

A KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL
NÉPESÉGTUDOMÁNYI KUTATÓ INTÉZETÉNEK
DEMOGRÁFIAI MÓDSZERTANI FÜZETEI

6.

KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL
NÉPESSÉGTUDOMÁNYI KUTATÓ INTÉZET

Igazgató:
Csernák Józsefné

ISSN 0236-7432

Írta:
Valkovics Emil

Lektorálta:
Dr. Kupcsik József
Dr. Vukovich György

**EKVIVALENCIÁK ÉS ELLENTMONDÁSOK
AZ ÖREGEDÉS KÜLÖNBÖZŐ
FOKOZATAI KÖZÖTT**

**BUDAPEST
1995/1**

TARTALOMJEGYZÉK

	Oldal
Előszó	9
I. AZ EKVIVALENCIÁK	13
1. Az ekvivalenciák fogalma és kiszámításának szükségessége	13
2. Az ekvivalenciák változatai	20
2.1 Az ekvivalenciák első változata kiszámításának és analitikai célokra való felhasználásának illusztrálása	28
2.1.1 Az első házasságkötések magyarországi kohorsz táblái független korszpecifikus házasságkötési valószínűségeinek felhasználásával végezhető ekvivalencia számítások ...	28
2.1.2 A transzverzálisan számított általános korszpecifikus termékenységi arányszámok magyarországi értékeinek felhasználásával végezhető ekvivalencia számítások ...	32
2.1.3 Az unimodális aszimmetrikus empirikus görbék felhasz- nálásával végzett ekvivalencia számítások eredményei közötti összefüggések. Néhány következtetés	34
2.2 Az ekvivalenciák második változata kiszámításának és anali- tikai célokra való felhasználásának illusztrálása	51
2.2.1 A továbbélők számára vonatkozó adatok felhasználásával végezhető ekvivalencia számítások	51
2.2.2 Az x éves korban várható átlagos élettartam alakulására vonatkozó adatok felhasználásával végezhető ekviva- lencia számítások	55
3. Az ekvivalencia számítás és a demográfiai modellezés	61
4. Az ekvivalencia számítás és a demográfiai elemzés két hagyományos fő cékitűzése közötti kapcsolat	68
5. Az ekvivalenciák kutatásának szerepe a többváltozós korreláció és regresszió elemzésben	70
6. Az ekvivalencia fogalom általánosítása	71
II. AZ ELLENTMONDÁSOK	76
1. Az ellentmondások fogalma, forrása és kiszámításának szükségessége	76
2. Az ellentmondások fajtái	76
2.1 A gazdasági természetű ismérvek körén belüli ellentmondások ..	76
2.2 A gazdasági és nem gazdasági természetű ismérvek közötti ellent- mondások	96
3. Az ellentmondások tényéből és elemzéséből levonható következtetések	96
III. NÉHÁNY TOVÁBBI KUTATÁSI FELADAT	98
IV. ÖSSZEFOGLALÁS	99
IRODALOM	100

FÜGGELÉK	105	
1.	Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1925—1935 években született magyarországi férfiak első házasságai megkötésének független korszpecifikus valószínűségei alapján	107
2.	Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1925—1935 években született magyarországi nők első házasságai megkötésének független korszpecifikus valószínűségei alapján	119
3.	Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok 1974—1983 évekre vonatkozó magyarországi értékei alapján	131
4.	A továbbbélők számához tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi népessége és női népessége halandósági táblája alapján	143
5.	A várható átlagos élettartamokhoz tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi népessége és női népessége halandósági táblája alapján	151

TÁBLÁZATOK

1.	A születéskor várható átlagos élettartam és a szóban forgó ekvivalens életkorok (év)	15
2.1	Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1925-ben született magyarországi férfiak első házasságkötései független korszpecifikus valószínűségei alapján	24
3.1	Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1925-ben született magyarországi nők első házasságkötései független korszpecifikus valószínűségei alapján	26
4.	Néhány magyarországi férfi születési évjárat első házasságkötései modális életkorának és modális házasságkötési valószínűségének meghatározása	29
5.	Néhány magyarországi női születési évjárat első házasságkötései modális életkorának és modális házasságkötési valószínűségének meghatározása	30
6.10	Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok 1983. évi magyarországi értékei alapján	32
7.	Az anyák gyermekeinek megszületésekor modális életkora és a modális termékenységi szint meghatározása	34
8.	Az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok 1983. évi magyarországi empirikus görbéje numerikus deriválásával kapcsolatos számítások	40
9.	A továbbbélők számához tartozó életkorok Magyarország népessége 1948—1949., 1959—1960., 1969—1970. és 1980. évi halandósági táblái alapján	51
10.	A várható átlagos élettartamokhoz tartozó életkorok Magyarország népessége II. világháború utáni halandósági táblái alapján	56
11.	Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok tényleges és a Pearson család két görbetípusa segítségével becsült 1983. évi magyarországi értékei alapján	62
12.	Stabil népességek főbb gazdasági jellemzői 75,06 évet kivétő átlagos élettartam és a szaporodási arányszám optimális nagyságai esetén. (A gazdasági események 1959—1960. évi magyarországi korszpecifikus arányszámait alapján számítva.)	81
13.	Stabil népességek főbb demográfiai jellemzői 75,06 évet kitevő átlagos élettartam és a szaporodási arányszámok optimális nagyságai esetén. (A gazdasági események 1959—1960. évi magyarországi korszpecifikus arányszámait alapján számítva.)	83

ÁBRÁK

I.	A továbbélők által leélt évek számának (xI_x) alakulása az 1980. évi magyarországi halandósági táblák alapján	14
II.	A továbbélési rend I_x görbéje és a koordináta tengelyek által határolt összterület három különböző alakú területre történő felosztása	16
III.	Az 1925-ben született férfiak és nők első házasságkötései független korszecifikus valószínűségeinek felhasználásával számított ekvivalens életkorok	31
IV.	Az általános korszecifikus termékenységi arányszámok 1983. évi magyarországi értékeinek felhasználásával végzett ekvivalencia számítás néhány eredménye	33
V.	Az ekvivalens életkorok és a várakozási idők közötti trigonometriai jellegű kapcsolatok az általános korszecifikus termékenységi arányszámok 1983. évi görbéje alapján	44
VI/a	Az ekvivalencia számítás néhány eredménye a férfi népesség x éves korban várható átlagos élettartamára vonatkozó adatok felhasználásával számítva	57
VI/b	Az ekvivalencia számítás néhány eredménye a férfi népesség x éves korban várható átlagos élettartamára vonatkozó adatok felhasználásával számítva	58
VII.	Az egy nőre jutó élveszületések korévenkénti évi száma ténylegesen és az alkalmazott termékenységi modellek szerint (Magyarország, 1983)	64
VIII.	A 20—39 éves férfiak aránya a mindkét nembeli keleti-típusú stabil népességekben 75,06 évet kitevő átlagos élettartam és különböző szaporodási arányszámok esetén	74
IX.	A gazdaságilag aktív és inaktív népesség aránya a mindkét nembeli keleti-típusú stabil népességekben 75,06 évet kitevő átlagos élettartam és különböző szaporodási arányszámok esetén. (A gazdasági aktivitás 1960. I. 1-i magyarországi korszecifikus arányszámai alapján.)	75
X.	A gazdaságilag aktív népesség és az össznépesség átlagos életkora a mindkét nembeli keleti-típusú stabil népességekben 75,06 évet kitevő átlagos élettartam és különböző szaporodási arányszámok esetén. (A gazdasági aktivitás 1960. I. 1-i magyarországi korszecifikus arányszámai alapján.)	91
XI.	Néhány gazdasági jellemző alakulása a mindkét nembeli keleti-típusú stabil népességekben 75,06 évet kitevő átlagos élettartam és különböző szaporodási arányszámok esetén. (A gazdasági események 1959—1960. évi magyarországi korszecifikus arányszámai alapján.)	94

E kiadvány kézírata egy évtizede zárult le. Elkészítéséhez annak idején elsősorban *Mátrahegyi Katalin* intézeti kolléganőmtől kaptam igen jelentős segítséget, aki a számítások terhét osztotta meg velem. Az ábrákat *Batha Kálmánné* készítette. Megjelentetése az OTKA támogatásának köszönhetően 1995-ben vált lehetővé. Számos nehéz formulát tartalmazó kéziratának IBM AT computeren word-processing technikával történő legépelését *Schmidt E. Tamásné* és *Kardulesz Ferencné* intézeti kolléganőimnek, tábláinak legépelését pedig *Várnainé Anek Ágnes* intézeti kolléganőmnek köszönhetem. Legyen szabad segítségüket e helyen is elismerni és hálásan megköszönni.

Előszó

Az öregedés különböző fokozatai közötti ekvivalenciák kutatása első közelítésre arra irányuló munkának tűnt, melynek eredményei lehetővé teszik, hogy a demográfiában szokásos "egy kérdés egy válasz" típusú tájékozódási sémát az "egy kérdés két (vagy kettőnél is több) válasz" sémával is kiegészítsük. A demográfusok körében, vagy a demográfusok és nem demográfusok párbeszédében tradicionálisan felmerülő kérdések legtöbbször olyan jellegűek, hogy azokra egy válasz adható. Ilyen kérdések lehetnek például a következők:

- Mekkora a valószínűsége annak, hogy valamely nemhez és születési évjáráthoz tartozva, vagy valamely naptári év feltételei mellett, 0 éves korunkban meghaljunk?
- Mekkora a valószínűsége annak, hogy nőtlenség, vagy hajadonok valamely születési évjáráthoz tartozva, vagy valamely naptári év feltételei mellett, például 27 éves korukban házasságot kössenek?
- Mekkora a valószínűsége annak, hogy valamely nemhez és valamely házassági kohorszhoz tartozva a házasságtartam 0., 1., 2. stb. évében elváljunk (v. megözvegyüljünk)?
- Mekkora a valószínűsége annak, hogy valamely nemhez és születési évjáráthoz tartozva a válást (ill. özvegyülést) követő 0., 1., 2. stb. év során újraházasodjunk?
- Mekkora a valószínűsége annak, hogy valamely nemhez és születési évjáráthoz tartozva, vagy valamely naptári év feltételei mellett valamely életkorban lakóhelyet változtassunk?

Az ilyen tradicionális jellegű kérdésekre, ha valóban eléggé konkrétak, minden esetben egy válasz adható.

Ha például a férfiak 0 éves korban való elhalálozásának valószínűsége érdekel bennünket az 1980. év feltételei mellett, Magyarország férfi népessége 1980. évi halandósági táblája alapján válaszunk az, hogy ez a valószínűség 0,02563, vagyis 2,563%. A nők 0 éves korban való elhalálozásának valószínűsége az 1980. év feltételei mellett, 1980. évi halandósági táblájuk alapján ugyanakkor 0,02018, vagyis 2,018%.

Ha például 1925-ben született férfiak első házasságai megkötésének 27 éves korokra vonatkozó valószínűsége érdekel bennünket, a vonatkozó kohorsz nupcialitási tábla alapján válaszunk az, hogy ez a valószínűség 0,20412, vagyis 20,412%. Az 1925-ben született nők első házasságai megkötésének 27 éves korokra vonatkozó valószínűsége, e női születési évjárat vonatkozó nupcialitási táblája alapján 0,14178, vagyis 14,178%.

Hasonlóképpen adhatunk a többi és a hozzájuk más kérdésekre is minden esetben egy választ, ha a válasz adásra egyébként lehetőségünk van.

Az öregedés különböző fokozatai közötti ekvivalenciák kutatása során maguk a felmerülő kérdések olyan jellegűek, hogy — amennyiben módunkban áll válaszolni rájuk — feltételezik a válaszok pluralitását.

Mely életkorban egyenlő például a férfiak elhalálozásának valószínűsége, az 1980. év feltételei mellett 0,02563-dal, vagyis 2,563%-kel? Mint láttuk, 0 éves korban, de nemcsak 0 éves korban, hanem mint az Magyarország férfi népessége 1980. évi halandósági táblája alapján viszonylag könnyen kiszámítható 59,81 éves korban is.

Mely életkorban egyenlő a nők elhalálozásának valószínűsége, az 1980. év feltételei mellett, 0,02018-dal vagyis 2,018%-kel? Mint láttuk, 0 éves korban, de nemcsak 0 éves korban, hanem 65,09 éves korban is.

Mely életkorban egyenlő az 1925-ben született magyarországi férfiak és nők első házasságai megkötésének valószínűsége például 0,065-dal. A férfiak esetében 20,51 éves és 38,26 éves korban, a nők esetében 17,87 és 34,52 éves korban stb. Ezekben az esetekben, mint látható, egy-egy kérdésre két-két választ adunk, és a válaszban szereplő két életkor

minden esetben ekvivalens egymással abból a szempontból, hogy hozzájuk ugyanaz a valószínűség tartozik. Tapasztalni fogjuk hogy egyes esetekben kettőnél több olyan életkor is kiszámítható és megadható, melyekhez a különböző valószínűségeknek, arányszámoknak, redukált eseményszámoknak stb. ugyanaz az értéke tartozik, s hogy nemcsak különböző életkorok, hanem különböző specifikus élettartamok, születéskor várható átlagos élettartamok, bruttó és nettó reprodukciós együtthatók, szaporodási ráták stb. is lehetnek ekvivalensek egymással.

Az ekvivalencia számítás természetesen nemcsak valamely konkrét természetes népmozgalmi, illetve vándormozgalmi jelenség életkor, specifikus élettartamok stb. szerinti manifestálódásainak az elemzésén alapulhat. Olyan népmozgalmi jelenségek esetében, melyek megnyilvánulásai különféle konkrét formákat ölthetnek, vizsgálhatók az utóbbiak azonosulásának életkori, specifikus élettartamai stb. is. A halandóság halálokok szerinti vizsgálata során például érdeklődésünk arra is irányulhat, hogy melyek azok az életkorok, esetleg több évet felölelő életszakaszok, melyek alatt a rosszindulatú daganatokban való elhalálozás valószínűsége azonos a keringési rendszer betegségeiben való elhalálozás valószínűségével, aminek természetesen velejárója annak a kimutatása, hogy melyek azok az évek, mely alatt az egyik parciális haláloki halálozási valószínűség kisebb a másikinál, illetve nagyobb a másikinál, s hogy melyek azok az életkori határok, melyek között a szóban forgó haláloki csoportokból származó halálozások egyaránt előfordulnak. A hasonló vizsgálatokat természetesen mindkét esetben azonos születési évjáratok, illetve naptári időszakok adatai alapján nemeként külön-külön számított haláloki halandósági táblák alapján az egymástól független és nem független parciális haláloki halálozási valószínűségek alapulvételével egyaránt célszerű elvégezni.

Érdeklődésünk kiterjedhet természetesen olyan kérdésekre is, hogy mely életkorban (illetve: életkorokban) azonosul a korszpecifikus halálozási arányszámok értéke, a korszpecifikus házasságkötési, termékenységi, vándorlási stb. arányszámok értékével, vagy: a házasságtartam melyik évében azonosulnak a gyermek születésének gyakoriságai a válásával, az özvegyülésével, a lakóhelyváltoztatásával, illetve ez utóbbi gyakoriságok páronként egymással stb. Mely életkori, illetve specifikus élettartamon belüli határok között manifestálódnak a szóban forgó jelenségek együttesen, ezeken belül mely évek alatt nagyobb az egyik gyakoriság a másikinál és fordítva. Találhatók-e olyan, másokkal egyidejűleg manifestálódó jelenségek, melyek gyakoriságai sosem nagyobbak, vagy mindig nagyobbak egy, vagy több másikénál. Mely életkorban legnagyobb két arányszám különbsége? Abban az intervallumban található-e ez az életkor, amelyikben a két jelenség egyidejűleg manifestálódik és az egyik éppen maximális gyakoriságát, a másik pedig minimális gyakoriságát veszi fel, vagy pedig ezek a maximális, ill. minimális gyakoriságok olyan életkorban fordulnak elő, melyben a két jelenség egyidejű manifestálódásának ténye még nem forog fenn stb.?

