,0843	0,0852
31,5	0,0706	0,0698	0,0703	0,0738
32,5	0,0566	0,0587	0,0579	0,0635
33,5	0,0467	0,0489	0,0470	0,0540
34,5	0,0389	0,0403	0,0377	0,0454
35,5	0,0304	0,0327	0,0298	0,0376
36,5	0,0253	0,0262	0,0232	0,0304
37,5	0,0208	0,0206	0,0177	0,0239
38,5	0,0160	0,0159	0,0133	0,0180
39,5	0,0123	0,0120	0,0098	0,0128
40,5	0,0090	0,0088	0,0071	0,0081
41,5	0,0068	0,0062	0,0050	0,0042
42,5	0,0043	0,0042	0,0034	0,0010
43,5	0,0023	0,0027	0,0023	0,0
44,5	0,0015	0,0016	0,0015	0,0
45,5	0,0009	0,0009	0,0010	0,0
46,5	0,0003	0,0004	0,0006	0,0
47,5	0,0002	0,0001	0,0004	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0002	0,0
49,5	0,0001	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0227	0,0350	0,0239

Magyarország, 1969

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,6036	0,5152	0,4599	0,5199
16,5	0,3938	0,4606	0,4283	0,4677
17,5	0,3624	0,4150	0,3971	0,4199
18,5	0,3541	0,3740	0,3664	0,3764
19,5	0,3739	0,3366	0,3362	0,3366
20,5	0,3203	0,3021	0,3069	0,3004
21,5	0,2777	0,2703	0,2784	0,2676
22,5	0,2589	0,2411	0,2509	0,2377
23,5	0,2030	0,2142	0,2247	0,2107
24,5	0,1745	0,1895	0,1997	0,1863
25,5	0,1755	0,1669	0,1762	0,1642
26,5	0,1407	0,1462	0,1541	0,1443
27,5	0,1306	0,1274	0,1337	0,1263
28,5	0,1093	0,1103	0,1149	0,1102
29,5	0,0980	0,0949	0,0977	0,0956
30,5	0,0801	0,0811	0,0823	0,0825
31,5	0,0691	0,0687	0,0685	0,0708
32,5	0,0584	0,0576	0,0564	0,0602
33,5	0,0454	0,0479	0,0458	0,0508
34,5	0,0377	0,0393	0,0367	0,0424
35,5	0,0311	0,0319	0,0290	0,0348
36,5	0,0238	0,0255	0,0225	0,0281
37,5	0,0208	0,0200	0,0172	0,0222
38,5	0,0151	0,0154	0,0130	0,0169
39,5	0,0124	0,0116	0,0096	0,0124
40,5	0,0093	0,0084	0,0069	0,0085
41,5	0,0059	0,0060	0,0049	0,0053
42,5	0,0044	0,0040	0,0034	0,0027
43,5	0,0024	0,0026	0,0023	0,0008
44,5	0,0015	0,0015	0,0015	0,0
45,5	0,0009	0,0008	0,0010	0,0
46,5	0,0003	0,0004	0,0006	0,0
47,5	0,0002	0,0001	0,0004	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0002	0,0
49,5	0,0001	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0180	0,0262	0,0191

Magyarország, 1970

Életkor /év/ y + 0,5	$f_Y /y/$	$f_{B_Y} /y/$	$f_{GOM_Y} /y/$	$f_{P_Y} /y/$
15,5	0,5883	0,5003	0,4428	0,5054
16,5	0,3573	0,4473	0,4127	0,4539
17,5	0,3828	0,4029	0,3829	0,4075
18,5	0,3524	0,3629	0,3535	0,3651
19,5	0,3444	0,3263	0,3247	0,3265
20,5	0,3183	0,2927	0,2964	0,2913
21,5	0,2672	0,2617	0,2691	0,2593
22,5	0,2321	0,2332	0,2426	0,2302
23,5	0,2046	0,2070	0,2173	0,2039
24,5	0,1728	0,1830	0,1932	0,1801
25,5	0,1631	0,1610	0,1704	0,1586
26,5	0,1457	0,1409	0,1490	0,1392
27,5	0,1244	0,1226	0,1292	0,1217
28,5	0,1077	0,1061	0,1110	0,1060
29,5	0,0906	0,0912	0,0943	0,0918
30,5	0,0756	0,0777	0,0793	0,0792
31,5	0,0663	0,0658	0,0659	0,0678
32,5	0,0544	0,0551	0,0541	0,0576
33,5	0,0441	0,0457	0,0439	0,0485
34,5	0,0369	0,0375	0,0351	0,0404
35,5	0,0290	0,0304	0,0276	0,0332
36,5	0,0228	0,0242	0,0214	0,0268
37,5	0,0189	0,0190	0,0163	0,0212
38,5	0,0147	0,0146	0,0122	0,0163
39,5	0,0121	0,0109	0,0089	0,0120
40,5	0,0081	0,0080	0,0064	0,0084
41,5	0,0055	0,0056	0,0045	0,0055
42,5	0,0043	0,0038	0,0031	0,0031
43,5	0,0028	0,0024	0,0021	0,0014
44,5	0,0015	0,0014	0,0014	0,0003
45,5	0,0008	0,0007	0,0009	0,0
46,5	0,0003	0,0003	0,0005	0,0
47,5	0,0001	0,0001	0,0003	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0002	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0175	0,0260	0,0183

Magyarország, 1971

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,6316	0,5653	0,4617	0,5610
16,5	0,4372	0,4766	0,4282	0,4942
17,5	0,3979	0,4180	0,3952	0,4347
18,5	0,3556	0,3701	0,3629	0,3817
19,5	0,3422	0,3287	0,3315	0,3347
20,5	0,3134	0,2921	0,3011	0,2931
21,5	0,2685	0,2592	0,2718	0,2564
22,5	0,2299	0,2295	0,2439	0,2242
23,5	0,1956	0,2027	0,2173	0,1959
24,5	0,1775	0,1784	0,1922	0,1711
25,5	0,1472	0,1563	0,1687	0,1495
26,5	0,1353	0,1364	0,1469	0,1305
27,5	0,1235	0,1184	0,1268	0,1140
28,5	0,1034	0,1022	0,1085	0,0995
29,5	0,0878	0,0877	0,0919	0,0867
30,5	0,0734	0,0747	0,0770	0,0755
31,5	0,0625	0,0631	0,0639	0,0655
32,5	0,0530	0,0528	0,0523	0,0566
33,5	0,0438	0,0438	0,0424	0,0486
34,5	0,0357	0,0359	0,0338	0,0414
35,5	0,0274	0,0291	0,0266	0,0347
36,5	0,0239	0,0232	0,0207	0,0286
37,5	0,0173	0,0182	0,0158	0,0230
38,5	0,0144	0,0140	0,0119	0,0178
39,5	0,0116	0,0105	0,0087	0,0130
40,5	0,0083	0,0077	0,0063	0,0087
41,5	0,0056	0,0054	0,0045	0,0050
42,5	0,0035	0,0037	0,0031	0,0018
43,5	0,0024	0,0023	0,0021	0,0
44,5	0,0014	0,0014	0,0014	0,0
45,5	0,0008	0,0007	0,0009	0,0
46,5	0,0003	0,0003	0,0006	0,0
47,5	0,0002	0,0001	0,0003	0,0
48,5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0075	0,0309	0,0113