Hasonló a helyzet e kiadvány másik nagy kérdésével, az öregedés különböző fokozatai közötti ellentmondások tanulmányozásával kapcsolatban is. Első közelítésre úgy tűnik, hogy az ellentmondások tanulmányozása során a demográfiában szokásos "egy kérdés egy válasz" típusú tájékoztató séma mindvégig megőrzi érvényét, ha ez látszatra nem is mindig van így. Ha például azt kérdezzük, hogy mekkora a 20–39 éves korú férfiaknak azon mindkét nembeli keleti-típusú stacionér népességben belüli aránya, melyben a mindkét nembeli népesség születésekor várható átlagos élettartam (e^0) 18,69 év, akkor Coale és Demény ismert könyvének /1/ felhasználásával viszonylag könnyen kiszámíthatjuk, hogy ez az arány 16% körüli. Ha azt kérdezzük, hogy mekkora ez az arány egy olyan kedvező (24-es)¹ halandósági szívnvonalú keleti-típusú stabil népességben, melyben a bruttó reprodukciós együttható (R) értéke egyenlő 6 leány élveszületéssel, 11% körüli arányt, az intrinsic szaporodási arány —10‰-et kitevő értéke mellett 12% körüli arányt, 50‰-et kitevő értéke mellett 13% körüli arányt, e két véglet között pedig ez utóbbiaktól jelentősen eltérő (jelen-

¹E halandósági szint esetében a mindkét nembeli népesség születéskor várható átlagos élettartama (e^0) egyenlő 75,06 évvel.

tősen nagyobb) arányokat, de minden konkrét szaporodási ráta esetében egy konkrét arányt kapunk eredményül. Az "egy kérdés egy válasz" séma tehát ebben az esetben triviális módon adódik. Érvényben marad olyan kérdések felmerülése esetén is, hogy mekkora például a mindkét nembeli gazdaságilag aktív népességnek az olyan mindkét nembeli keleti-típusú stacionér népességen belüli aránya, melyben a mindkét nembeli népesség születéskor várható átlagos élettartama (e^0) 55,14 év. A férfiak és a nők gazdasági aktivitásának 1960. évi magyarországi korszpecifikus arányszámaival számolva válaszként a 49,84%-ot adhatjuk meg. Abban a kedvező (24-es) halandósági színvonalú keleti-típusú stabil népességben, melyben a bruttó reprodukciós együttható (R) értéke 2,5 leányszületés, ez az arány 40,10%, abban pedig, melynek intrinsic szaporodási aránya 30‰, ez az arány 40,77% stb.

Hasonló a helyzet, ha érdeklődésünk például arra terjed ki, hogy a keleti-típusú stacionér népességek szériájában melyik az, amelyikben a 20—39 éves korú férfiak aránya maximális. Válaszként azt a stacionér népességet jelölhetnénk meg, melyben a mindkét nembeli népesség születéskor várható átlagos élettartama (e^0) 26,17 év.

Némileg más a helyzet, ha az érdekel bennünket, hogy melyik az a kedvező (24-es) halandósági színvonalú keleti-típusú stabil népesség, amelyikben ez az arány maximális. Erre számításaink eredményei alapján azt felelhetnénk, hogy az, melyben a bruttó reprodukciós együttható (R) értéke 1,75 leányélveszületés, vagy az, melynek intrinsic szaporodási aránya 20‰. A bruttó reprodukciós együtthatónak és az intrinsic szaporodási aránynak ezek az értékei azonban összetartozó, egymást kölcsönösen feltételező értékek e stabil népesség számos más demográfiai jellemzőjével együtt. Csalóka látszat tehát, hogy a feltett kérdésre két választ adtunk (s adhattunk volna többet is), mert e válaszoknak csak a formája eltérő, tartalma lényegében azonos; bármilyen formában adjuk is meg a választ, ugyanarról a keleti-típusú stabil népességről van szó. Az "egy kérdés egy válasz" típusú tájékoztatói séma tehát változatlanul érvényben marad. Változatlan érvényű e séma abban az esetben is, ha azt kérdezzük, hogy mely életkorban minimális, vagy maximális például az 1980. évi feltételek mellett a magyarországi férfiak és nők elhalálozásának valószínűsége, vagy pedig: mely életkorban maximális az első házasságok megkötésének valószínűsége az 1925-ben született magyarországi férfiak és nők esetében. Ez utóbbi kérdések mindegyikére is egy-egy válasz adható.

Az öregedés különböző fokozatai közötti ellentmondások azonban éppen abból erednek, hogy kérdéseinket az eddigieknél általánosabb formában tesszük fel, s az így feltett kérdések már szintén feltételezik a válaszok pluralitását. Nem azt kérdezzük, hogy melyik, demográfiai jellemzői szempontjából pontosan definiált stabil népességben legnagyobb a 20—39 éves korú férfiak aránya, vagy adott kor és nemek szerinti gazdasági aktivitási arányszámok mellett a gazdaságilag aktív népesség aránya, hanem azt, hogy általánosságban véve melyik az a stabil népesség, amelyik a legelőnyösebb számunkra. Ha csupán az említett két szubpopuláció össznépességen belüli arányára gondolunk, melyek közül az első honvédelmi, a második gazdasági természetű megfontolások alapján jelentős, máris két, egymástól eléggé távol álló stabil népességet kell megjelölnünk, s ezáltal egy kérdésre két választ kell adnunk. Hasonló a helyzet, ha azt kérdezzük, hogy melyik az a demográfiai jellemzői szempontjából pontosan definiált stabil népesség, amelyik számunkra gazdasági szempontból a legelőnyösebb. A "gazdasági szempontból" is túl általánosnak bizonyul, kitűnik, hogy az, melyben a gazdaságilag aktív népesség össznépességen belüli aránya maximális, különbözik attól, melyben az egy lakosra jutó évi termelés, az egy lakosra jutó évi fogyasztás, az évi termelés az évi fogyasztást meghaladó többlete, a munka termelékenységé stb. maximális, vagy attól, melyben a gazdaságilag aktív népességre nehezedő eltartási terhek összege minimális. Ez utóbbi ismervek szempontjából legkedvezőbbnek talált stabil népességek szintén különböznek egymástól. A válaszok pluralitásának elkerülhetetlensége tehát ebben az esetben is kézenfekvő. Látni fogjuk, hogy minden konkrét stabil népességnek megfelel a népesség egy konkrét átlagos életkora. Ezért tárgyalható a szóban forgó kérdés az öregedés különböző fokozatai közötti ellentmondások kérdésének formájában. Az is kitűnik azonban, hogy a születéskor

várható átlagos élettartamok, a reprodukciós együtthatók, a szaporodási ráták stb. közötti ellentmondásokról szintén ugyanilyen joggal értekezhetnénk.

Kiadványunk *Előszavában* nem kívánunk a felmerülő kérdések jellegének érzékeltetésén kívül tovább menni. Azt jegyezzük még meg csupán, hogy maga a kiadvány sem nyújtja e kérdések tartalmi és módszertani elvárások szempontjából teljesen kimerítő tárgyalását; inkább csak jelezni kívánja két olyan, egymással kapcsolatba is hozható kutatási témának létezését, melyekkel eddig a demográfusok viszonylag keveset foglalkoztak.

I. AZ EKVIVALENCIÁK

1. Az ekvivalenciák fogalma és kiszámításának szükségessége

Az ekvivalenciák fogalma és kiszámításának szükségessége a KSH Népeségtudományi Kutató Intézetében első ízben a magyar halandósági táblák továbbélési rendjének az alakulását leíró görbék (az l_x görbe) és a koordináta tengelyek által határolt terület vizsgálata során merült fel és tisztázódott. A továbbélők számának az életkor előrehaladásával kapcsolatos alakulását leíró l_x görbét a derékszögű sík koordináta-rendszer első síknegyedében ábrázoltuk és felvettünk egy tetszőleges a -val jelölt pontot az életkor adatait tartalmazó abszcissa tengelynek a 0 éves egzakt életkor és a továbbélők számának zérussá válását jelző ω éves kor közötti intervallumában. E ponton át egy, az ordináta tengellyel párhuzamos egyenest, majd ez utóbbinak az l_x görbével alkotott metszéspontján át egy, az abszcissa tengellyel párhuzamos egyenest húztunk. Ezáltal a görbe és a koordináta tengelyek által

határolt $\sum_{x=0}^a L_x = T_0$ területet három részre osztottuk fel. Ezek közül a paralelogramma alakú az általunk felvett pont által szimbolizált életkorig a továbbélők által leélt éveknek a számát

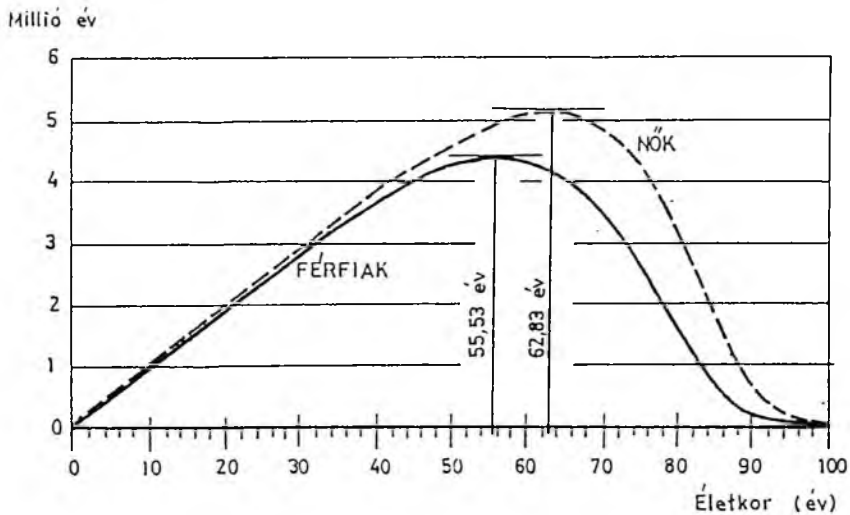
($a l_a$), az e fölötti az eddig a korig meghaltak által leélt éveknek a számát $\left(\sum_{x=0}^{x-a} L_x - a l_a\right)$, az e kettőtől jobbra eső pedig az általunk felvett korig továbbélők által ezen életkortól teljes kihalásukig még leélendő éveknek a számát ($T_a = l_a e_a^0$) szimbolizálja².

Annak a vizsgálata során, hogy e három terület közül valamelyik terület melyik életkor elérésekor válik egyenlővé egy másik területtel, vagy két terület együtt a harmadik területtel, választ kerestünk arra a kérdésre is, hogy a továbbélők által már leélt, valamint a meghaltak által leélt és a továbbélők által leélendő évek száma mely életkorban válik egyenlővé egymással. Ennek kiszámítása az

$$y = \frac{T_0}{2} - x l_x$$

függvény az abszcissa tengellyel (kortengellyel) alkotott metszéspontjának (zérushelyének) a meghatározásaként is felfogható, de elképzelhető például az $x l_x$ mutató értékeinek az alakulását leíró görbe (I. ábra) és az $y = T_0/2$ egyenes metszéspontjainak meghatározása formájában is. A $T_0/2$ állandót jelent és könnyen belátható, hogy az $x l_x$ mutató értékének alakulását leíró görbének az $y = T_0/4$, $y = T_0/3$ stb. egyenesekkel (állandókkal) elméletileg minden, az $y = x l_x$ függvénygörbe maximumához tartozó függvényértéknél kisebb, de zérusnál nagyobb állandót leíró egyenessel alkotott két-két metszéspontja is meghatározható. A valamely állandóval alkotott metszéspontnak csak az abszcissa értékei különböznek, a különböző abszcissa értékekhez ugyanaz az ordináta érték tartozik, vagyis ezek az abszcissa értékek (adott esetben életkorok) egymással ekvivalensek abból (és legtöbbször csak abból) a szempontból, hogy hozzájuk ugyanaz az ordináta érték tartozik.

²Lásd ezzel kapcsolatban N. Keyfiz, W. Flieger és e kiadvány szerzője korábban publikált munkáit (3, 4, 5, 6).



I. A továbbélők által leélt évek számának (xl_x) alakulása a kor előrehaladásával Magyarország férfi és női népessége 1980. évi halandósági táblája alapján

Már akkor jeleztük, hogy ez egyik esete a demográfiában, valamint a gazdaság- és társadalomdemográfiában oly nagy szerepet játszó ekvivalenciáknak, melynek elemzésére a későbbiek során külön tanulmány formájában szándékozunk kitérni.

Az xl_x mutató önmagában véve is érdekes és értékes mutatója a halandósági táblának és látható (I. tábla, II. ábra), hogy a 0 és ω éves egzakt életkorok közötti intervallumban

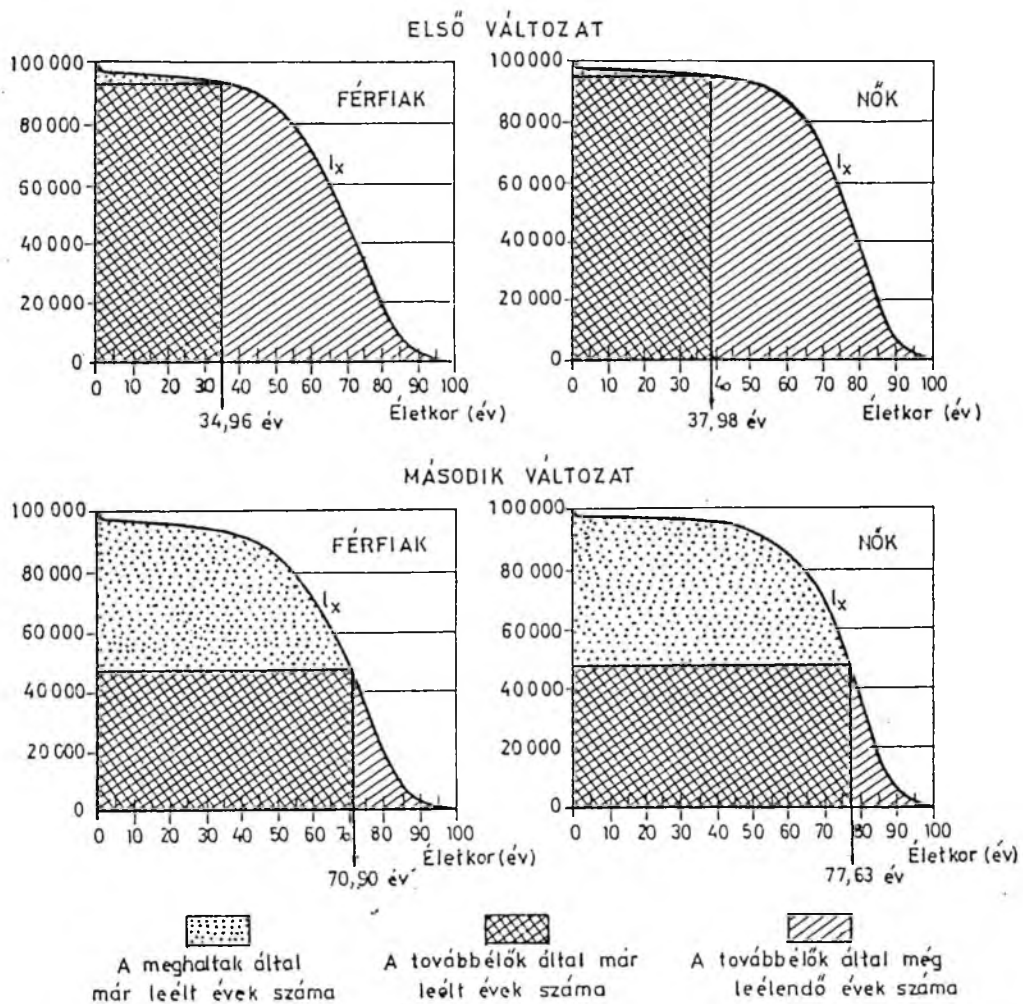
a $\sum_{x=0}^{\omega} \frac{L_x}{2} = \frac{T_0}{2}$ mutató értéke kétször válik egyenlővé az xl_x mutató értékével. Arra a kérdésre

tehát, hogy a továbbélők által már leélt, valamint a meghaltak által leélt és a továbbélők által leéltendő évek száma melyik életkorban válik egyenlővé egymással, korrekt módon csak két életkor kiszámításával és megadásával felelhetünk. A magyar halandósági táblák felhasználásával végzett számítások eredményeit összefoglaló 1. tábla adataiból kitűnik, hogy a szóban forgó első és második egyenlővé válás is magasabb életkorban következik be a férfiakénál kedvezőbb halandóságú nők mint a férfiak élete folyamán, továbbá: ennek az egyenlővé válásnak mindkét életkora nő, a férfi és a női népesség esetében egyaránt, ha a halandósági szint süllyed, vagyis a születéskor várható átlagos élettartam értéke nő. A férfi népesség 1980. évi halandósági táblája esetében látható csökkenés a halandósági szint ismert romlásának (emelkedésének) következménye.