Magyarország, 1972

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,7135	0,6378	0,5041	0,6295
16,5	0,4967	0,5135	0,4630	0,5446
17,5	0,4325	0,4410	0,4232	0,4701
18,5	0,3426	0,3852	0,3849	0,4051
19,5	0,3569	0,3387	0,3483	0,3487
20,5	0,3071	0,2985	0,3134	0,3000
21,5	0,2689	0,2632	0,2803	0,2581
22,5	0,2337	0,2318	0,2492	0,2222
23,5	0,2006	0,2037	0,2201	0,1917
24,5	0,1766	0,1785	0,1931	0,1657
25,5	0,1616	0,1559	0,1681	0,1438
26,5	0,1312	0,1356	0,1453	0,1252
27,5	0,1218	0,1174	0,1245	0,1094
28,5	0,1063	0,1011	0,1058	0,0960
29,5	0,0865	0,0865	0,0891	0,0845
30,5	0,0731	0,0735	0,0743	0,0745
31,5	0,0603	0,0620	0,0614	0,0657
32,5	0,0503	0,0518	0,0502	0,0577
33,5	0,0417	0,0429	0,0405	0,0504
34,5	0,0328	0,0351	0,0324	0,0435
35,5	0,0266	0,0284	0,0255	0,0370
36,5	0,0219	0,0227	0,0199	0,0306
37,5	0,0180	0,0178	0,0152	0,0243
38,5	0,0146	0,0136	0,0115	0,0182
39,5	0,0104	0,0102	0,0086	0,0124
40,5	0,0084	0,0075	0,0063	0,0068
41,5	0,0057	0,0053	0,0045	0,0017
42,5	0,0038	0,0036	0,0032	0,0
43,5	0,0024	0,0023	0,0022	0,0
44,5	0,0013	0,0014	0,0015	0,0
45,5	0,0008	0,0007	0,0010	0,0
46,5	0,0005	0,0003	0,0007	0,0
47,5	0,0002	0,0001	0,0004	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0003	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0085	0,0483	0,0164

Magyarország, 1973

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,7000	0,6331	0,4956	0,6259
16,5	0,4899	0,5138	0,4573	0,5428
17,5	0,4493	0,4426	0,4199	0,4697
18,5	0,3664	0,3873	0,3836	0,4058
19,5	0,3424	0,3410	0,3486	0,3502
20,5	0,3048	0,3008	0,3149	0,3019
21,5	0,2644	0,2653	0,2828	0,2603
22,5	0,2348	0,2337	0,2523	0,2245
23,5	0,2055	0,2054	0,2235	0,1939
24,5	0,1813	0,1800	0,1966	0,1678
25,5	0,1583	0,1572	0,1717	0,1456
26,5	0,1389	0,1367	0,1486	0,1267
27,5	0,1173	0,1183	0,1276	0,1106
28,5	0,1017	0,1018	0,1085	0,0968
29,5	0,0910	0,0871	0,0914	0,0850
30,5	0,0732	0,0740	0,0762	0,0747
31,5	0,0619	0,0623	0,0629	0,0656
32,5	0,0508	0,0521	0,0513	0,0574
33,5	0,0418	0,0431	0,0413	0,0499
34,5	0,0340	0,0352	0,0328	0,0429
35,5	0,0283	0,0285	0,0257	0,0363
36,5	0,0230	0,0227	0,0199	0,0299
37,5	0,0186	0,0177	0,0151	0,0237
38,5	0,0138	0,0136	0,0113	0,0177
39,5	0,0101	0,0102	0,0083	0,0119
40,5	0,0073	0,0074	0,0060	0,0065
41,5	0,0055	0,0052	0,0043	0,0016
42,5	0,0039	0,0035	0,0030	0,0
43,5	0,0024	0,0022	0,0020	0,0
44,5	0,0013	0,0013	0,0013	0,0
45,5	0,0006	0,0007	0,0009	0,0
46,5	0,0003	0,0003	0,0005	0,0
47,5	0,0002	0,0001	0,0003	0,0
48,5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0056	0,0458	0,0116

Magyarország, 1974

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,6722	0,5874	0,5139	0,6017
16,5	0,4818	0,5260	0,4803	0,5374
17,5	0,4547	0,4737	0,4468	0,4792
18,5	0,3917	0,4264	0,4135	0,4268
19,5	0,3883	0,3831	0,3806	0,3795
20,5	0,3398	0,3432	0,3482	0,3371
21,5	0,3056	0,3065	0,3166	0,2990
22,5	0,2720	0,2728	0,2860	0,2648
23,5	0,2423	0,2418	0,2564	0,2342
24,5	0,2161	0,2134	0,2282	0,2068
25,5	0,1946	0,1874	0,2013	0,1823
26,5	0,1669	0,1637	0,1761	0,1603
27,5	0,1505	0,1423	0,1526	0,1407
28,5	0,1225	0,1228	0,1309	0,1231
29,5	0,1078	0,1053	0,1110	0,1073
30,5	0,0935	0,0896	0,0931	0,0930
31,5	0,0755	0,0756	0,0771	0,0802
32,5	0,0654	0,0632	0,0630	0,0685
33,5	0,0502	0,0523	0,0508	0,0580
34,5	0,0437	0,0428	0,0403	0,0484
35,5	0,0323	0,0345	0,0315	0,0396
36,5	0,0253	0,0274	0,0241	0,0316
37,5	0,0198	0,0214	0,0182	0,0244
38,5	0,0160	0,0164	0,0134	0,0179
39,5	0,0120	0,0122	0,0097	0,0120
40,5	0,0086	0,0089	0,0068	0,0069
41,5	0,0064	0,0062	0,0047	0,0025
42,5	0,0041	0,0041	0,0031	0,0
43,5	0,0023	0,0026	0,0021	0,0
44,5	0,0016	0,0015	0,0013	0,0
45,5	0,0005	0,0008	0,0008	0,0
46,5	0,0004	0,0004	0,0005	0,0
47,5	0,0001	0,0001	0,0003	0,0
48,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0
49,5	0,0001	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0109	0,0267	0,0108

Magyarország, 1975

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f_{B_Y} /y/$	$f_{GOM_Y} /y/$	$f_{P_Y} /y/$
15,5	0,8325	0,6747	0,5271	0,6934
16,5	0,4912	0,5738	0,4945	0,6035
17,5	0,4692	0,5052	0,4617	0,5247
18,5	0,4237	0,4485	0,4288	0,4560
19,5	0,3891	0,3990	0,3960	0,3963
20,5	0,3487	0,3550	0,3635	0,3447
21,5	0,3025	0,3153	0,3315	0,3002
22,5	0,2758	0,2794	0,3002	0,2620
23,5	0,2470	0,2469	0,2698	0,2293
24,5	0,2217	0,2174	0,2405	0,2013
25,5	0,2023	0,1906	0,2125	0,1774
26,5	0,1757	0,1664	0,1860	0,1568
27,5	0,1516	0,1444	0,1612	0,1391
28,5	0,1323	0,1247	0,1381	0,1237
29,5	0,1099	0,1070	0,1170	0,1101
30,5	0,0960	0,0911	0,0978	0,0979
31,5	0,0827	0,0770	0,0807	0,0869
32,5	0,0662	0,0644	0,0656	0,0766
33,5	0,0554	0,0534	0,0525	0,0669
34,5	0,0416	0,0438	0,0413	0,0576
35,5	0,0337	0,0354	0,0319	0,0485
36,5	0,0264	0,0283	0,0241	0,0397
37,5	0,0200	0,0221	0,0179	0,0310
38,5	0,0157	0,0170	0,0130	0,0227
39,5	0,0111	0,0128	0,0092	0,0146
40,5	0,0089	0,0093	0,0063	0,0071
41,5	0,0058	0,0066	0,0042	0,0004
42,5	0,0041	0,0044	0,0027	0,0
43,5	0,0019	0,0028	0,0017	0,0
44,5	0,0013	0,0017	0,0010	0,0
45,5	0,0007	0,0009	0,0006	0,0
46,5	0,0002	0,0004	0,0003	0,0
47,5	0,0000	0,0001	0,0002	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0001	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0344	0,0964	0,0394