1. A születéskor várható átlagos élettartam (e_0^0) és a továbbélők által már leélt, valamint a meghaltak által leélt és a továbbélők által még leélendő évek száma egyenlővé válásának életkora Magyarország férfi népessége és a női népessége halandósági táblái alapján
(Év)

A halandósági tábla éve	A születéskor várható átlagos élettartam (e_0^0)	Az első	A második	A születéskor várható átlagos élettartam (e_0^0)	Az első	A második
		egyenlővé válás kora			egyenlővé válás kora	
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
1900—1901	36,56	35,82	64,88	38,15	36,70	64,69
1910—1011	39,07	35,84	65,17	40,48	36,64	66,56
1920—1921	41,04	35,06	67,21	43,12	35,15	68,72
1930—1931	48,70	35,10	69,87	51,80	37,94	71,65
1941	54,95	36,87	71,39	58,24	37,76	73,57
1948—1949	58,75	36,62	72,44	63,24	37,21	75,60
1959—1960	65,18	36,78	73,04	69,57	37,33	76,57
1969—1970	66,51	36,89	72,73	72,11	38,90	77,56
1980	65,44	34,96	70,90	72,74	37,98	77,63

Forrás: Pallós E.: Magyarország halandósági táblái 1900/01-től 1967/68-ig. A KSH Népeségtudományi Kutató Intézet Közleményei 34. sz. Budapest, 1971. 220 p. és az 1969/70. évi halandósági tábla sokszorosított kézirata. Demográfiai Évkönyv 1980, KSH, Budapest.



II. A továbbélési rend l_x görbéje és a koordináta tengelyek által határolt összterület (T_0) három különböző alakú területre törtendő felosztása, melyek közül a továbbélők által már leélt évek számát szemléltető terület azonos nagyságú a meghaltak által már leélt és a továbbélők által még leélendő évek számát szemléltető területtel Magyarország férfi és női népessége 1980. évi halandósági táblája alapján

A fentiek alapján, koréves részletezésű táblák felhasználásának lehetősége esetén, az ekvivalens abszcissza értékek kiszámításának két, közelítő, azonos eredményt adó és kielégítő pontosságúnak tekinthető számítási módja is kézenfekvőnek tűnik.

Az első alkalmazása során korévről korévre haladva képezzük a $\frac{T_0}{2} - xI_x$ különbségeket és figyeljük e különbségek előjelének alakulását. A férfi népesség 1980. évi halandósági táblája esetében a 34 éves egzakt életkor ez a különbség még pozitív előjelű:

$$3\,272\,065,65 - 3\,190\,798 = 81\,267,65,$$

a 35 éves egzakt életkor pedig már negatív előjelű:

$$3\,272\,065,65 - 3\,275\,300 = -3\,234,35.$$

A $P_1(34; 81\,267,65)$ és $P_2(35; -3\,234,35)$ pontokon átmenő egyenes egyenlete, az

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1$$

formulának a felhasználásával számítva

$$\begin{aligned} y &= -84\,502 (x - 34) + 81\,267,65 = \\ &= -84\,502x + 2\,954\,335,65, \end{aligned}$$

ahonnan

$$x = \frac{2\,954\,335,65}{84\,502} = 34,96 \text{ év}.$$

A két ponton átmenő egyenes egyenlete egyébként azonos a szóban forgó pontokhoz a legkisebb négyzetek elve alapján illesztett egyenes egyenletével, ez utóbbi, mint arról meggyőződhetünk, szintén

$$y = -84\,502x + 2\,954\,335,65$$

lesz, amiből $x = 34,96$ évvel.

A második módszer alkalmazása során a $P_1(34; 3\,190\,798)$ és $P_2(35; 3\,275\,300)$ pontokon átmenő egyenes egyenletét állítjuk elő, minthogy éppen e pontok ordináta értékei között

helyezkedik el a $\frac{T_0}{2} = 3\,272\,065,65$ érték. Ez az egyenlet

$$\begin{aligned} y &= 84\,502 (x - 34) + 3\,190\,798 = \\ &= 84\,502x + 317\,730, \end{aligned}$$

majd kiszámítjuk ezen egyenes és az x tengellyel párhuzamos $y = 3\,272\,065,65$ egyenes metszéspontjának abszcissza értékét. A két egyenlet valamelyikét a másiktól kivonva és a

kivonás eredményeként előállított egyenletet x -re megoldva ismét a 34,96 évet kapunk eredményül.

A két ponton átmenő egyenes egyenlete ebben az esetben is azonos a szóban forgó pontokhoz a legkisebb négyzetek elve alapján illesztett egyenes egyenletével, vagyis szintén

$$x = 84\,502x + 317\,730.$$

Az így előállított egyenes és az $y = 3\,272\,065,65$ egyenes metszéspontjának abszcissza értéke tehát szintén 34,96 év.

Kimutatható, hogy

$$\int_{34,96-0,5}^{34,96+0,5} (84\,502x + 317\,730) dx = \left[\frac{84\,502x^2}{2} + (317\,730x) \right]_{34,46}^{35,46} =$$

$$= 64\,393\,603,31 - 61\,121\,683,39 = 3\,271\,919,92,$$

ami jó közelítése a tényleges $\frac{T_0}{2} = 3\,272\,065,65$ értéknek.

A határozott integrál értéknek kétszerese (6 543 839,84) osztva a halandósági tábla gyökével ($l_0 = 100\,000$) pontosan az 1. táblában szereplő 65,44 évet kitevő születéskor várható átlagos élettartamot eredményezi.

Hasonló megfontolások alapján számíthatjuk ki az ekvivalens x értékek közül a másodikat is.

Az ekvivalens x értékek kiszámításával kapcsolatban egy további megoldás lehet például,

hogy a $\frac{T_0}{2} - x l_x$ görbének az előjelváltást megelőző és követő két-két adatpárjához a

legkisebb négyzetek elve alapján valamilyen regressziós görbét, például másodfokú polinomot illesztünk, és kiszámítjuk ez utóbbi gyökeit. Másodfokú polinom illesztése esetében a gyökök az ismert gyökképlet felhasználásával is kiszámíthatók és a gyök közül a megfelelőt viszonylag könnyű kiválasztanunk. A férfi és a női népesség 1980. évi halandósági táblája esetében a másodfokú polinomokkal történő becslés eredményei azonosak a lineáris algebrai módszerekkel kapott becslési eredményekkel, a női népességben a második egyenlővé válás korának a kivételével, ami a korábbi 77,63 év helyett ebben az esetben 77,64 év lesz.

Elképzelhető, hogy a $\frac{T_0}{2}$ értéket határoló két-két adatpárhoz (összesen négy adatpár-

hoz) illesztünk a legkisebb négyzetek elve alapján másodfokú polinomot (vagy más jól illeszkedő regressziós görbét) és kiszámítjuk az illesztett görbe, valamint a férfi népesség

esetében az $y = \frac{T_0}{2} = 3\,272\,065,65$ egyenes, a női népesség esetében pedig

az $y = \frac{T_0}{2} = 3\,636\,908,75$ egyenes metszéspontjainak koordinátáit. Másodfokú polinom illesztése esetén csak az illesztett polinomok paramétereinek előjele és állandója lesz külön-

bőző az előbbi becslés során illesztett polinomok paramétereinek előjelétől és állandójától, a metszéspontok koordinátái becslések pontossága azonos lesz az előbbi eljárás során tapasztalattal.

A férfi népesség esetében az első metszéspont körül elhelyezkedő négy adatpárhoz illesztett másodfokú polinom például

$$y = -699,6882484x^2 + 132\,716,5892x - 512\,694,529$$

lesz. Ez utóbbi $y = \frac{T_0}{2} = 3\,272\,065,65$ egyenessel alkotott egyik metszéspontjának abszcissza értéke 34,96. Ez utóbbi az illesztett polinomba helyettesítve közelítő pontossággal

a $\frac{T_0}{2}$ értéket kapjuk eredményül. Az illesztett polinomnak az x változó szerinti első deriváltja

$$y' = -1399,376497x + 132\,716,5892,$$

aminek az $x = 34,96$ értéknél vett helyettesítési értéke $(m) = 83\,794,39$. A parabola $P(34,96; 3\,272\,065,65)$ pontjához húzott érintő egyenlete tehát e helyettesítési érték mint az érintő irányhatározója (m) birtokában $y_t = 83\,794,39x + 342\,613,78$. Ez utóbbit az

$34,96 - 0,5$ és $34,96 + 0,5$ határok között integrálva éppen a $\frac{T_0}{2}$ értéket kapjuk eredményül

$$\int_{34,46}^{35,46} (83\,794,39x + 342\,613,78) dx = \left[\frac{83\,794,38687x^2}{2} + (342\,613,78x) \right]_{34,46}^{35,46} =$$

$$= 64\,831\,103,64 - 61\,559\,037,99 = 3\,272\,065,65.$$

A valamely $P_1(x_1, y_1)$ ponthoz húzott

$$y = [m(x - x_1)] + y_1$$

érintő egyenletéből az érintési pont koordinátái természetesen egyszerűbb módszerrel is kiszámíthatók. Esetünkben az abszcissza értéke (az ordináta értékének ismeretében):

$$x_1 = \frac{-342\,613,78 + 3\,272\,065,65}{83\,794,39} = 34,96,$$

az ordináta értéke pedig (az abszcissa értékének ismeretében):

$$y_1 = (83\,794,39 \times 34,96) + 342\,613,78 = 3\,272\,065,65.$$

Egyéb módszerek is elképzelhetők természetesen. Elképzelhető például, hogy $\frac{T_0}{2} - xI_x$ különbség alakulását leíró empirikus görbe egészéhez illesztünk valamilyen függvényt és az ekvivalens x értéket ez utóbbi gyökeiként állítjuk elő, ha az illesztett görbe matematikai természete megengedi, a megfelelő gyökképlet felhasználásával, ha pedig nem engedi meg, a gyökök közelítő pontosságú kiszámítását lehetővé tevő módszerek valamelyikének alkalmazásával. Elképzelhető végül az is, hogy az xI_x értékek teljes sorozatához illesztünk valamilyen jól illeszkedő regressziós görbét és valamilyen elfogadható módszerrel kiszámítjuk az

illesztett görbe és az $y = \frac{T_0}{2}$ egyenes két metszéspontjának abszcissa értékeit.

2. Az ekvivalenciák változatai

Az xI_x értékek alakulását leíró görbe unimodális aszimmetrikus görbe és könnyen belátható, hogy az ekvivalenciák kiszámításának gondolata minden olyan adatsor elemzése esetében felmerülhet, amelynek alakulását hasonló görbe írja le. Nem változtat a helyzeten az sem, ha a görbének módusza helyett antimódusza (mélypontja) van és ha nem aszimmetrikus, hanem szimmetrikus. Ha pedig nem egy, hanem egynél több módusza, illetve antimódusza van, akkor az abszcissa tengellyel párhuzamos, olyan egyenesek is szerkeszthetők, melyek a görbét nem csupán két, hanem kettőnél több pontban metszik, vagyis az ekvivalens abszcissa értékek száma minden egyes esetben kettőnél több is lehet. Ha a lokális móduszok nem egyenlő nagyságúak, olyan egyenes is szerkeszthető, mely a kisebb (alacsonyabb) modális függvényérték érintője, a görbének nagyobb (magasabb) modális függvényérték előtti és utáni szakaszában pedig a görbét metszi.

A demográfia számos olyan jelenséget tanulmányoz, melynek a megnyilvánulásait jelentő események abszolút számai, redukált számai, az elemzésük céljából számított különböző típusú arányszámok és bekövetkezési, illetve be nem következési valószínűségek a fentiekben vázoltakhoz hasonló empirikus görbékkel írható le. Egy módusza (illetve antimódusza) van és aszimmetrikus például:

- az első házasságkötések házasságkötési táblabeli számának életkor szerinti alakulását, valamint különféle korszpecifikus arányszámainak és megkötési, illetve meg nem kötési valószínűségeinek az alakulását leíró görbe;
- az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok, valamint a születési sorszám szerinti korszpecifikus termékenységi arányszámok alakulását leíró görbe;
- a válások házasságtartam szerinti számának, gyakoriságának és valószínűségeinek az alakulását leíró görbe;
- a korszpecifikus halálozási arányszámok alakulását leíró görbe;
- a halandósági táblabeli korszpecifikus halálozási, illetve továbbélési valószínűségek alakulását leíró görbe;

- a magas halandósági szint esetében az x éves életkorban várható átlagos élettartam alakulását leíró görbe³;

stb.

Két módusza van például a halálozások halandósági táblabeli számának az alakulását leíró görbének.

Eléggé gyakran három módusza van a belső vándorlások életkor szerinti gyakoriságait leíró görbének.

Az ilyen görbék esetében tehát a zérus és a maximális ordináta érték között olyan ésszerűen sűríttett, az abszcissza tengellyel párhuzamos egyenessereget szerkeszthetünk, melynek mindegyik egyeneséről megállapíthatjuk, hogy a görbét legalább két pontban metszi és metszéspontjaik abszcissza értékei ekvivalensek (egyenértékűek) abból a szempontból, hogy hozzájuk ugyanaz az ordináta érték tartozik.

Unimodális görbék esetében a tanulmányozott jelenség manifesztálódásának alsó határa (λ) és felső határa (φ) vagy eleve ismert, vagy az első és utolsó az empirikus adatok helye alapján állapítható meg; az egyenessereget az első párbaállítható (azonos ordináta értéket adó) abszcissza-értékek és a görbe maximuma, illetve minimuma között célszerű elhelyeznünk.

Bonyolultabb görbétípusok esetében természetesen az azonos ordináta-értéket adó abszcissza-értékek meghatározása is bonyolultabb.

Az ekvivalenciák egy, vagy egynél több módusszal (illetve antimódusszal) rendelkező görbék esetében kiszámítható változatát valamely adott kohorszra vonatkozó elemzésben és kohorszok összehasonlító elemzésében egyaránt hasznosíthatjuk. Felhasználhatjuk természetesen valamely adott naptári időszakra vonatkozó adatsorok elemzésében és több naptári időszak adatsorainak összehasonlító elemzésében is. Az ekvivalenciák e fajtájának megkülönböztető sajátossága a csupán egy kohorszra, illetve csupán egy naptári időszakra vonatkozó elemzésben való felhasználási lehetőségük, mert kizárólag ebben az esetben lehetséges csupán egy kohorsz, illetve csupán egy naptári időszak esetében is az abszcissza-értékek két, három stb. elemből álló olyan csoportjait kiszámítani, melyek esetében — bizonyos intervallumon belül — a hozzájuk tartozó ordináta-értékek azonosak. Az intervallumot — mint jeleztük — a szélső érték (maximum, illetve minimum) és a legmagasabb, illetve legalacsonyabb még csoportosítható ordináta-értékek által behatárolt intervallum jelenti. Egyes esetekben — mint jeleztük — a szélső értékhez tartozó azonos előjelű és abszolút nagyságú ordináta-értékek is meghatározható(k). A halálozások halandósági táblabeli számának alakulását leíró d_x görbéje esetében például a görbének a halálozások öregkori modális életkorát jelentő maximumához húzott, az abszcissza tengellyel párhuzamos érintő metszi a görbét a gyermekkori halálozások alakulását leíró szakaszában. A belső vándorlások korszpecifikus arányszámainak alakulását leíró görbe esetében, amennyiben három módusza van, a görbének a harmadik modális életkort jelentő maximumához húzott érintő a görbét három korábbi életkorhoz, a második modális életkort jelentő maximumához húzott érintő pedig egy korábbi életkorhoz tartozó szakaszában metszi.

Az ekvivalenciák e változatának számítása során érdekes megvizsgálni, hogy miként alakul az ordináta-értékek szempontjából ekvivalens abszcissza értékek:

- "értelmezési tartománya", vagyis a legkisebb és a legnagyobb közötti távolságnak a nagysága;
- azonos ordináta-értékekhez tartozó abszolút nagysága;
- azonos ordináta-értékekhez tartozó abszolút nagyságának különbsége (távolsága) stb.

Érdekes megvizsgálni azt is, hogy miként módosul (illetve: tér el egymástól) az ordináta-értékeknek az intervalluma, melyen belül az ekvivalencia vizsgálata elvégezhető.

³Alacsony halandósági szint esetében gyakran csak az $e_1^0 > e_0^0$ reláció forog fenn és kimutatható, hogy például a keringési rendszer betegségein kívüli összes egyéb halálokok feltételezett kiküszöbölése esetén ez is érvényét veszti ($e_0^0 > e_1^0$); a görbe módusza megszűnik létezni.

Két, illetve több módusz (illetve antimódusz) létezése esetében ezek különbségeinek, távolságának stb. vizsgálata is érdekes lehet abban az esetben is, ha e móduszok (antimóduszok) különböző előjelűek.

Az ekvivalenciák e fajtájával kapcsolatban tudatában kell lennünk annak, hogy az ekvivalens abszcissa értékek csak a hozzájuk tartozó ordináta értékek szempontjából ekvivalensek, a görbe adatainak az ekvivalens életkorig (illetve specifikus élettartamokig) kumulált mennyiségei, e korok (tartamok) elérése utáni mennyiség stb. legtöbbszörre jelentősen különböznek egymástól. Ez a különbség általában annál kisebb, minél közelebb vannak egymáshoz a közös ordináta értékeket reprezentáló abszcissa értékeknek a görbével alkotott metszéspontjai, ami az adott közös ordináta értékeken és a görbe alakján kívül a metszéspontoknak a görbe szélső értékétől való távolságától is függ. Az egy mutató (ordináta érték) szempontjából kimutatható ekvivalencia tehát nem jelenti az adatsor alapján végezhető elemzés többi mutatója szempontjából fennálló ekvivalenciát is, ez utóbbit legtöbbszörre magától értetődően kizárja⁴.

Az ekvivalenciák egy másik változatát kizárólag kohorszok, illetve naptári időszakok összehasonlító elemzése során hasznosíthatjuk. Az ekvivalenciák e változata kiszámításának nem feltétele, hogy a tanulmányozott jelenség manifesztálódásával együttjáró események λ és φ közötti egyes időszakok alatti abszolút számának, redukált számainak, különféle arányszámainak és különféle bekövetkezési, illetve be nem következési valószínűségeinek stb. alakulását olyan görbe vonal írja le, melyet az abszcissa tengellyel párhuzamos egyenesek legalább két pontban metszenek. Kohorszok, illetve naptári időszakok összehasonlító elemzése során feltehető például az a kérdés is, hogy melyek azok a λ és φ közötti *különböző* életkorok, illetve specifikus élettartamok, *melyek eléréséig, illetve melyek elérése után* a vonatkozó események összes száma, redukált számainak összege, különféle arányszámainak összege, bekövetkezési, illetve be nem következési valószínűsége stb. *ugyanakkora*. Népeesség, illetve élettartam vizsgálatokra vonatkoztatva: *melyek azok λ és φ közötti különböző életkorok, illetve élettartamok, melyek eléréséig, illetve melyek elérése után az összes leélt, illetve valamely specifikus állapotban leélt évek száma ugyanakkora*.

Matematikai, illetve geometriai értelemben ebben az esetben is bizonyos állandókat reprezentáló, az abszcissa tengellyel párhuzamos egyenesek és görbék metszéspontjainak a meghatározásáról van szó, minthogy azonban ezeknek a görbéknek nincsen móduszuk (vagy antimóduszuk), az egyenesek nem metszhetik ugyanazt a görbét két vagy kettőnél több pontban, hanem csak különböző abszcissa-értékekhez tartozó egy-egy pontban.

Ilyen módusz (illetve antimódusz) nélküli görbék például:

- a továbbélők számának (L_x) illetve a táblabeli stacionér népeesség számának (L_x) alakulását leíró görbe a halandósági táblában;
- az x éves kortól összesen leélendő évek számának alakulását leíró görbe (T_x) a halandósági táblában;
- alacsony halandósági szint esetében az x éves korban várható átlagos élettartam alakulását leíró görbe a halandósági táblában⁵;
- a hajadonként (illetve nőtlenként) továbbélők számának ($S_x^{(m)}$), illetve a táblabeli stacionér hajadon (illetve nőtlen) népeesség számának ($L_x^{(m)}$) alakulását leíró görbe az első házasságkötések tábláiban;

⁴ Az ekvivalencia vizsgálatok e változatának érdekes aspektusa lehet annak az elemzés is, hogy a szóban forgó értelemben nem ekvivalens abszcissa-értékek hogyan tehetők ekvivalenssé egymással a metszéspontokat övező időtartamok változtatásával. Megvizsgálható például, hogy valamely λ és φ közötti metszéspont esetében valamely esemény abszolút száma, redukált száma, arányszáma, bekövetkezési valószínűsége stb. *egy évre vonatkozó értékének* a λ és φ közötti más metszéspontok esetében e mutatók *hány évre vonatkozó értéke* felel meg.

⁵ Azzal a már említett megszorítással, hogy alacsony halandósági szint esetében is gyakran fennáll, hogy $e_1^0 > e_0^0$, de bizonyos halálfajok, például a keringési rendszer betegségein kívüli okok feltételezett kiküszöbölése esetén ez a reláció érvényét veszti.

- az x éves korban hajadonként, illetve nőtenként leérendő évek számának ($T_{s,x}$) alakulását leíró görbe az első házasságkötések tábláiban;
- az x éves korban várható átlagos hajadon (illetve nőtlen) élettartam (s_x^0) alakulását leíró görbe az első házasságkötések tábláiban;
- a házas termékenység korszpecifikus arányszámainak alakulását leíró görbe a házas termékenység alacsony szintje esetén⁶;
- az egyes házassági évfordulókig összesen született gyermekek számának alakulását leíró görbe a házassági kohorszok termékenységi tábláiban és számos egyéb görbe is⁷.

A továbbiak során az ekvivalenciák a fentiekben vázolt mindkét változatának kiszámítását és analitikai célokra való felhasználását konkrét példákon is szemléltetni fogjuk, majd ismét visszatérünk az ekvivalenciák fogalmának és változatainak kérdésköréhez és megkíséreljük mondanivalónkat általánosíthatóbb formában is megfogalmazni.

⁶Magas szintű házas termékenység és különösen nem szabályozott házas termékenység (természetes termékenység) esetében — mint ismeretes — ez a görbe unimodális és aszimmetrikus (7).

⁷Az említett görbék grafikus ábrázolása a demográfiai elemzés számos kiváló kézikönyvben megtalálható (7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16).

2.1. Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1925-ben született magyarországi férfiak első házasságai megkötésének független korszpecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15	—	0,0000	—	—	15,00	—	—	50,00	65,00	35,00	11,62	23,38
16	0,00007	0,0050	0,00672	-0,11346	17,63	—	—	—	—	—	—	—
17	0,00078	0,0100	0,01550	-0,27150	18,16	—	—	—	—	—	—	—
18	0,00750	0,0150	0,01550	-0,27150	18,48	-0,00236	0,12492	46,58	65,06	28,10	8,14	19,96
19	0,02300	0,0200	0,01550	-0,27150	18,81	-0,00470	0,22798	44,25	63,06	25,44	7,81	17,63
20	0,04850	0,0250	0,02550	-0,46150	19,08	-0,00557	0,26626	43,31	62,39	24,23	7,54	16,69
21	0,08115	0,0300	0,02550	-0,46150	19,27	-0,00494	0,23917	42,34	61,61	23,07	7,35	15,72
22	0,11031	0,0350	0,02550	-0,46150	19,47	-0,00675	0,31519	41,51	60,98	22,04	7,15	14,89
23	0,12806	0,0400	0,02550	-0,46150	19,67	-0,00879	0,39883	40,82	60,49	21,15	6,95	14,20
24	0,16597	0,0450	0,02550	-0,46150	19,86	-0,00879	0,39883	40,25	60,11	20,39	6,76	13,63
25	0,20078	0,0500	0,03265	-0,60450	20,05	-0,00681	0,31963	39,59	59,64	19,54	6,57	12,97
26	0,20286	0,0550	0,03265	-0,60450	20,20	-0,01487	0,63397	38,94	59,14	18,74	6,42	12,32
27	0,20412	0,0600	0,03265	-0,60450	20,35	-0,01487	0,63397	38,60	58,95	18,25	6,27	11,98
28	0,19510	0,0650	0,03265	-0,60450	20,51	-0,01487	0,63397	38,26	58,77	17,75	6,11	11,64
29 ^a	0,19735	0,0700	0,03265	-0,60450	20,66	-0,00991	0,43562	36,89	57,55	16,23	5,96	10,27
30	0,17762	0,0750	0,03265	-0,60450	20,81	-0,00991	0,43562	36,39	57,20	15,58	5,81	9,77
31	0,15887	0,0800	0,03265	-0,60450	20,96	-0,01838	0,74054	35,94	56,90	14,98	5,66	9,32
32	0,13764	0,0850	0,02916	-0,53121	21,13	-0,01838	0,74054	35,67	56,80	14,54	5,49	9,05
33	0,12382	0,0900	0,02916	-0,53121	21,30	-0,01838	0,74054	35,39	56,69	14,09	5,32	8,77
34	0,10719	0,0950	0,02916	-0,53121	21,47	-0,01838	0,74054	35,12	56,59	13,65	5,15	8,50
35	0,09724	0,1000	0,02916	-0,53121	21,65	-0,00995	0,44549	34,72	56,37	13,07	4,97	8,10
36	0,07886	0,1050	0,02916	-0,53121	21,82	-0,00995	0,44549	34,22	56,04	12,40	4,80	7,60
37	0,06895	0,1100	0,02916	-0,53121	21,99	-0,01663	0,67261	33,83	55,82	11,84	4,63	7,21
38	0,06891	0,1150	0,01775	-0,28019	22,26	-0,01663	0,67261	33,53	55,79	11,27	4,36	6,91
39	0,05404	0,1200	0,01775	-0,28019	22,55	-0,01663	0,67261	33,23	55,78	10,68	4,07	6,61
40	0,04723	0,1250	0,01775	-0,28019	22,83	-0,01382	0,57988	32,91	55,74	10,08	3,79	6,29
41	0,03844	0,1300	0,03791	-0,74387	23,05	-0,01382	0,57988	32,55	55,60	9,50	3,57	5,93
42 ^b	0,03869	0,1350	0,03791	-0,74387	23,18	-0,01382	0,57988	32,19	55,37	9,01	3,44	5,57
43	0,02675	0,1400	0,03791	-0,74387	23,31	-0,02123	0,81700	31,89	55,20	8,58	3,31	5,27
44 ¹⁰	0,02985	0,1450	0,03791	-0,74387	23,45	-0,02123	0,81700	31,65	55,10	8,20	3,17	5,03
45	0,01648	0,1500	0,03791	-0,74387	23,58	-0,02123	0,81700	31,42	55,00	7,84	3,04	4,80

^aA 29 éves korra vonatkozó 0,10735 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0,18798 lett.

^bA 42 éves korra vonatkozó 0,03868 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0,03169 lett.

¹⁰A 44 éves korra vonatkozó 0,02985 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0,02118 lett.

folytatás

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési való- színűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
46	0,01636	0,1550	0,03791	-0,74387	23,71	-0,02123	0,81700	31,18	54,89	7,47	2,91	4,56
47 ¹¹	0,01746	0,1600	0,03791	-0,74387	23,84	-0,01875	0,74012	30,94	54,78	7,10	2,78	4,32
48	0,01145	0,1650	0,03791	-0,74387	23,97	-0,01875	0,74012	30,67	54,64	6,70	2,65	4,05
49	0,01076	0,1700	0,03481	-0,66947	24,12	-0,01875	0,74012	30,41	54,53	6,29	2,50	3,79
		0,1750	0,03481	-0,66947	24,26	-0,01875	0,74012	30,14	54,40	5,88	2,36	3,52
		0,1800	0,03481	-0,66947	24,40	-0,01036	0,48842	29,77	54,17	5,37	2,22	3,15
		0,1850	0,03481	-0,66947	24,55	-0,01036	0,48842	29,29	53,84	4,74	2,07	2,67
		0,1900	0,03481	-0,66947	24,69	-0,00712	0,39446	28,72	53,41	4,03	1,93	2,10
		0,1950	0,03481	-0,66947	24,83	-0,00712	0,39446	28,01	52,84	3,18	1,79	1,39
		0,2000	0,03481	-0,66947	24,98	-0,00902	0,44766	27,46	52,44	2,48	1,64	0,84

¹¹A 47 éves korra vonatkozó 0,01746 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0,01400 lett.

3.1. Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1925-ben született magyarországi nők első házasságai megkötésének független korszpecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
14	0,00030	0,0000	—	—	14,00	—	—	50,00	64,00	36,00	9,90	26,10
15	0,00558	0,0050	0,0053	-0,07362	14,89	—	—	—	—	—	—	—
16	0,02748	0,0100	0,0219	-0,32292	15,20	—	—	—	—	—	—	—
17	0,04500	0,0150	0,0219	-0,32292	15,43	-0,0026	0,13715	46,44	61,87	31,01	8,47	22,54
18	0,06800	0,0200	0,0219	-0,32292	15,66	-0,0021	0,11515	44,67	60,33	29,01	8,24	20,77
19	0,10500	0,0250	0,0219	-0,32292	15,89	-0,0022	0,11656	42,19	58,08	26,30	8,01	18,29
20	0,14500	0,0300	0,0175	-0,25284	16,14	-0,0048	0,22327	40,60	56,74	24,46	7,76	16,70
21	0,16908	0,0350	0,0175	-0,25284	16,43	-0,0084	0,36927	39,75	56,18	23,32	7,47	15,85
22	0,18019	0,0400	0,0175	-0,25284	16,71	-0,0084	0,36927	39,15	55,86	22,44	7,19	15,25
23	0,18583	0,0450	0,0175	-0,25284	17,00	-0,0019	0,11602	37,18	54,18	20,18	6,90	13,28
24	0,20026	0,0500	0,0230	-0,34600	17,22	-0,0077	0,32951	36,39	53,61	19,17	6,68	12,49
25	0,17832	0,0550	0,0230	-0,34600	17,43	-0,0078	0,33527	35,75	53,18	18,32	6,47	11,85
26	0,15740	0,0600	0,0230	-0,34600	17,65	-0,0078	0,33527	35,11	52,76	17,46	6,25	11,21
27	0,14178	0,0650	0,0230	-0,34600	17,87	-0,0087	0,36362	34,52	52,39	16,65	6,03	10,62
28	0,12798	0,0700	0,0370	-0,59800	18,05	-0,0048	0,23306	33,90	51,95	15,85	5,85	10,00
29 ¹²	0,13465	0,0750	0,0370	-0,59800	18,19	-0,0175	0,65084	32,96	51,15	14,77	5,71	9,06
30	0,11023	0,0800	0,0370	-0,59800	18,32	-0,0175	0,65084	32,68	51,00	14,36	5,58	8,78
31	0,10053	0,0850	0,0370	-0,59800	18,46	-0,0175	0,65084	32,39	50,85	13,93	5,44	8,49
32	0,09180	0,0900	0,0370	-0,59800	18,59	-0,0175	0,65084	32,10	50,69	13,51	5,31	8,20
33	0,07433	0,0950	0,0370	-0,59800	18,73	-0,0087	0,37116	31,63	50,36	12,90	5,17	7,73
34	0,06952	0,1000	0,0370	-0,59800	18,86	-0,0087	0,37116	31,06	49,92	12,20	5,04	7,16
35	0,06087	0,1050	0,0370	-0,59800	19,00	-0,0097	0,40123	30,54	49,54	11,54	4,90	6,64
36	0,05303	0,1100	0,0400	-0,65500	19,13	-0,0097	0,40123	30,02	49,15	10,89	4,77	6,12
37	0,04535	0,1150	0,0400	-0,65500	19,25	-0,0082	0,35593	29,42	48,67	10,17	4,65	5,52
38 ¹³	0,03877	0,1200	0,0400	-0,65500	19,38	-0,0096	0,39566	28,83	48,21	9,45	4,52	4,93
39	0,04128	0,1250	0,0400	-0,65500	19,50	-0,0096	0,39566	28,31	47,81	8,81	4,40	4,41
40	0,03287	0,1300	0,0400	-0,65500	19,63	-0,0138	0,51438	27,85	47,48	8,22	4,27	3,95
41 ¹⁴	0,03370	0,1350	0,0400	-0,65500	19,75	-0,0138	0,51438	27,49	47,24	7,74	4,15	3,59
42	0,02542	0,1400	0,0400	-0,65500	19,88	-0,0138	0,51438	27,13	47,01	7,25	4,02	3,23
43	0,02325	0,1450	0,0400	-0,65500	20,00	-0,0156	0,56352	26,79	46,79	6,79	3,90	2,89
44 ¹⁵	0,02494	0,1500	0,0241	-0,33660	20,21	-0,0156	0,56352	26,47	46,68	6,26	3,69	2,57
45	0,01930	0,1550	0,0241	-0,33660	20,42	-0,0156	0,56352	26,15	46,57	5,73	3,48	2,25

¹²A 29 éves korra vonatkozó 0,13465 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0,11842 lett.