Magyarország, 1976

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f_{B_Y} /y/$	$f_{GOM_Y} /y/$	$f_{P_Y} /y/$
15,5	0,7467	0,6802	0,5328	0,6576
16,5	0,5065	0,5755	0,4955	0,5775
17,5	0,4610	0,5043	0,4585	0,5063
18,5	0,4296	0,4455	0,4220	0,4432
19,5	0,3873	0,3944	0,3863	0,3875
20,5	0,3386	0,3491	0,3514	0,3385
21,5	0,3050	0,3086	0,3176	0,2955
22,5	0,2654	0,2720	0,2850	0,2578
23,5	0,2354	0,2391	0,2539	0,2249
24,5	0,2055	0,2093	0,2244	0,1962
25,5	0,1829	0,1824	0,1967	0,1713
26,5	0,1614	0,1583	0,1708	0,1495
27,5	0,1380	0,1366	0,1469	0,1305
28,5	0,1189	0,1171	0,1250	0,1139
29,5	0,1042	0,0998	0,1053	0,0994
30,5	0,0819	0,0843	0,0876	0,0865
31,5	0,0711	0,0707	0,0719	0,0749
32,5	0,0621	0,0587	0,0583	0,0646
33,5	0,0477	0,0483	0,0466	0,0552
34,5	0,0386	0,0392	0,0366	0,0465
35,5	0,0292	0,0314	0,0283	0,0385
36,5	0,0235	0,0248	0,0215	0,0311
37,5	0,0182	0,0192	0,0161	0,0241
38,5	0,0145	0,0146	0,0117	0,0176
39,5	0,0101	0,0108	0,0084	0,0115
40,5	0,0078	0,0078	0,0059	0,0060
41,5	0,0049	0,0054	0,0040	0,0012
42,5	0,0038	0,0036	0,0027	0,0
43,5	0,0020	0,0022	0,0017	0,0
44,5	0,0013	0,0013	0,0011	0,0
45,5	0,0005	0,0007	0,0007	0,0
46,5	0,0002	0,0003	0,0004	0,0
47,5	0,0001	0,0001	0,0002	0,0
48,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0116	0,0478	0,0163

Magyarország, 1977

Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,8230	0,6935	0,5373	0,6946
16,5	0,4967	0,5652	0,4967	0,5993
17,5	0,4680	0,4872	0,4569	0,5160
18,5	0,4051	0,4261	0,4180	0,4436
19,5	0,3743	0,3747	0,3803	0,3809
20,5	0,3294	0,3300	0,3440	0,3271
21,5	0,2867	0,2905	0,3091	0,2810
22,5	0,2591	0,2554	0,2759	0,2417
23,5	0,2282	0,2239	0,2445	0,2084
24,5	0,1973	0,1957	0,2151	0,1803
25,5	0,1756	0,1704	0,1876	0,1567
26,5	0,1520	0,1478	0,1623	0,1367
27,5	0,1326	0,1275	0,1391	0,1199
28,5	0,1128	0,1093	0,1180	0,1056
29,5	0,0919	0,0932	0,0991	0,0934
30,5	0,0818	0,0788	0,0823	0,0828
31,5	0,0647	0,0662	0,0676	0,0733
32,5	0,0554	0,0550	0,0548	0,0648
33,5	0,0451	0,0453	0,0439	0,0568
34,5	0,0364	0,0369	0,0346	0,0492
35,5	0,0302	0,0296	0,0269	0,0419
36,5	0,0223	0,0234	0,0206	0,0347
37,5	0,0161	0,0182	0,0155	0,0276
38,5	0,0129	0,0139	0,0114	0,0207
39,5	0,0098	0,0103	0,0083	0,0140
40,5	0,0072	0,0075	0,0059	0,0076
41,5	0,0052	0,0052	0,0041	0,0019
42,5	0,0038	0,0035	0,0028	0,0
43,5	0,0024	0,0022	0,0018	0,0
44,5	0,0014	0,0013	0,0012	0,0
45,5	0,0005	0,0007	0,0007	0,0
46,5	0,0004	0,0003	0,0005	0,0
47,5	0,0001	0,0001	0,0003	0,0
48,5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0224	0,0839	0,0337

Magyarország, 1978

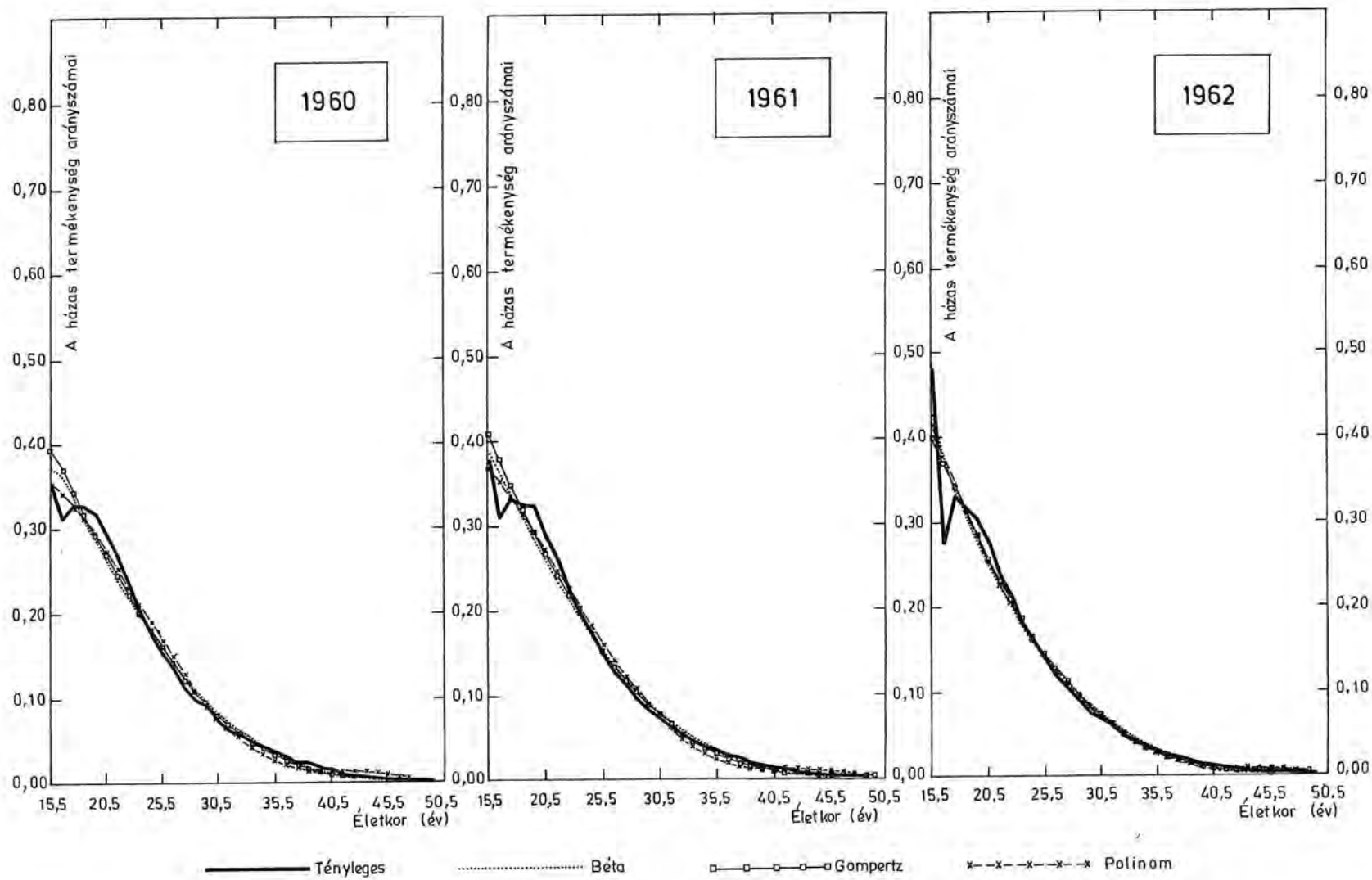
Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,8426	0,6630	0,5457	0,7066
16,5	0,5100	0,5403	0,5012	0,6050
17,5	0,4514	0,4658	0,4579	0,5167
18,5	0,3965	0,4073	0,4161	0,4404
19,5	0,3593	0,3582	0,3760	0,3748
20,5	0,3270	0,3154	0,3376	0,3187
21,5	0,2821	0,2777	0,3013	0,2711
22,5	0,2478	0,2441	0,2670	0,2310
23,5	0,2219	0,2141	0,2349	0,1973
24,5	0,1938	0,1871	0,2052	0,1692
25,5	0,1678	0,1629	0,1777	0,1459
26,5	0,1402	0,1412	0,1526	0,1266
27,5	0,1212	0,1218	0,1298	0,1106
28,5	0,1027	0,1045	0,1094	0,0972
29,5	0,0849	0,0890	0,0913	0,0860
30,5	0,0731	0,0753	0,0753	0,0763
31,5	0,0629	0,0632	0,0614	0,0678
32,5	0,0485	0,0526	0,0495	0,0602
33,5	0,0407	0,0433	0,0394	0,0530
34,5	0,0338	0,0353	0,0309	0,0461
35,5	0,0249	0,0283	0,0239	0,0394
36,5	0,0212	0,0224	0,0182	0,0326
37,5	0,0152	0,0174	0,0136	0,0258
38,5	0,0119	0,0133	0,0100	0,0190
39,5	0,0090	0,0099	0,0073	0,0123
40,5	0,0061	0,0071	0,0052	0,0059
41,5	0,0047	0,0050	0,0036	0,0
42,5	0,0031	0,0033	0,0024	0,0
43,5	0,0019	0,0021	0,0016	0,0
44,5	0,0009	0,0012	0,0010	0,0
45,5	0,0005	0,0006	0,0007	0,0
46,5	0,0002	0,0003	0,0004	0,0
47,5	0,0002	0,0001	0,0002	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0001	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0339	0,0905	0,0375