¹³A 38 éves korra vonatkozó 0,03877 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0,04344 lett.

¹⁴A 41 éves korra vonatkozó 0,03370 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0,02811 lett.

¹⁵A 44 éves korra vonatkozó 0,02494 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0,02143 lett.

folytatás

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési való- színűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
46	0,01617	0,1600	0,0241	-0,33660	20,62	-0,0209	0,70132	25,88	46,50	5,26	3,28	1,98
47	0,01354	0,1650	0,0241	-0,33660	20,83	-0,0209	0,70132	25,64	46,47	4,81	3,07	1,74
48	0,01100	0,1700	0,0111	-0,06423	21,08	-0,0209	0,70132	25,40	46,48	4,32	2,82	1,50
49	0,01070	0,1750	0,0111	-0,06423	21,53	-0,0209	0,70132	25,16	46,69	3,63	2,37	1,26
		0,1800	0,0111	-0,06423	21,98	-0,0219	0,72682	24,92	46,90	2,94	1,92	1,02
		0,1850	0,0056	-0,05611	22,85	-0,0219	0,72682	24,70	47,55	1,85	1,05	0,80
		0,1900	0,0144	-0,14606	23,29	-0,0219	0,72682	24,47	47,76	1,18	0,61	0,57
		0,1950	0,0144	-0,14606	23,64	-0,0219	0,72682	24,24	47,88	0,60	0,26	0,34

2.1 Az ekvivalenciák első kiszámításának és analitikai célokra való felhasználásának illusztrálása

2.1.1 Az első házasságkötések magyarországi kohorsz táblái független korszpecifikus házasságkötési valószínűségeinek felhasználásával végezhető ekvivalencia számítások

Azok az adatok, melyeket számításaimhoz felhasználtam a KSH Népeségtudományi Kutató Intézet Közleményei 54. sz. kötetéből, dr. Csernák Józsefné: Az első házasságkötések alakulása Magyarországon a II. világháború után (születési kohorszok házassági táblái) címmel 1983-ban közzétett értekezéséből származnak (17). Az értekezés 33 férfi és 35 női születési évjárat első házasságkötéseinek tábláját tartalmazza; mi ebből számításainkhoz az első tizenegyet, az 1925-től 1936-ig terjedő férfi és női születési kohorszok tábláit használtuk fel.

Tekintsük az 1925-ben született férfiak és nők első házassági független korszpecifikus megkötési valószínűségeinek felhasználásával végzett számításaink eredményeit összefoglaló 2.1 és 3.2 táblát¹⁶. Milyen oszlopokat tartalmaznak a táblák?

E táblák első három oszlopa azokat az adatokat tartalmazza, melyek felhasználásával a többi oszlopban lévő adatok kiszámíthatók. az első oszlop az egzakt életkort években, a második az első házasságok megkötésének a felhasznált forrásból származó független korszpecifikus valószínűségeit, a harmadik pedig az első házasságok megkötésének azokat az ekvidisztans valószínűségeit, más szavakkal annak az abszcissa tengellyel párhuzamos, megfelelő módon sűrített egyenesseregnek az adatait, melyekre vonatkozóan az első két oszlop adatainak felhasználásával ki kell számítanunk, hogy melyik az a λ és φ közötti két (x_1 és x_2) életkor, melynek elérésekor bekövetkezésük várható. Az 1925-ben született férfiak esetében például a 0,045-et kitevő házasságkötési valószínűség elérése először a 19 és 20 éves, másodszer a 40 és 41 éves kor között várható. Az 1925-ben született nők esetében ugyanannak a házasságkötési valószínűségnek az elérése először 17 éves korban, másodszer a 37 és 38 éves kor között, vagyis az azonos születési évjáratú férfiaknál mindkét esetben alacsonyabb életkorban, illetve korintervallumban várható. A táblák negyedik és ötödik oszlopban a harmadik oszlopban jelzett valószínűségeket első esetben közrezáró életkorokban áthaladó egyenesek (szelők) irányhatározóit, vagyis az egyenesek az abszcissa tengely pozitív irányával alkotott szögeinek tangenseit (m_1) és ún. tengelymetszeteit, vagyis az ordináta tengellyel alkotott metszéspontjait (b_1) tartalmazza. A hatodik oszlop e ponton átmenő egyeneseknek (szelőknek) és a harmadik oszlop adatai által reprezentált, az abszcissa tengellyel párhuzamos egyenesek metszéspontjainak abszcissa értékét (x_1), vagyis a jelzett valószínűség elérésének első életkorát tartalmazza. Hasonló a hetedik, nyolcadik és kilencedik oszlop jelentése is, az adott valószínűség második elérésének életkora vonatkozásában. A szelők irányhatározóinak előjele a házasságkötési valószínűségek alakulását leíró görbe emelkedő szakaszában, vagyis a harmadik oszlopban adott valószínűségek első elérése életkorának számítása során pozitív (és tengelymetszete negatív), vagyis maguk az egyenesek is emelkedők, a házasságkötési valószínűségek alakulását leíró görbe süllyedő szakaszában pedig negatív (és tengelymetszete pozitív), vagyis maguk az egyenesek is süllyedők. A korábbi példához visszatérve látható, hogy az 1925-ben született férfiak 0,045-et kitevő házasságkötési valószínűséget pontosabban először 19,86 éves korukban. másodszer 40,25 éves korukban érik el, az elérés két életkora között 20,39 év telik el. Az 1925-ben született nők esetében e valószínűség elérésének első életkora a 17 éves kor, második életkora pedig a 37,18 éves kor, az elérés két életkora között 20,18 év telik el.

A táblák tizedik oszlopa néhány további számítás egyszerűsítése céljából az ugyanazon valószínűségek elérése két életkorának összegét (x_1+x_2), tizenegyedik oszlopa pedig ezen életkorok különbségét (x_2-x_1) tartalmazza. Látható, hogy az elérendő valószínűségek emelke-

¹⁶ A tizenegy férfi és női születési évjáratra vonatkozó teljes táblaanyag a *Függelék*-ben található meg.

désével a két életkor összege is és különbsége is monoton csökken, e csökkenés az életkorok különbsége esetében azonban gyorsabb ütemű mint az életkorok összege esetében.

A táblák tizenkettedik és tizenharmadik oszlopa az ugyanazon valószínűségek elérése két életkor különbségének (x_2-x_1) alakulását leíró tizenegyedik oszlop adatainak a modális életkor elérése előtti szakasza (tizenkettedik oszlop) és a modális életkor elérése utáni szakasza (tizenharmadik oszlop) történi felosztását tartalmazza. Maga a modális életkor és a hozzátartozó legnagyobb házasságkötési valószínűség nem azonos az első oszlopban látható ún. nyers modális korról és a hozzátartozó második oszlopbeli empirikus függvényértékkel. Ehhez, valamint az ezt megelőző és követő adathoz (tehát összesen három adathoz) a legkisebb négyzetek elve alapján a számításaink céljára felhasznált összes férfi és női születési kohorszok esetében másodfokú polinomot illesztettünk és a modális abszcissa és ordináta értékeket e polinom felhasználásával számítottuk ki. Erre vonatkozó számításaink eredményeit a férfinepesség születési évjáratok esetében a 4. tábla, a női népesség születési évjáratok esetében az 5. tábla tartalmazza.

Az 1925-ben született férfiak és az 1925-ben született nők első házasságkötési független korszecifikus valószínűségei felhasználásával végzett ekvivalencia számításaink főbb eredményeit a III. ábra is szemlélteti.

A félreértések elkerülése céljából megjegyezzük, hogy egy évre vonatkozó valószínűségek elérése ekvivalens életkorainak számítása esetében az ekvivalens életkorok is az egy évet felölelő időtartamok alsó határát jelentik. Nemcsak a házasságkötési táblában jelenti például a valamely egzakt élettartam mellé írt valószínűség a következő, egy évvel magasabb egzakt életkor eléréséig, vagyis a két szomszédos egzakt életkor közötti valószínűséget, hanem az ekvivalencia számítás eredményeként kapott életkorok is ezen egzakt életkor és az egy évvel magasabb egzakt életkor közötti valószínűség érvényességének az alsó határát jelentik.

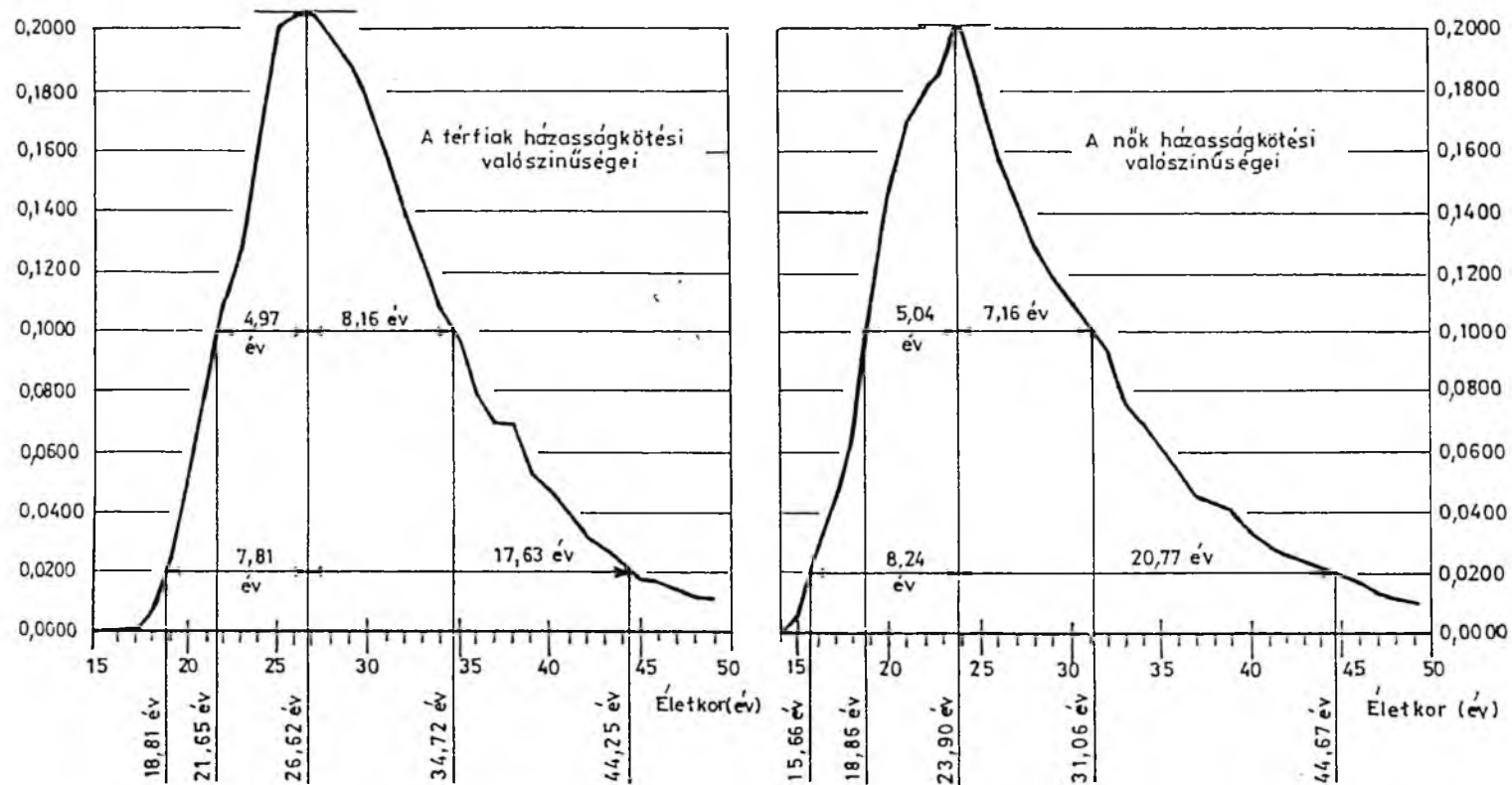
Mielőtt számítási módszereinket, a számítási eredmények közötti főbb összefüggéseket és a belőlük levonható következtetéseket bemutatnánk, a nagymértékű jellegbeli hasonlóság miatt ismerjük meg a transzverzálisan becsült általános korszecifikus termékenységi arányszámok magyarországi értékeinek felhasználásával végzett ekvivalencia számításaink eredményeit.

4. Néhány magyarországi férfi születési évjárat első házasságkötési modális életkorának és modális házasságkötési valószínűségeinek meghatározására irányuló számítások eredményei

Születési évjárat	Az illesztett parabolák paraméterei			A modális házasságkötési kor	A modális házasságkötési valószínűség
	a	b	c		
1925	-0,005139993	0,273679614	-3,438174795	26,6226	0,20485
1926	-0,018344380	1,016250288	-13,862464410	27,6992	0,21221
1927	-0,002999997	0,157979835	-1,861787851	26,3300	0,21802
1928	-0,010054963	0,512323166	-6,292517088	25,4761	0,23349
1929	-0,033624879	1,704148937	-21,332144270	25,3406	0,25993
1930	-0,000814997	0,040384858	-0,258618221	24,7761	0,24167
1931	-0,018414935	0,920921770	-11,256639660	25,0048	0,25707
1932	-0,023584962	1,153033155	-13,840087880	24,4442	0,25242
1933	-0,014504950	0,722652480	-8,740428529	24,9105	0,26041
1934	-0,014539950	0,723987475	-8,754448460	24,8965	0,25793
1935	-0,016619974	0,807798729	-9,563294757	24,3020	0,25229

5. Néhány magyarországi női születési évjárat első házasságkötései modális életkorának és modális házasságkötési valószínűségeinek meghatározására irányuló számítások eredményei

Születési évjárat	Az illesztett parabolák paramétereit			A modális házasságkötési kor	A modális házasságkötési valószínűség
	a	b	c		
1925	-0,018184973	0,869123692	-10,184164310	23,8968	0,20045
1926	-0,019339978	0,891738927	-10,073987660	23,0543	0,20522
1927	-0,014544976	0,652173963	-7,107908605	22,4192	0,20271
1928	-0,008999986	0,393299395	-4,093053350	21,8500	0,20374
1929	-0,014980000	0,644040012	-6,712050118	21,4967	0,21031
1930	-0,009889985	0,472669287	-5,434641454	23,8964	0,21290
1931	-0,018489978	0,846889003	-9,460738536	22,9013	0,23669
1932	-0,020364968	0,902393585	-9,748254454	22,1555	0,24825
1933	-0,006444990	0,284284554	-2,882995094	22,0547	0,25191
1934	-0,016079975	0,704628913	-7,457228049	21,9101	0,26203
1935	-0,020415001	0,871365033	-9,034920347	21,3413	0,26311



III. Az 1925-ben született férfiak és az 1925-ben született nők első házasságkötései független korszpecifikus valószínűségei felhasználásával végzett ekvivalencia számítás néhány eredménye

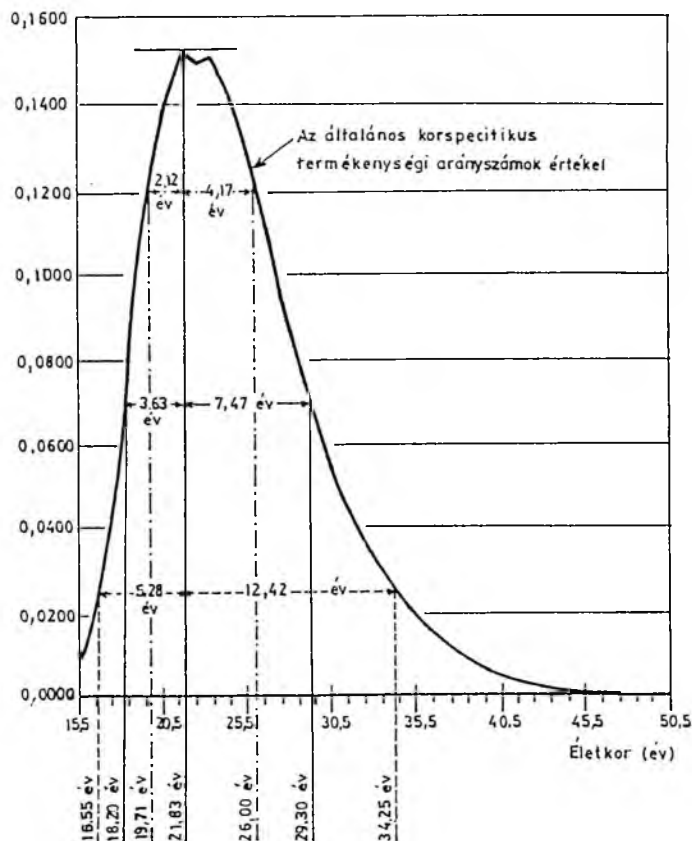
2.1.2 A transzverzálisan számított általános korspecifikus termékenységi arányszámok magyarországi értékeinek felhasználásával végezhető ekvivalencia számítások

A számításainkhoz felhasznált arányszámok a KSH által évenként közzétett *Demográfiai Évkönyvből* származnak és koréves részletezésben 1959 óta állnak rendelkezésünkre. A kiszámításukhoz szükséges adatoknak a demográfiai hálózatban való elhelyezkedését tekintve hibrid típusúnak tekinthetők. Ekvivalencia számításainkat a már közzétett tíz utolsó év adatainak felhasználásával végeztük. Az 1983. évi adatok felhasználásával végzett számításaink eredményeit a 6.10 tábla foglalja össze¹⁷ és a IV. ábra szemlélteti.