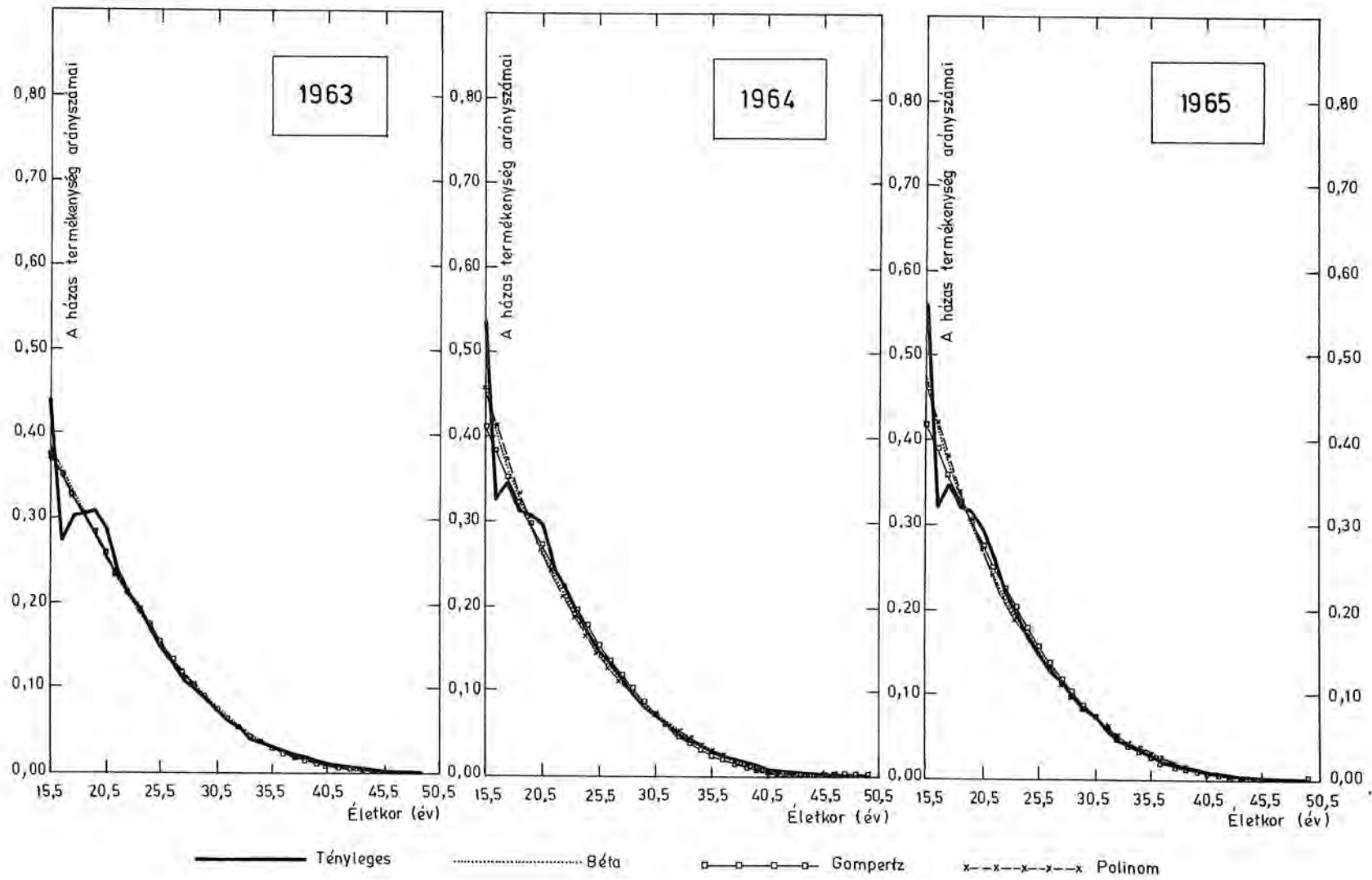
Magyarország, 1979

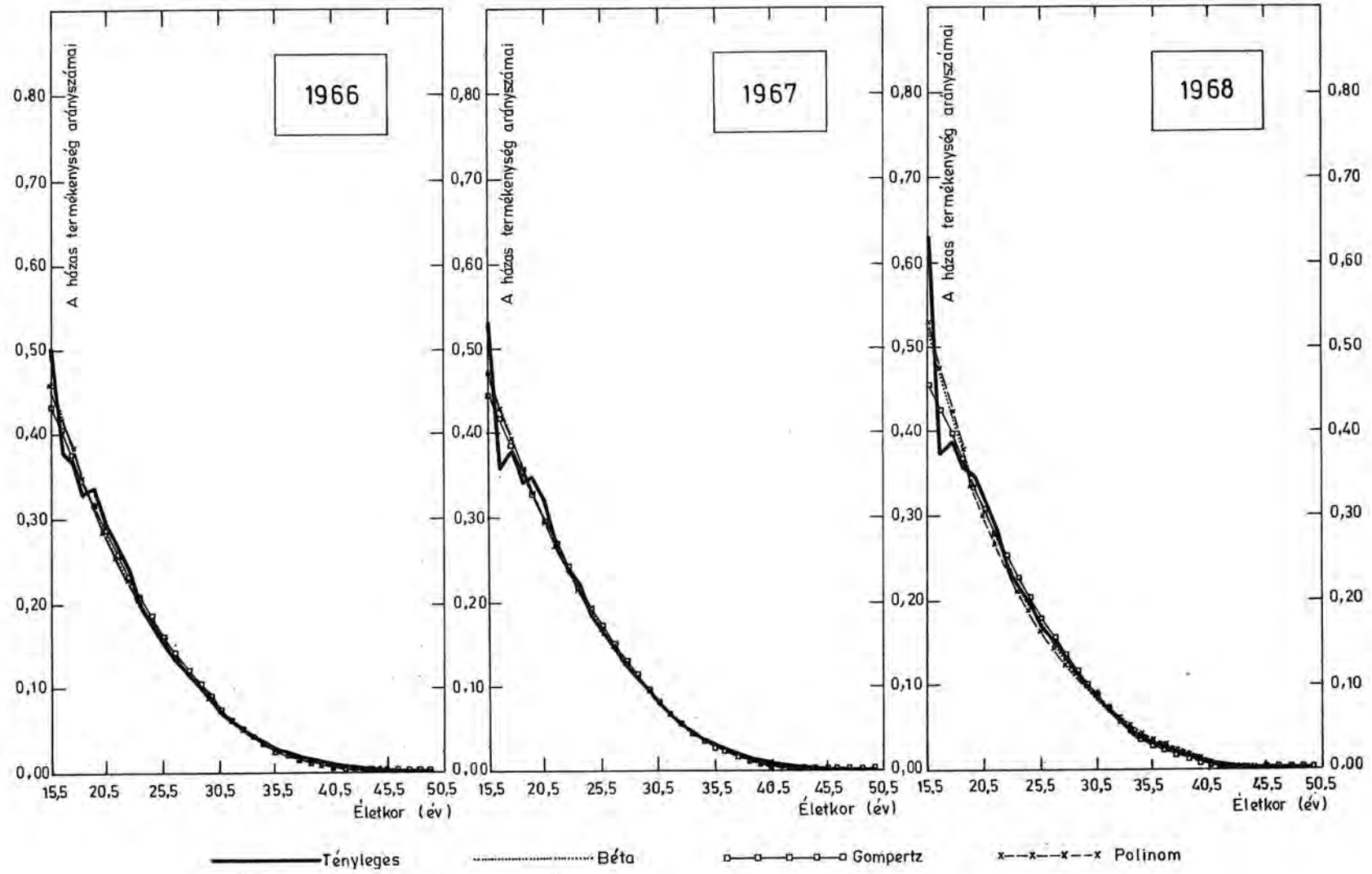
Életkor /év/ $y + 0,5$	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,7238	0,6553	0,5502	0,6503
16,5	0,5135	0,5436	0,5021	0,5660
17,5	0,4682	0,4705	0,4559	0,4913
18,5	0,3895	0,4113	0,4117	0,4255
19,5	0,3595	0,3607	0,3696	0,3677
20,5	0,3178	0,3163	0,3299	0,3171
21,5	0,2804	0,2770	0,2925	0,2731
22,5	0,2414	0,2421	0,2577	0,2349
23,5	0,2137	0,2108	0,2254	0,2020
24,5	0,1901	0,1829	0,1957	0,1736
25,5	0,1663	0,1579	0,1685	0,1492
26,5	0,1407	0,1357	0,1439	0,1283
27,5	0,1135	0,1160	0,1218	0,1105
28,5	0,0987	0,0984	0,1022	0,0952
29,5	0,0826	0,0830	0,0849	0,0821
30,5	0,0663	0,0694	0,0697	0,0708
31,5	0,0546	0,0575	0,0567	0,0610
32,5	0,0454	0,0472	0,0456	0,0523
33,5	0,0357	0,0383	0,0362	0,0447
34,5	0,0291	0,0307	0,0283	0,0378
35,5	0,0256	0,0243	0,0219	0,0315
36,5	0,0180	0,0189	0,0167	0,0256
37,5	0,0145	0,0144	0,0125	0,0202
38,5	0,0108	0,0108	0,0092	0,0152
39,5	0,0079	0,0078	0,0067	0,0105
40,5	0,0057	0,0055	0,0048	0,0062
41,5	0,0042	0,0037	0,0033	0,0024
42,5	0,0031	0,0024	0,0023	0,0
43,5	0,0015	0,0015	0,0015	0,0
44,5	0,0014	0,0008	0,0010	0,0
45,5	0,0005	0,0004	0,0006	0,0
46,5	0,0003	0,0002	0,0004	0,0
47,5	0,0001	0,0001	0,0002	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0001	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0063	0,0319	0,0115