6.10 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korspecifikus termékenységi arányszámok 1983. évi magyarországi értékei alapján

Életkor (év) $y+0,5$	A tényleges $f_y(y)$ értékek	Az ekvidisz-tans termékenységi szintek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	x_1+x_2	x_2-x_1	x_M-x_1	x_2-x_M
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15,5	0,0094	0,0000	—	—	15,00	—	—	50,00	65,00	35,00	6,83	28,17
16,5	0,0233	0,0050	0,0188	-0,28200	15,27	-0,0019	0,08155	40,29	55,56	25,02	6,56	18,46
17,5	0,0467	0,0100	0,0144	-0,21380	15,54	-0,0027	0,11235	37,91	53,45	22,37	6,29	16,08
18,5	0,0799	0,0150	0,0144	-0,21380	15,89	—	0,01500	36,50	52,39	20,61	5,94	14,67
19,5	0,1154	0,0200	0,0144	-0,21380	16,24	-0,0052	0,20300	35,19	51,43	18,95	5,59	13,36
20,5	0,1370	0,0250	0,0229	-0,35405	16,55	-0,0055	0,21335	34,25	50,80	17,70	5,28	12,42
21,5	0,1519	0,0300	0,0229	-0,35405	16,77	-0,0068	0,25690	33,37	50,14	16,60	5,06	11,54
22,5	0,1480	0,0350	0,0229	-0,35405	16,99	-0,0068	0,25690	32,63	49,62	15,64	4,84	10,80
23,5	0,1491	0,0400	0,0229	-0,35405	17,21	-0,0084	0,30890	32,01	49,22	14,80	4,62	10,18
24,5	0,1404	0,0450	0,0229	-0,35405	17,43	-0,0101	0,36245	31,43	48,86	14,00	4,40	9,60
25,5	0,1292	0,0500	0,0332	-0,53430	17,60	-0,0101	0,36245	30,94	48,54	13,34	4,23	9,11
26,5	0,1109	0,0550	0,0332	-0,53430	17,75	-0,0131	0,45395	30,45	48,20	12,70	4,08	8,62
27,5	0,0942	0,0600	0,0332	-0,53430	17,90	-0,0131	0,45395	30,07	47,97	12,17	3,93	8,24
28,5	0,0797	0,0650	0,0332	-0,53430	18,05	-0,0131	0,45395	29,69	47,74	11,64	3,78	7,86
29,5	0,0675	0,0700	0,0332	-0,53430	18,20	-0,0122	0,42740	29,30	47,50	11,10	3,63	7,47
30,5	0,0544	0,0750	0,0332	-0,53430	18,35	-0,0122	0,42740	28,89	47,24	10,54	3,48	7,06
31,5	0,0443	0,0800	0,0355	-0,57685	18,50	-0,0145	0,49295	28,48	46,98	9,98	3,33	6,65
32,5	0,0359	0,0850	0,0355	-0,57685	18,64	-0,0145	0,49295	28,13	46,77	9,49	3,19	6,30
33,5	0,0291	0,0900	0,0355	-0,57685	18,78	-0,0145	0,49295	27,79	46,57	9,01	3,05	5,96
34,5	0,0236	0,0950	0,0355	-0,57685	18,93	-0,0167	0,55345	27,45	46,38	8,52	2,90	5,62
35,5	0,0184	0,1000	0,0355	-0,57685	19,07	-0,0167	0,55345	27,15	46,22	8,08	2,76	5,32
36,5	0,0150	0,1050	0,0355	-0,57685	19,21	-0,0167	0,55345	26,85	46,06	7,64	2,62	5,02
37,5	0,0111	0,1100	0,0355	-0,57685	19,35	-0,0167	0,55345	26,55	45,90	7,20	2,48	4,72
38,5	0,0084	0,1150	0,0355	-0,57685	19,49	-0,0183	0,59585	26,28	45,77	6,79	2,34	4,45
39,5	0,0065	0,1200	0,0216	-0,30580	19,71	-0,0183	0,59585	26,00	45,71	6,29	2,12	4,17
40,5	0,0046	0,1250	0,0216	-0,30580	19,94	-0,0183	0,59585	25,73	45,67	5,79	1,89	3,90
41,5	0,0034	0,1300	0,0216	-0,30580	20,18	-0,0112	0,41480	25,43	45,61	5,25	1,65	3,60
42,5	0,0026	0,1350	0,0216	-0,30580	20,41	-0,0112	0,41480	24,98	45,39	4,57	1,42	3,15
43,5	0,0013	0,1400	0,0149	-0,16845	20,70	-0,0112	0,41480	24,54	45,24	3,84	1,13	2,71
44,5	0,0007	0,1450	0,0149	-0,16845	21,04	-0,0087	0,35355	23,97	45,01	2,93	0,79	2,14
45,5	0,0004	0,1500	0,0149	-0,16845	21,37	-0,0039	0,23575	21,99	43,36	0,62	0,46	0,16
46,5	0,0001	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
47,5	0,0001	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
48,5	0,0000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
49,5	0,0000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

¹⁷A tíz naptári évre vonatkozó teljes táblaanyag (6.1—6.9) szintén a *Függelékben* található meg.



*IV. Az általános korspecifikus termékenységi arányszámok
1983. évi magyarországi értékei felhasználásával végzett
ekvivalencia számítás néhány eredménye*

A 6.10 tábla ugyanúgy tizenhárom oszlopot tartalmaz, mint a 2.1 és a 3.1 tábla és az egyes oszlopok jelentése is teljesen azonos a különbséggel, hogy arányszámokról, nem pedig valószínűségekről lévén szó, az életkort feltüntető első oszlopok azoknak az életkoroknak az átlagát tüntetik fel, melyekre a koréves részletezésű arányszámok vonatkoznak, azt az egyéves korintervallumot tehát, mely alatt a jelzett korú átlagos nő a második oszlopban feltüntetett számú gyermeket szüli úgy kapjuk meg, hogy az első oszlopban szereplő adatból 0,5 évet levonunk (alsó határ) és 0,5 évet hozzáadunk (felső határ). A számításmenet egyébként a korábban vázolttal azonos. A tizenkettedik és tizenharmadik oszlop adatainak kiszámításához ebben az esetben is szükség volt a modális abszcissa érték és ordináta érték finomabb becslésére, amit szintén a korábbihoz hasonló módon oldottunk meg. Erre vonatkozó számításaink eredményeit a 7. tábla tartalmazza.

7. Az anyák gyermekeik megszületésekor átlagos életkora és a modális termékenységi szint meghatározására irányuló számítások eredményei

Naptáriév	Az illesztett parabolák paramétereit			A gyermekek megszületésekor modális életkor	A legmagasabb termékenységi szint
	a	b	c		
1974	-0,005399968	0,243198565	- 2,547333879	22,5185	0,1909
1975	-0,005149969	0,233698622	-2,459947021	22,6893	0,1913
1976	-0,008549968	0,373298603	- 3,886197500	21,8304	0,1884
1977	-0,006399962	0,284998308	- 2,990780991	22,2656	0,1821
1978	-0,003549987	0,153499421	-1,481556288	21,6197	0,1778
1979	-0,006599975	0,285398932	-2,907438536	21,6212	0,1779
1980	-0,005699978	0,249299067	-2,556514982	21,8684	0,1694
1981	-0,005349979	0,235399115	-2,425052992	21,9972	0,1643
1982	-0,005099970	0,227798653	- 2,387409861	22,3333	0,1563
1983	-0,008999966	0,392898530	- 4,135184212	21,8278	0,1529

Lássuk ezután, hogy milyen további összefüggések tárhatók fel az unimodális aszimmetrikus empirikus görbék felhasználásával végzett ekvivalencia számítások eredményei között és milyen következtetések vonhatók le a végzett számítások eredményeiből.

2.1.3 Az unimodális aszimmetrikus empirikus görbék felhasználásával végzett ekvivalencia számítások eredményei közötti összefüggések. Néhány következtetés

Lássuk először közelebbről, hogyan történt a 2.1 és a 3.1, valamint a 6.1—6.10 táblák tizenkettedik és tizenharmadik oszlopában található adatok, vagyis a szóban forgó valószínűségek, illetve arányszámok első elérésének életkorától másodszori elérésének életkoráig tartó "várakozási időnek" a modális életkor elérése előtti szakaszra és a modális életkor elérése utáni szakaszra történő felosztása. E felosztás elvégzéséhez természetesen ismernünk kell a finomabb módszerekkel becsült modális életkorokat. Ez utóbbiak a 4., az 5. és a 7. táblában találhatóak.

Az 1925-ben született férfiak első házasságkötési táblája esetében a modális házasságkötési valószínűség elérésének életkora 26,62 év, a modális házasságkötési valószínűség pedig 0,20485. Az 1925-ben született nők esetében a modális házasságkötési valószínűség életkora 23,90 év, a modális házasságkötési valószínűség pedig 0,20045.

A transzverzálisan becsült 1983. évi általános korspecifikus termékenységi arányszámok esetében az anyák gyermekeik megszületésekor modális életkora a 21,83 év, a modális termékenységi arányszám értéke pedig 0,1529.

Az 1925-ben született férfiak és nők esetében ismét a 0,045-et kitevő házasságkötési valószínűség elérésének két életkorát és e két életkor különbségét tekintve, ami

— a férfiak esetében $x_1 = 19,86$ év és $x_2 = 40,25$ év, a kettő különbsége pedig $x_2 - x_1 = 20,39$ év;

— a nők esetében $x_1 = 17,00$ év és $x_2 = 37,18$ év, a kettő különbsége pedig $x_2 - x_1 = 20,18$ év, a következőket állapíthatjuk meg:

a) a férfiak esetében a modális házasságkötési kor eléréséig terjedő "várakozási idő" $= x_M - x_1 = 26,62 - 19,86 = 6,76$ év, a modális házasságkötési kortól az adott valószínűség második elérésének életkoráig terjedő "várakozási idő" pedig $= x_2 - x_M = 40,25 - 26,62 = 13,63$ év és magától értetődő, hogy a teljes "várakozási idő" $x_2 - x_1 = (x_M - x_1) + (x_2 - x_M) = 6,76 + 13,63 = 20,39$ év;

b) a nők esetében a modális házasságkötési kor eléréséig terjedő "várakozási idő" $= x_M - x_1 = 23,90 - 17,00 = 6,90$ év, a modális házasságkötési kortól az adott valószínűség második elérésének életkoráig terjedő "várakozási idő" pedig $= x_2 - x_M = 37,18 - 23,90 =$

13,28 év és magától értetődő, hogy a teljes "várározási idő" $x_2 - x_1 = (x_M - x_1) + (x_2 - x_M) = 6,90 + 13,28 = 20,18$ év.

A transzverzálisan becsült 1983. évi általános korszpecifikus termékenységi arányszámok esetében a 0,125-et kitevő korszpecifikus termékenységi szint elérésének első életkora $= x_1 = 19,94$ év második életkora $= x_2 = 25,73$ év, a kettő különbsége pedig $x_2 - x_1 = 5,79$ év. Az anyák gyermekeik megszületésükori modális életkoráig terjedő "várározási idő" tehát $= x_M - x_1 = 21,83 - 19,94 = 1,89$ év, az e modális kortól az adott korszpecifikus termékenységi szint második elérésének életkoráig terjedő "várározási idő" pedig $= x_2 - x_M = 25,73 - 21,83 = 3,90$ év és magától értetődő, hogy a teljes "várározási idő" $x_2 - x_1 = (x_M - x_1) + (x_2 - x_M) = 1,89 + 3,90 = 5,79$ év.

A modális kor előtti "várározási időt" m -mel, a modális kor utánit pedig n -nel jelölve, az $m = x_M - x_1$ és $n = x_2 - x_M$ egyenlőségek birtokában megállapíthatjuk, hogy

$$m = (x_2 - x_1) - (x_2 - x_M)$$

$$n = (x_2 - x_1) - (x_M - x_1)$$

és

$$m + n = [(x_2 - x_1) - (x_2 - x_M)] + [(x_2 - x_1) - (x_M - x_1)].$$

Az m és az n kiszámított értékeinek birtokában és annak ismeretében, hogy az adott valószínűség, illetve termékenységi szint elérésének első és második életkora esetében is ugyanaz, vagyis az $x_2 - x_1$ teljes "várározási idő" olyan $P_1(x_1, y_1)$ és $P_2(x_2, y_2)$ pontok közötti távolság, melynek esetében $y_1 = y_2$, könnyen belátható, hogy az e távolságot $m : n$ arányban osztó pontnak az

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n} \quad \text{és} \quad y = \frac{my_2 + ny_1}{m + n}$$

koordinátái közül az x a modális életkorral, az y pedig az adott valószínűséggel, illetve termékenységi szinttel lesz egyenlő, vagyis $x = x_M$ és $y = y_1 = y_2$.

A $P_1(x_1, y_1)$ és $P_2(x_2, y_2)$ pont közötti

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = x_2 - x_1$$

távolság, vagyis a teljes "várározási idő", tehát a

$$\sqrt{(x_M - x_1)^2 + (y - y_1)^2} = \sqrt{(x_M - x_1)^2} = x_M - x_1$$

távolságból, vagyis a modális kor elérése előtti "várározási idő" és a

$$\sqrt{(x_2 - x_M)^2 - (y_2 - y)^2} = \sqrt{(x_2 - x_M)^2} = x_2 - x_M$$

távolságból, vagyis a modális kortól az adott valószínűség, illetve korszpecifikus termékenységi szint második elérésének életkoráig terjedő "várakozási időből" tevődik össze:

$$d = x_2 - x_1 = (x_M - x_1) + (x_2 - x_M).$$

Vizsgáljuk meg ezután, hogy milyen mértékben közelítik meg az e táblák harmadik oszlopában szereplő valószínűségeket, illetve korszpecifikus termékenységi szinteket közrefogó pontokon áthaladó egyenesek (szelők) a görbéhez elérésük első és második életkorában húzott érintőket. E szelők egyenletei, a táblákban használt jelölések alapján, az adott valószínűségek, illetve korszpecifikus termékenységi szintek elérésének első életkora esetében

$$y_1 = m_1 x + b_1,$$

második életkora esetében pedig

$$y_2 = m_2 x + b_2.$$

A táblák harmadik oszlopában szereplő egy évre vonatkozó korszpecifikus valószínűségeket, illetve termékenységi szinteket, mint az abszcissa tengellyei párhuzamos egyeneseket reprezentáló állandókat c -vel jelölve megállapíthatjuk, hogy a szóban forgó egyenesek nem szelők, hanem érintők lennének¹⁸, akkor érvényesnek kellene lenniök a következő egyenlőségeknek:

$$\int_{x_1 - 0,5}^{x_1 + 0,5} y_1 dx = \int_{x_1 - 0,5}^{x_1 + 0,5} (m_1 x + b_1) dx =$$

$$\int_{x_2 - 0,5}^{x_2 + 0,5} y_2 dx = \int_{x_2 - 0,5}^{x_2 + 0,5} (m_2 x + b_2) dx = c,$$

vagyis

$$\int_{x_1 - 0,5}^{x_1 + 0,5} y_1 dx - \int_{x_2 - 0,5}^{x_2 + 0,5} y_2 dx = 0,$$

¹⁸A matematikai analízisből tudjuk, hogy az érintő a szelő határhelyezete.

illetve

$$\int_{x_1 - 0,5}^{x_1 + 0,5} (m_1 x + b_1) dx - \int_{x_2 - 0,5}^{x_2 + 0,5} (m_2 x + b_2) dx = 0.$$

Ha a fenti határozott integrálok kiszámítását a tábláinkban szereplő m_1 és b_1 , valamint m_2 és b_2 , valamint x_1 és x_2 értékek felhasználásával elvégezzük, azt találjuk, hogy azok igen jól közelítik az e táblák harmadik oszlopában szereplő c értékeket.