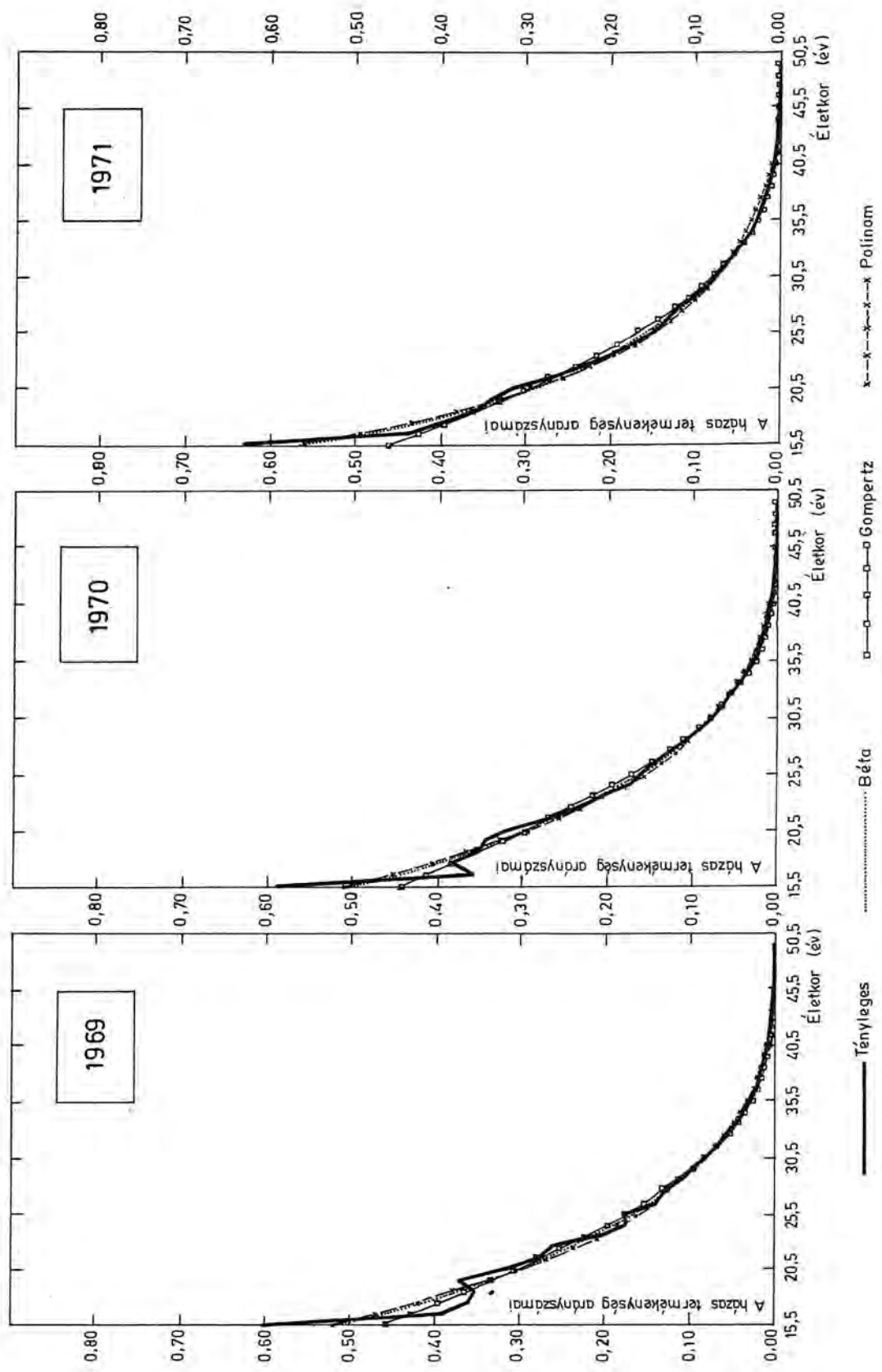
Magyarország, 1980

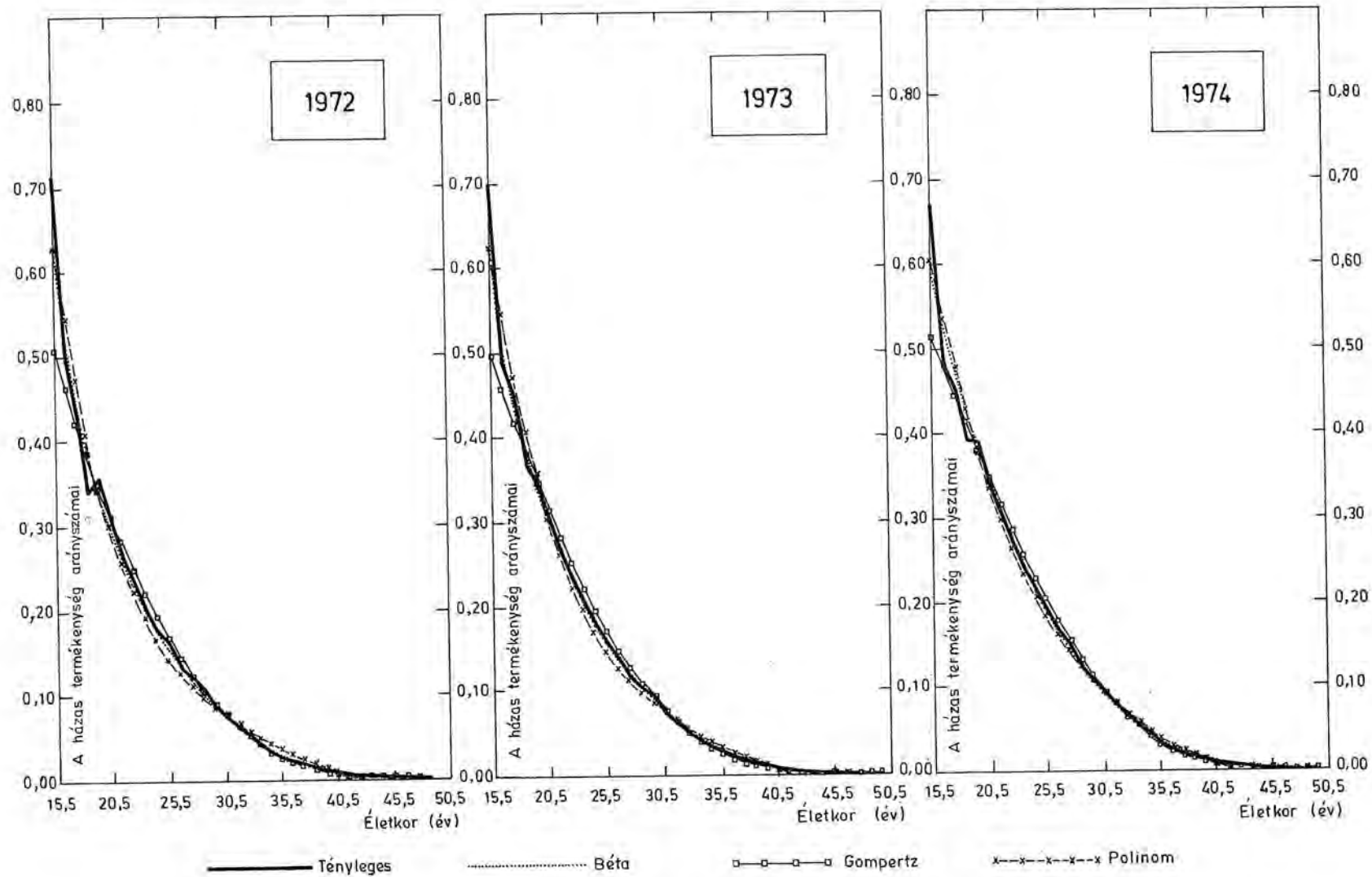
Életkor /év/ y + 0,5	$f_Y /y/$	$f B_Y /y/$	$f GOM_Y /y/$	$f P_Y /y/$
15,5	0,5982	0,5635	0,5022	0,5640
16,5	0,4718	0,4917	0,4604	0,5000
17,5	0,4321	0,4348	0,4199	0,4422
18,5	0,3826	0,3850	0,3808	0,3899
19,5	0,3336	0,3405	0,3434	0,3428
20,5	0,3000	0,3004	0,3077	0,3005
21,5	0,2654	0,2641	0,2740	0,2626
22,5	0,2333	0,2314	0,2422	0,2288
23,5	0,2034	0,2019	0,2126	0,1987
24,5	0,1792	0,1753	0,1851	0,1720
25,5	0,1547	0,1514	0,1598	0,1484
26,5	0,1354	0,1300	0,1368	0,1275
27,5	0,1119	0,1109	0,1160	0,1091
28,5	0,0931	0,0940	0,0974	0,0930
29,5	0,0795	0,0791	0,0809	0,0789
30,5	0,0630	0,0660	0,0665	0,0666
31,5	0,0509	0,0545	0,0540	0,0559
32,5	0,0427	0,0446	0,0433	0,0465
33,5	0,0346	0,0360	0,0343	0,0384
34,5	0,0272	0,0287	0,0268	0,0314
35,5	0,0224	0,0226	0,0206	0,0253
36,5	0,0177	0,0174	0,0156	0,0200
37,5	0,0128	0,0132	0,0116	0,0155
38,5	0,0103	0,0098	0,0085	0,0116
39,5	0,0074	0,0070	0,0061	0,0083
40,5	0,0055	0,0049	0,0043	0,0055
41,5	0,0039	0,0033	0,0030	0,0032
42,5	0,0023	0,0021	0,0020	0,0015
43,5	0,0015	0,0013	0,0013	0,0002
44,5	0,0009	0,0007	0,0008	0,0
45,5	0,0004	0,0003	0,0005	0,0
46,5	0,0002	0,0001	0,0003	0,0
47,5	0,0001	0,0000	0,0002	0,0
48,5	0,0001	0,0000	0,0001	0,0
49,5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0
Az eltérés- négyzetek összege	-	0,0018	0,0100	0,0025

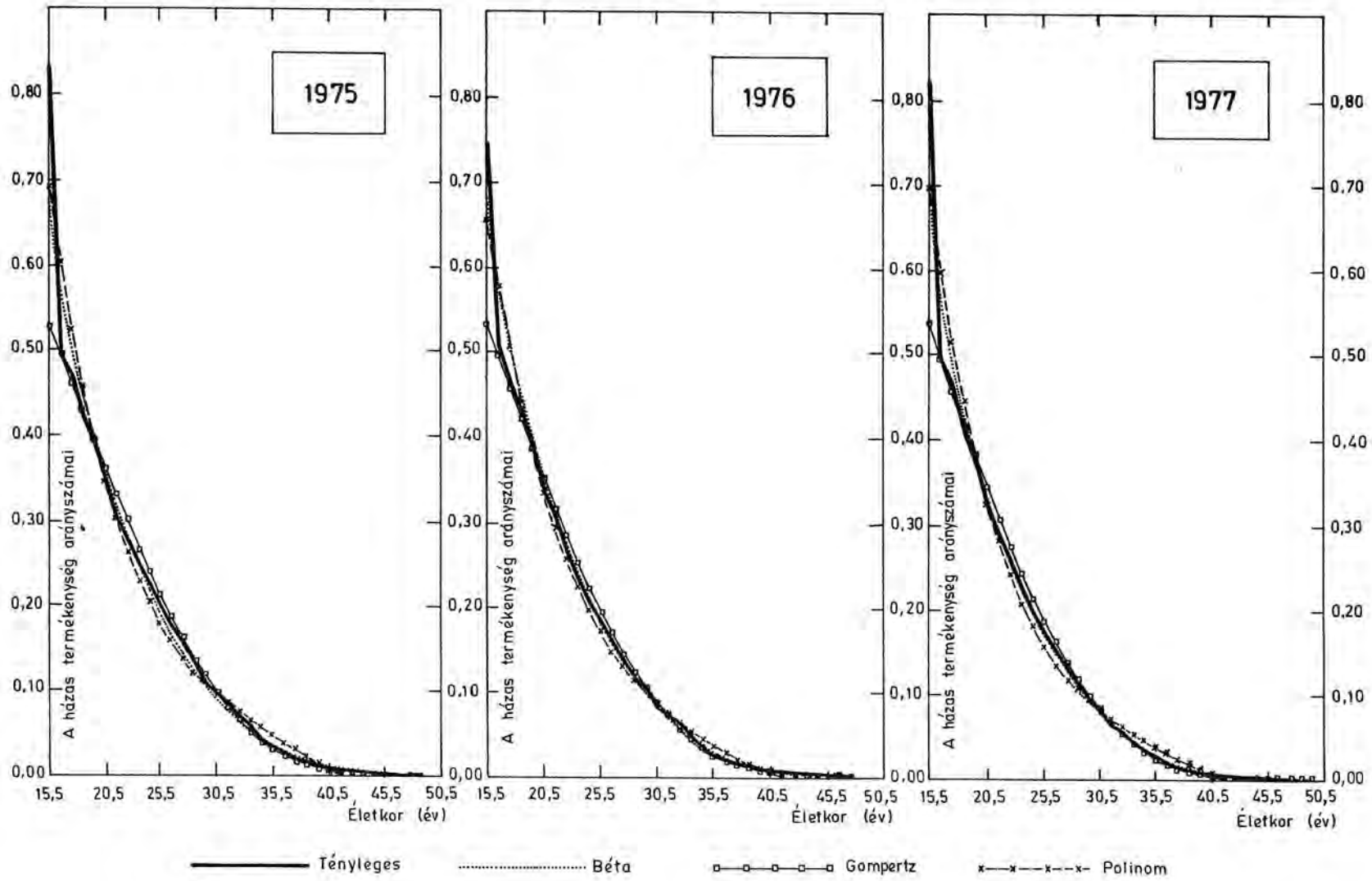


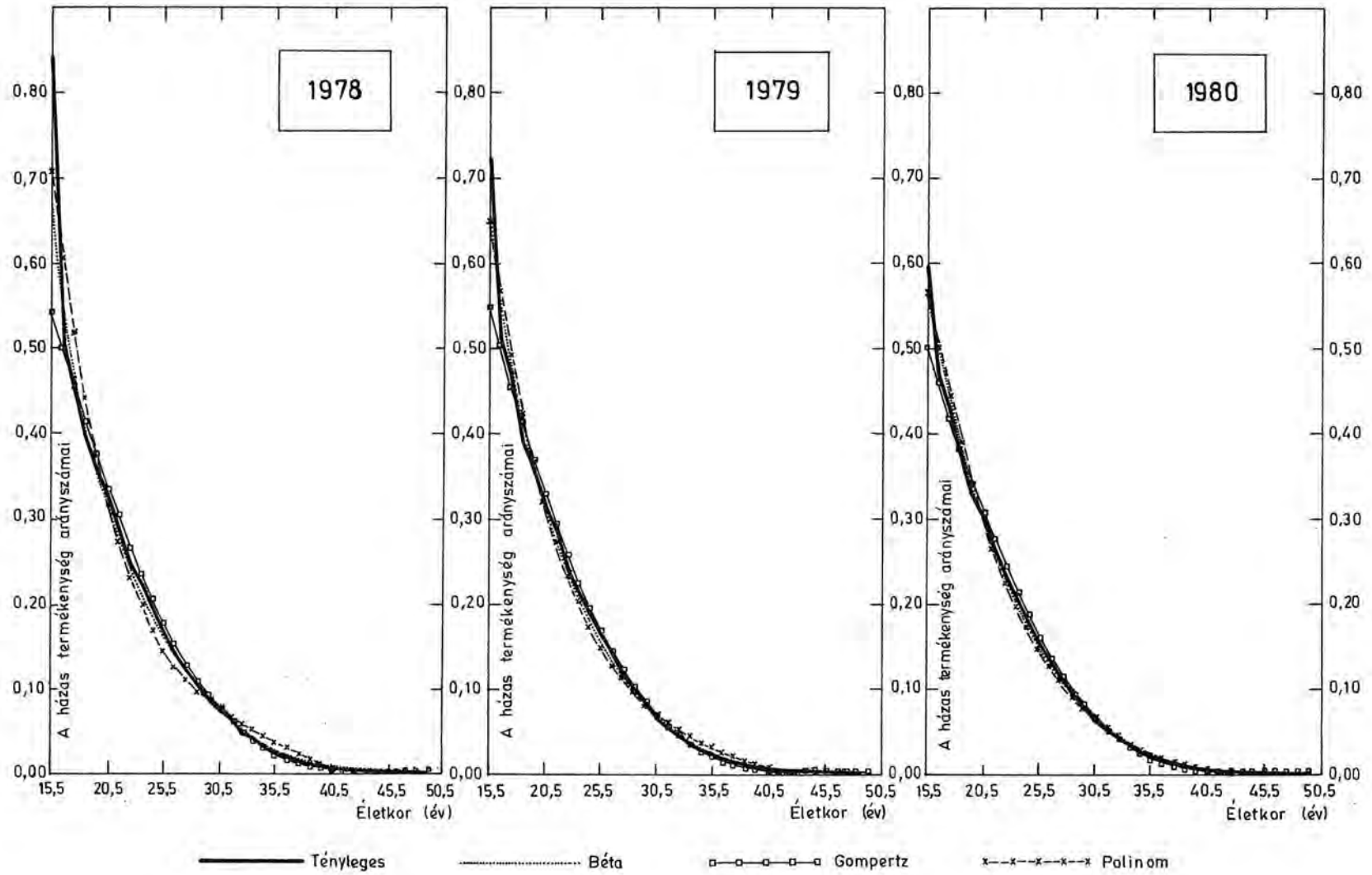












Резюме

Эта статья представляет читателю модель прилегания трансверсально оценивающих возрастных коэффициентов плодовитости замужних женщин с помощью трех директивных методов: функцией β , функцией Гомпертца и ортогональным многочленом на четвертой степени.

Прилегание функции β сделалось использованием метода моментов. Предусловием этого мы исчисляли трансверсальную сумму коэффициентов исходя из эмпирических значений возрастных коэффициентов плодовитости замужних женщин, средний возраст замужних женщин при рождении детей и варианцию последнего показателя. Поскольку подставленные значения функции β могут принимать значения от 0 до 1, с целью сокращения процесса исчисления параметров стала необходимой и некоторая предварительная модификация первичных переменных /почти во всех случаях выполнялась/. Условия $p < 1$ и $q > 1$.

Прилегание функции Гомпертца сделалось использованием так называемого метода частичных сумм. Определение значений параметров этой функции произошло после распределения и суммирования естественных логарифмов данных всех трех групп.

Прилегание ортогонального многочлена на четвертой степени кроме характера эмпирической кривой возрастных коэффициентов плодовитости замужних женщин стало возможным и характером данных эквидистансных значений абсциссы.

Исследование двумя способами измерило тесноту прилегания использовавшихся функций. Между 1960-1980 годами в случае единичных календарных годов, поскольку речь шла о прилегании трех кривых к одним и тем же данным, составление иерархии тесноты прилегания этих функций было возможным по пути сравнения фактических и оценивавших с помощью моделей значений плодовитости замужних женщин. Выявлялось, что в отношении тесноты прилегания к данным 21 лет функция β 16 раз занимает первое место. Функция Гомпертца занимает 1 раз первое и 20 раз третье место. Ортогональный многочлен на четвертой степени 4 раз занимает первое место и 17 раз второе место. Если наоборот мы исчисляем и сумму квадратов отклонений пропорционально к сумме квадратов отклонений, полученной при прилегании функции β и из последнего на основе данных 21 лет исчисляем невзвешенную среднюю арифметическую, становится явным, что если мы считаем тесноту прилегания функции равным 100,0%, в случае ортогонального многочлена на четвертой степени получается 98,4%, у функции Гомпертца получается 54,0% как "дистанция, выраженная в процентах" этих функций.

В связи с прилеганием ортогонального многочлена на четвертой степени статья попытается оценивать тесноту прилегания и другим способом. Этот новый метод оценки базируется на сравнении сумм фактических коэффициентов с значениями определенных интегралов, исчисляемых между соответствующими пределами. Прилегание считается тем теснее, чем меньше разница между суммой фактических коэффициентов и значением определенного интеграла соответствующих пределов прилегающих функций по отрезкам и в целом по кривой.

Статья обращает внимание и на возможное использование показанных моделей при выравнивании и прогностизации возрастных коэффициентов плодовитости замужних женщин. Прогностизация была бы возможной в первую очередь в форме экстраполяции, проделанных с помощью прилегающих моделей к периодам значений параметров прилегающих функций, но возможно и применение других методов.

SUMMARY