Az 1925-ben született férfiak esetében ismét a 0,045-et kitevő házasságkötési valószínűség sorának adatait tekintve, melyben e valószínűség elérésének első életkora (x_1) 19,86 év, második életkora (x_2) pedig 40,25 év, azt találjuk, hogy

$$\begin{aligned} \int_{19,36}^{20,36} (0,02550x - 0,46150) dx &= \left[\frac{0,02550x^2}{2} + (-0,46150x) \right]_{19,86}^{20,36} = \\ &= -4,1108876 - (-4,1558176) = 0,04493 \end{aligned}$$

és

$$\begin{aligned} \int_{39,75}^{40,75} (-0,00879 + 0,39883) dx &= \left[-\frac{0,00879x^2}{2} + 0,39883x \right]_{39,75}^{40,75} = \\ &= 8,954150313 - 8,909117813 = 0,04503. \end{aligned}$$

A közelítés tehát igen jó; a két határozott integrál különbsége is közelítőleg zérus, illetve, ha valamelyik integrál esetében felcserélnénk az integrálási határokat, összegük lenne közelítőleg zérus.

Analóg módon a nőkre, melyben e valószínűség elérésének első életkora (x_1) 17,00 év, második életkora (x_2) pedig 37,18 év, azt találjuk, hogy

$$\begin{aligned} \int_{16,5}^{17,5} (0,01750x - 0,25284) dx &= \left[\frac{0,01750x^2}{2} + (-0,25284x) \right]_{16,5}^{17,5} = \\ &= -1,745012500 - (-1,789672500) = 0,04466 \end{aligned}$$

és

$$\int_{36,68}^{37,68} (-0,00190x + 0,11602) dx = \left[-\frac{0,00190x^2}{2} + 0,11602x \right] =$$
$$= 3,022840320 - 2,977462320 = 0,04538 .$$

A közelítés ebben az esetben az előbbinél kevésbé jó, de még mindig igen jó, a két határozott integrál különbsége ebben az esetben is csak a harmadik tizedesjegy után tér el zérustól, a ha valamelyik integrál esetében az integrálási határokat felcserélnénk, összegük is ugyanilyen közelítéssel lenne zérus.

Az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok esetében ismét a 0,125-et kitevő korszpecifikus termékenységi szint sorának adatait tekintve, melyben e szint elérésének első életkora (x_1) 19,94 év, második életkora 25,73 év, azt találjuk, hogy

$$\int_{19,45}^{20,45} (0,0216x - 0,30580) dx = \left[\frac{0,0216x^2}{2} + (-0,30580x) \right]_{19,45}^{20,45} =$$
$$= -1,737023 - (-1,862143) = 0,1251$$

és

$$\int_{25,23}^{26,23} (-0,0183x + 0,59585) dx = \left[-\frac{0,0183x^2}{2} + 0,59585x \right]_{25,23}^{26,23} =$$
$$= 9,333827465 - 9,208836465 = 0,1250 .$$

Látható, hogy a közelítés ebben az esetben is igen jó; a két határozott integrál különbsége is közelítőleg zérus, illetve, ha valamelyik integrál esetében az integrálási határokat felcserélnénk, összegük lenne igen jó közelítéssel zérus.

Hasonló a helyzet a többi szelő határozott integráljának a megfelelő integrálási határok közötti páronkénti kiszámítása esetében is, amiből kitűnik, hogy a táblák harmadik oszlopában szereplő ekvidisztans valószínűségek, illetve korszpecifikus termékenységi szintek eléggé jól sűrítettek ahhoz, hogy a szóban forgó szelők a görbének az x_1 és x_2 abszcisszájú pontjaihoz húzott érintőket igen jó közelítéssel helyettesítsék.

Ha a szelők páronkénti integrálását soronként elvégezzük és a kiszámított integrálok értékeit összegezzük, a harmadik oszlopban szereplő, az ekvivalencia számításához ténylegesen felhasznált ekvidisztans értékek összegének kétszeresét kapjuk eredményül. A házasságkötési valószínűségek szempontjából ennek nincs különösebb jelentősége, a korszpecifikus termékenységi arányszámok esetében azonban felmerülhet ezzel kapcsolatban az a kérdés, hogy előállíthatók-e úgy is a szelők, illetve érintők egyenletei, hogy a megfelelő integrálási határok közötti határozott integráljaik összege pontosan a korszpecifikus termékenységi arányszámok összegével, vagyis a transzverzálisan becsült bruttó teljes termékenységi mutató értékével legyen egyenlő.

Ha az általános korszpecifikus termékenységi arányszámokat sikerül modelleznünk, és a modellezés eredményeként rendelkezésünkre álló termékenységi függvény jó illeszkedésű és az életkort jelentő x változó szerint deriválható, akkor ennek nyilvánvalóan semmi akadálya; az érintő szerkesztés szabályai szerint ezeknek az egyeneseknek az egyenletei viszonylag könnyen előállíthatók. Ha jól illeszkedő és deriválható termékenységi modell nem áll rendelkezésünkre, akkor az empirikus termékenységi görbe numerikus, illetve grafikus deriválásának módszeréhez célszerű folyamodnunk. Egy ilyen numerikusnak tekinthető deriválási eljárás alkalmazását mutatja be a szintén a transzverzálisan becsült 1983. évi általános korszpecifikus arányszámok felhasználásával készült 8. tábla. E tábla első oszlopa az életkort, második oszlopa az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok tényleges értékeit tartalmazza. Harmadik, negyedik és ötödik oszlopa a három-három adatpárhoz a legkisebb négyzetek elve alapján illesztett $y = ax^2 + bx + c$ típusú másodfokú polinomok paramétereit tartalmazza. Az első sorban a 14,5 és 0, 15,5 és 0,0094, 16,5 és 0,0238 értékekhez, a második sorban a 15,5 és 0,0094, 16,5 és 0,0238, 17,5 és 0,0467 értékekhez illesztett polinom paramétereit találjuk stb. A hatodik és hetedik oszlop az ugyanabban a sorban szereplő polinomok életkor szerinti deriváltjának paramétereit, vagyis a $2a$ és a b értékeket tartalmazza. A nyolcadik és kilencedik oszlop az empirikus termékenységi görbéhez az első oszlopban jelzett életkorokban húzott $y = mx + n$ típusú érintők paramétereit adja meg. Az m (nyolcadik oszlop) az illesztett parabola deriváltjának helyettesítési értéke az első oszlopban jelzett életkorban. A 18,5 éves korhoz tartozó sorban például, minthogy a parabola életkor szerinti első deriváltja

$$y' = 0,002300004x - 0,0082000077 ,$$

az érintők egyenes m paraméterének (irányhatározójának) értéke

$$m = (0,002300004 \times 18,5) + (-0,0082000077) = 0,034349997 .$$

8. Az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok 1983. évi magyarországi empirikus görbéje numerikus deriválásával kapcsolatos számítások főbb eredményei

Életkor (év) $y+0,5$	A tényleges $f_y(y)$ értékek	A parabolák paraméterei			A parabolák deriváltjának paraméterei		Az érintők paraméterei	
		a	b	c	$m_1 = 2a$	$b_1 = b$	m	n
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
15,5	0,0094	0,002499999	-0,065599968	0,425574750	0,004999998	-0,065599968	0,011900001	-0,175050016
16,5	0,0238	0,004250001	-0,121600029	0,873137735	0,008500002	-0,121600029	0,018650004	-0,283925066
17,5	0,0467	0,005150001	-0,152200035	1,133012808	0,010300002	-0,152200035	0,028050000	-0,444175000
18,5	0,0799	0,001150002	-0,008200077	-0,161986791	0,002300004	-0,008200077	0,034349997	-0,555574945
19,5	0,1154	-0,006950002	0,299600072	-3,084063200	-0,013900004	0,299600072	0,028549994	-0,441324883
20,5	0,1370	-0,003349992	0,155599652	-1,644958934	-0,006699983	0,155599652	0,018250001	-0,237125010
21,5	0,1519	-0,009399964	0,409698462	-4,311483492	-0,018799929	0,409698462	0,005499989	0,033650247
22,5	0,1480	0,002499985	-0,113899333	1,445117503	0,004999970	-0,113899333	-0,001400008	0,179500180
23,5	0,1491	-0,004899970	0,226498570	-2,467608211	-0,009799939	0,226498570	-0,003799997	0,238399918
24,5	0,1404	-0,001249997	0,051299847	-0,366135630	-0,002499994	0,051299847	-0,009950006	0,384175147
25,5	0,1292	-0,003550004	0,166300223	-1,803065333	-0,007100009	0,166300223	-0,014750007	0,505325166
26,5	0,1109	0,000800001	-0,059900061	1,136450810	0,001600002	-0,059900061	-0,017500008	0,574650212
27,5	0,0942	0,001099983	-0,076099080	1,355062355	0,002199966	-0,076099080	-0,015600015	0,523200413
28,5	0,0797	0,001149940	-0,078896558	1,394213482	0,002299879	-0,078896558	-0,013350007	0,460175185
29,5	0,0675	-0,000449967	0,013898074	0,049090892	-0,000899935	0,013898074	-0,012650009	0,440675251
30,5	0,0544	0,001499836	-0,103089987	1,803422406	0,002999672	-0,103089987	-0,011599991	0,408199726
31,5	0,0443	0,000849895	-0,062793405	-1,178983692	0,001699791	-0,062793405	-0,009249989	0,335674638
32,5	0,0359	0,000799920	-0,059594778	1,127815195	0,001599839	-0,059594778	-0,007600011	0,282900341
33,5	0,0291	0,000649952	-0,049696796	0,964533856	0,001299904	-0,049696796	-0,006150012	0,235125402
34,5	0,0236	0,000149991	-0,015699351	0,386701312	0,000299981	-0,015699351	-0,005350007	0,208175224
35,5	0,0184	0,000899921	-0,068194403	1,305175693	0,001799842	-0,068194403	-0,004300012	0,171050426
36,5	0,0150	-0,000249961	0,014597160	-0,184785693	-0,000499922	0,014597160	-0,003649993	0,148224745
37,5	0,0111	0,000599817	-0,048286262	0,978342521	0,001199634	-0,048286262	-0,003299987	0,134849513
38,5	0,0084	0,000399900	-0,033092332	0,689702460	0,000799801	-0,033092332	-0,002999994	0,096949750
39,5	0,0065	-0,000000004	-0,001899707	0,081544223	-0,000000008	-0,001899707	-0,001900023	0,081550909
40,5	0,0046	0,000349983	-0,029898632	0,641434804	0,000699966	-0,029898632	-0,001550009	0,067375365
41,5	0,0034	0,000199985	-0,017598758	0,389324227	0,000399970	-0,017598758	-0,001000003	0,044900125
42,5	0,0026	-0,000249990	0,020199163	-0,404319717	-0,000499980	0,020199163	-0,001049987	0,047224448
43,5	0,0013	0,000349938	-0,031394624	0,704795609	0,000699876	-0,031394624	-0,000950018	0,042625783
44,5	0,0007	0,000149977	-0,013797949	0,317716879	0,000299954	-0,013797949	-0,000449996	0,020724822
45,5	0,0004	-0,000000001	-0,000299926	0,014048324	-0,000000002	-0,000299926	-0,000300017	0,014050774
46,5	0,0001	0,000149956	-0,014095918	0,331317618	0,000299912	-0,014095918	-0,000150010	0,007075465
47,5	0,0001	-0,000029980	0,002818100	-0,066117387	-0,000059960	0,002818100	-0,000030000	0,001525000
48,5	0,0000	0,000014993	-0,001499351	0,037490524	0,000029987	-0,001499351	-0,000044982	0,002221603
49,5	0,0000	0,000009995	-0,001009461	0,025489157	0,000019989	-0,001009461	-0,000020004	0,000990248

Az érintő n paraméterének értékét (kilencedik oszlop) megkapjuk, ha a $-m$ értékét megszorozzuk a szóban forgó abszcissa értékkel (életkorral) és a szorzat értékéhez az empirikus függvényértéket hozzáadjuk:

$$n = [-(0,034349997 \times 18,5) + 0,0799] = -0,555574945 .$$

Az

$$y = 0,034349997x - 0,555574945$$

érintő egyenletét $18,5 - 0,5 = 18$ és $18,5 + 0,5 = 19$ határok között integrálva:

$$\int_{18}^{19} (0,034349997x - 0,555574945) dx = \left[\frac{0,034349997x^2}{2} + (-0,555574945x) \right]_{18}^{19} =$$

$$= -4,355749497 - (-4,435649496) = 0,0799 ,$$

az általános korszpecifikus termékenységi arányszámnak a szóban forgó életkorhoz tartozó értékét kapjuk eredményül.

Az érintők a megfelelő integrálási határok közötti határozott integráljainak összege egyenlő az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok összegével, vagyis a transzverzálisan becsült bruttó teljes termékenységi mutató értékével.

Az empirikus termékenységi görbe numerikus deriválásának jóval egyszerűbb módszere, ha az érintő irányhatározójának értékét közvetlenül a tábla második oszlopban származó arányszámok értékéből határozzuk meg az

$$m = \frac{f[(x + 0,5) + 1] - f[(x + 0,5) - 1]}{2}$$

formula felhasználásával. Esetünkben

$$m = \frac{0,1154 - 0,0467}{2} = 0,03435 ,$$

ami gyakorlatilag megegyezik a korábbi számítás eredményével. Minthogy az empirikus termékenységi görbének a $P_1(x_1, y_1)$, esetünkben a $P_1(18,5; 0,0799)$ pontjához húzott érintő egyenlete

$$y = [m(x - x_1)] + y_1 = [0,03435(x - 18,5)] + 0,0799 =$$

$$= 0,03435x - 0,635475 + 0,0799 = 0,03435x - 0,555575 ,$$

kitűnik, hogy gyakorlatilag az érintő tengelymetszete is megegyezik a korábbival, az érintő 18 és 19 éves kor közötti határozott integráljának értéke pedig 0,0799-del.

Az érintő egyenletétől az érintési pont koordinátái, a már említett módszerrel számítva:

$$x_1 = \frac{0,555575 + 0,0799}{0,03435} = \frac{0,635475}{0,03435} = 18,5$$

és

$$y_1 = (0,03435 \times 18,5) - 0,555575 = 0,0799.$$

Ezzel a jóval egyszerűbb módszerrel is előállíthatók tehát az említett célnak megfelelő érintők egyenletei.

Lássuk ezután, milyen következtetések vonhatók le unimodális aszimmetrikus empirikus görbéink felhasználásával végzett ekvivalencia számítások eredményeiből?

Jobboldali (pozitív) aszimmetria fennforgása esetén, mint ahogyan az az első házasságok megkötése korszpecifikus valószínűségeinek és az általános korszpecifikus termékenységi arányszámoknak az alapulvételével végzett ekvivalencia számítások eredményeiből is kitűnik, az első házasság megkötése ugyanazon kollektív esélyének, vagy ugyanannak a korszpecifikus termékenységi szintnek a másodszori elérési idejéig terjedő "várakozási idő", az első elérés után, a tanulmányozott jelenség manifesztálódásának alsó határát jelentő λ életkortól, illetve az első, már párbaállítható valószínűségtől, illetve termékenységi szinttől a modális életkor a kor előrehaladásával monoton csökkenő tendenciát mutat. Láttuk, hogy vonatkozó tábláinknak az $x_2 - x_1$ értékek alakulását leíró tizenegyedik oszlopa monoton csökkenő értékeket tartalmaz. Merőben logikai megfontolások alapján könnyen belátható, hogy ugyanez lenne a helyzet az unimodális szimmetrikus és unimodális baloldali (negatív) aszimmetriát mutató empirikus görbék felhasználásával végzett számítások esetében is.