The study presents three models for transversally estimated age-specific rates of marital fertility fitted with direct methods: the Beta function, the Gompertz function and the fourth degree orthogonal polynomial.

For the fitting of the Beta function the method of moments was used. Derived from the empirical values of age-specific marital fertility rates the transversal sum of these rates, the average age of married women at the birth of their children and the variance of the latter were calculated as a preliminary step. Since substitution values of the Beta function are between 0 and 1, in order to simplify the calculation of parameters modification of the initial values of variables proved necessary. Conditions $p < 1$ and $p > 1$ were fulfilled in practically all cases.

For the fitting of the Gompertz function the so-called method of partial sums was used. To calculate the parameters, available data were divided into three equal shares and the natural logarithms of data in all three groups were summed up.

Fitting of the fourth degree orthogonal polynomial was possible due to the nature of the empirical curve of age-specific marital fertility and the characteristic of the data to belong to equidistant abscissa values.

The study evaluates the closeness of fitting of the functions in two ways. In the case of data for single calendar years between 1960 and 1980 the ranking of the functions according to the closeness of fitting was done by comparing the sums of quadratic differences between actual and estimated values of marital fertility, since all three types of functions were fitted to the same data. As regards the closeness of fitting to data of 21 calendar years the Beta function took the first place in 16 cases, the second in 4 cases and the third in 1 case; the Gompertz function was first in one case and third in 20 cases, while the fourth degree orthogonal polynomial took the first place in 4, the second in 17 cases. However, if the ratio of the sum of quadratic differences to the sum of quadratic differences arising in the case of fitting the Beta function and unweighted averages of the latter from data of 21 years are calculated, it appears that taking the closeness of fitting of the Beta function as 100.0 %, the "percental following distance" is 89.4 % for the fourth degree orthogonal polynomial and 54.0 % for the Gompertz function.

The study also gives a new method to evaluate the closeness of fitting for the fourth degree orthogonal polynomial. This new method is based upon the comparison of the actual sums of the rates and the value of the definite integral of the polynomial taken between adequate limits of integration. The smaller the difference between the actual sums of the rates and the value of the definite integral of the function taken between adequate limits of integration, both for sequences of the curve and the curve as a whole, the closer the fitting.

The study calls attention to the applicability of the models for trend computation and prognostization of age-specific rates of marital fertility. The latter seems feasible primarily by extrapolation from the models fitted to time series derived from the values of the parameters of the function, but other methods may also be practicable.

Statisztikai Kiadó Vállalat
Felelős vezető: Kecskés József igazgató
Nyomdaüzem - 84-5814-10
Formátum: A/4 Terjedelem: 9 (A/5) iv