Jobboldali (pozitív) aszimmetria fennforgása esetén — mint az számítási eredményeink alapján kitűnt — az ugyanazon valószínűségi, illetve termékenységi szint elérésének első életkorától a modális életkorig terjedő rövidebb, és a modális életkortól az elérés második életkoráig terjedő hosszabb "várakozási idő" egyaránt csökken, de eredményeink alapján azt is láttuk, az ugyanazon valószínűségi, illetve termékenységi szint első elérésének életkorától a modális életkorig terjedő rövidebb "várakozási idő" lassabban csökken, mint a modális életkor és a második elérés életkoráig terjedő hosszabb "várakozási idő". Láttuk, hogy vonatkozó tábláink tizenkettedik és tizenharmadik oszlopának adatai egyaránt csökkennek, de a tizenkettedik oszlop adatai lassúbb ütemben csökkennek, mint a tizenharmadik oszlop adatai¹⁹. Merőben logikai megfontolások alapján könnyen belátható, hogy unimodális szimmetrikus görbék felhasználásával végzett számítások esetében csak a "várakozási idő" csökkenésének ténye forogna fenn, mindkét "várakozási idő" ugyanolyan hosszúságú lenne és ugyanolyan ütemben csökkenne. Baloldali (negatív) aszimmetria fennforgása esetén ezen túlmenően a két "várakozási idő" egyenlőtlen ütemű csökkenésének ténye is fennforogna, de a modális életkor és a második elérés életkora közötti rövidebb "várakozási idő" csökkenne lassabban és a modális életkor elérése előtti hosszabb "várakozási idő" gyorsabban.

Jobboldali (pozitív) aszimmetria fennforgása esetén egyébként az ekvivalencia számítás eredményeitől részben függetlenül is belátható, hogy a házasságkötési valószínűségek, korszpecifikus termékenységi szintek stb. a modális életkor elérése után lassúbb ütemben csökkennek mint amilyen ütemben a modális életkor elérése előtt növekedtek (vesd egybe a szelők irányhatározói értékének alakulását az empirikus görbék módusz előtti és utáni szakaszában). Baloldali (negatív) aszimmetria fennforgása esetében ennek az ellenkezője

¹⁹ Az is kitűnt, hogy a nem egyformán hosszú két "várakozási idő" a módusz környezetében egyenként válik egymással és egyes esetekben előfordulhat, hogy az eredetileg hosszabb módusz utáni "várakozási idő" a módusz közvetlen környezetében a módusz előttnél rövidebbé válik.

forogna fenn. Szimmetrikus görbék esetében pedig a modális életkor elérése előtti növekedés üteme azonos lenne a modális életkor utáni csökkenés ütemével.

Elsősorban tényleges kohorszok általános korszpecifikus termékenységi arányszámainak vagy más hasonló jellegű mutatóinak felhasználásával végzett számítások eredményei alapján győződhetnénk meg arról, hogy a tanulmányozott jelenség kisebb átlagos intenzitása (a redukált eseményszámok, korszpecifikus arányszámok stb. kisebb összege) esetében a valamely szint elérésének első életkora magasabb, a második eléréséig terjedő teljes "várakozási idő" viszont rövidebb, az ugyanazon szintek elérésének első és második életkora közötti különbségek ($x_2 - x_1$) általában rövidebbek mint nagyobb átlagos intenzitás fennforgása esetén. Ha tehát a jelenség manifesztálódásának alsó és felső határa (a λ és φ) közötti életszakaszban a halandósági szint a kor előrehaladásával ugyan növekedne, de a kor szerinti halandóság az összehasonlítható görbék esetében azonos lenne, akkor állíthatnánk, hogy ugyanazon szint második elérésének valószínűsége nagyobb a jelenség kisebb átlagos intenzitása esetén mint nagyobb átlagos intenzitása esetén.

Naptári időszakokra vonatkozó elemzések eredményeit hasonlítva össze egymással azt állapíthatjuk meg, hogy a jelenségek kor szerinti valószínűségeit, illetve szintjeit leíró görbék változatlansága esetén a különböző valószínűségek és szintek elérésének első életkorát leggyakrabban (a népesség alul széles korfái esetében) abszolút számban többen érik el mint a másikat, öregebb népegekben azonban nagyobb lenne a második életkort elérők aránya.

Könnyen belátható az is, hogy az ekvidisztans korszpecifikus valószínűségek, illetve intenzitások adott sűrűségű skálája esetén az ekvivalens ordináta értékekhez tartozó, párbaállítható abszcissa értékek száma (az ekvivalencia számítás eredményeit tartalmazó tábla hosszúsága) az első párbaállítást lehetővé tevő valószínűség, illetve szint és a modális valószínűség, illetve szint közötti különbségtől (távolságtól) függ, melynek változásait elsősorban a modális értékek alakulása befolyásolja.

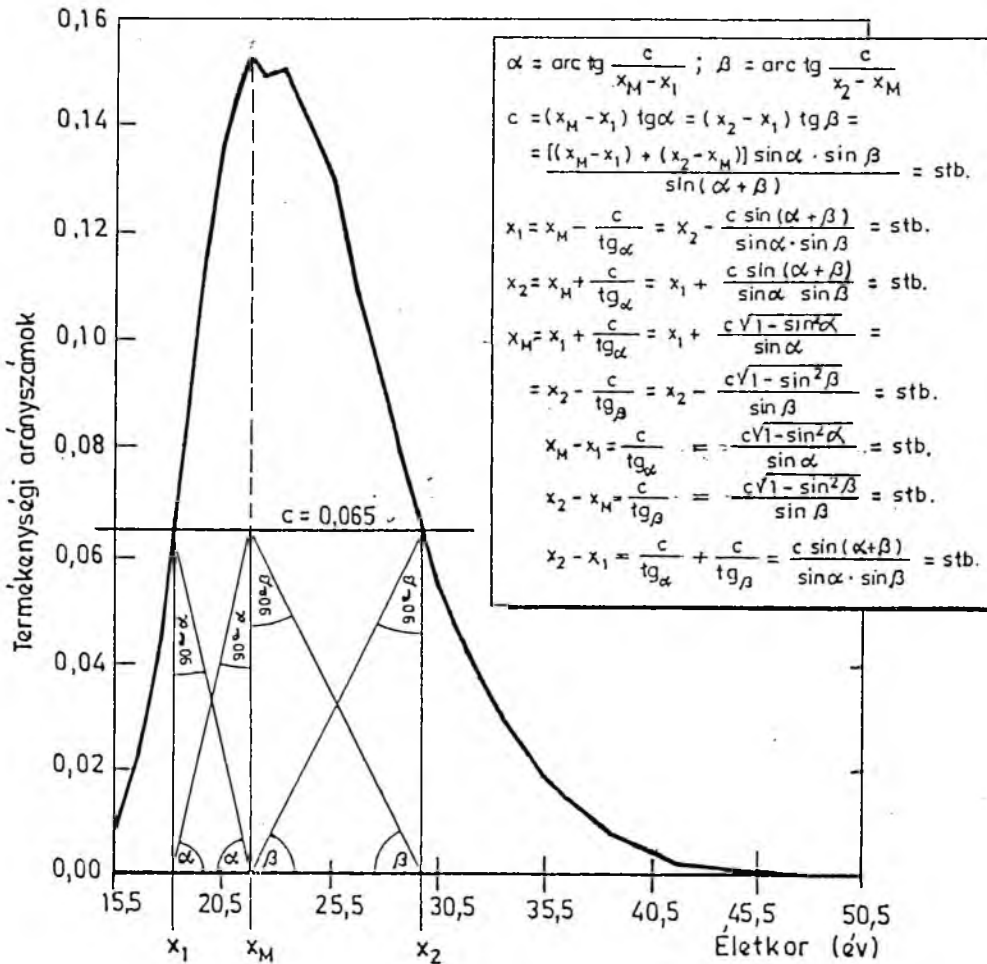
Az unimodális aszimmetrikus empirikus görbék felhasználásával végzett ekvivalencia számítások eredményei közötti összefüggések bemutatása nem lenne teljesen, ha nem mutatnánk be legalább vázlatosan az ekvivalens életkorok és várakozási idők közötti főbb trigonometriai jellegű kapcsolatokat is. E kapcsolatok megértése céljából tekintsük a mellékelt V. ábrát, mely a főbb trigonometriai összefüggéseket az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok transzverzálisan becsült 1983. évi magyarországi értékeinek már ismert empirikus görbéje alapján szemlélteti. Az ekvivalencia számítás főbb eredményeit a görbe alapján a korábban bemutatott 6.10 tábla tartalmazza és IV. ábra szemlélteti. Ha a 6.10 tábla alapján a 0,065-et kitevő korszpecifikus termékenységi szint elérésével kapcsolatos számítási eredményekből indulunk ki, látható, hogy e szint elérésének első életkora = $x_1 = 18,05$ év, második életkora = $x_2 = 29,69$ év, a kettő különbsége pedig = $x_2 - x_1 = 11,64$ év. Az anyák gyermekeik megszületésekor modális életkoráig terjedő "várakozási idő" tehát = $x_M - x_1 = 21,83 - 18,05 = 3,78$ év, e modális kortól az adott korszpecifikus termékenységi szint második elérésének életkoráig terjedő "várakozási idő" pedig = $x_2 - x_M = 29,69 - 21,83 = 7,86$ év. Magától értendő, hogy a teljes "várakozási idő" ($x_2 - x_1$) összetevődik az összegezése útján is kiszámítható: $(x_M - x_1) + (x_2 - x_M) = 3,78 + 7,86 = 11,64$ év. A teljes "várakozási idő" $x_M - x_1 = m$ és $x_2 - x_M = n$ arányban osztó pontnak x és y koordinátái ebben az esetben is

$$x = \frac{m x_2 + n x_1}{m + n} = \frac{x_1 + \frac{m}{n} x_2}{1 + \frac{m}{n}} = \frac{18,05 + \frac{3,78}{7,86} \times 29,69}{1 + \frac{3,78}{7,86}} = 21,83 \text{ év}$$

és

$$y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n} = \frac{y_1 + \frac{m}{n}y_2}{1 + \frac{m}{n}} = \frac{0,065 + \frac{3,78}{7,86} \times 0,065}{1 + \frac{3,78}{7,86}} = 0,065,$$

vagyis az x a modális életkorral, az y pedig az adott termékenységi szinttel egyenlő.



V. Az ekvivalens életkorok és a várakozási idők közötti trigonometriai jellegű kapcsolatok szemléltetése az általános korspecifikus termékenységi arányszámok 1983. évi magyarországi értékeinek empirikus görbéje alapján

Ezt a 0,065-et kitevő termékenységi szintet az V. ábrán az abszcissa tengellyel párhuzamos c egyenes szimbolizálja, melynek az empirikus termékenységi görbével alkotott metszéspontjai közötti szakasza a teljes "várakozási idővel" egyenlő. Ha e metszéspontokból az abszcissa tengelyre merőlegeseket bocsátunk, e merőlegeseknek az abszcissa tengellyel alkotott metszéspontjai lesznek az x_1 és x_2 életkorok. Ha továbbá az empirikus termékenységi görbe legmagasabb pontból is merőlegest bocsátunk az abszcissa tengelyre, ez a merőleges a c egyenesre is merőleges lesz és ez utóbbit is, valamint az abszcissa tengelyt is az anyák gyermekeik megszületésekorai modális életkorának (x_M) megfelelő pontban metszi. Az x_1 , x_M és x_2 életkorok tehát az abszcissa tengelyen és az ennek az egyenesnek a teljes "várakozási idő" jelentő szakaszán egyaránt megtaláljuk (bár az ábrán csak az abszcissa tengelyen jelöltük). Az abszcissa tengelyen jelölt x_1 és x_2 életkort a c egyenesen lévő x_M életkorról, az abszcissa tengelyen jelölt x_M életkort pedig a c egyenesen lévő x_1 és x_2 életkorról egyenesszakaszokkal (a kialakult paralelogrammák átlóival) összekötve kapjuk azt a négy, páronként egybevágó derékszögű háromszöget, mely az V. ábrán látható α és β szögek, valamint e szögek pótszögeinek definiálását lehetővé teszi.

Könnyen látható, hogy

$$\alpha = \arctg \frac{c}{x_M - x_1} = \arctg \frac{0,065}{3,78} = 0,985147793^\circ$$

és

$$\beta = \arctg \frac{c}{x_2 - x_M} = \arctg \frac{0,065}{7,86} = 0,473809259^\circ,$$

aminek alapján

$$c = (x_M - x_1) \operatorname{tg} \alpha = (x_2 - x_M) \operatorname{tg} \beta = 3,78 \operatorname{tg} 0,985147793^\circ,$$

ami azzal is összefügg, hogy $7,86 \operatorname{tg} 0,473809359^\circ = 0,065$,

$$\frac{x_M - x_1}{x_2 - x_M} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}, \text{ illetve } \frac{x_2 - x_M}{x_M - x_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}.$$

Könnyen belátható továbbá, hogy

$$x_1 = x_M - \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha} = 21,83 - \frac{0,065}{0,017195767} = 18,05 \text{ év};$$

$$x_2 = x_M + \frac{c}{\operatorname{tg} \beta} = 21,83 + \frac{0,065}{0,008269720} = 29,69 \text{ év};$$

$$x_2 - x_1 = \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{c}{\operatorname{tg} \beta} = 11,64 \text{ év};$$

$$x_M = x_1 - \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha} = x_2 - \frac{c}{\operatorname{tg} \beta} = 21,83 \text{ év};$$

$$x_M - x_1 = \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha} = 3,78 \text{ év};$$

$$x_2 - x_M = \frac{c}{\operatorname{tg} \beta} = 7,86 \text{ év}.$$

Az α és a β szögektől, valamint ez utóbbiak trigonometriai szögfüggvényértékeitől egyaránt függő formulák alapján:

$$\begin{aligned} c &= \frac{(x_2 - x_1) \sin \alpha \times \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \\ &= \frac{[(x_M - x_1) + (x_2 - x_M)] \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \\ &= \frac{x_2 \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} - \frac{x_1 \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \\ &= 0,165794674 - 0,100794674 = \\ &= \frac{(x_M - x_1) \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} + \frac{(x_2 - x_M) \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \\ &= 0,021108247 + 0,043891753 = 0,065. \end{aligned}$$

Hasonló megfontolások alapján kapjuk, hogy:

$$x_1 = x_2 - \frac{c \sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta} \quad \text{és} \quad x_2 = x_1 + \frac{c \sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}.$$

$$x_2 - x_1 = \frac{c \sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta} = \frac{c\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} + \frac{c\sqrt{1 - \sin^2 \beta}}{\sin \beta},$$

ugyanis

$$x_M - x_1 = \frac{c\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} \quad \text{és} \quad x_2 - x_M = \frac{c\sqrt{1 - \sin^2 \beta}}{\sin \beta},$$

és

$$x_M = x_1 + \frac{c\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} = x_2 - \frac{c\sqrt{1 - \sin^2 \beta}}{\sin \beta} = \text{stb.}$$

Az α és a β szögek és trigonometriai szögfüggvényértékeik helyett számolhatunk természetesen az e szögeknek megfelelő *Gudermann*-, illetve *Lambert-féle* számokkal (és e számok hiperbolikus függvényértékeivel is), vagyis az $\alpha = 0,985147793^\circ$ helyett az $u_\alpha = 0,017194920$, a $\beta = 0,473809250^\circ$ helyett pedig az $u_\beta = 0,008269626$ számmal.

Az u_α szám érték az α szögéből legegyszerűbben az $u_\alpha = 2,302585093 \log_{10} \operatorname{tg} [0,5\alpha + 45^\circ]$ formula, az u_β szám értékét pedig a β szögéből hasonlóképpen az $u_\beta = 2,302585093 \log_{10} \operatorname{tg} [0,5\beta + 45^\circ]$ formula segítségével kaphatjuk meg, az ellentétes irányú transzformációk pedig az

$$\alpha = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} [\exp(u_\alpha)] - 90^\circ$$

és

$$\beta = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} [\exp(u_\beta)] - 90^\circ$$

formulákkal végezhetők.

Ha fokok helyett radiánban számolunk:

$$u_\alpha = \ln \operatorname{tg} [0,5\alpha + 0,25\pi] \quad \text{és} \quad \alpha = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} [\exp(u_\alpha)] - 0,5\pi,$$

továbbá:

$$u_\beta = \ln \operatorname{tg} [0,5\beta + 0,25\pi] \quad \text{és} \quad \beta = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} [\exp(u_\beta)] - 0,5\pi.$$

Ha az u_α és u_β számok komplexek, és az α és β szögeket a fenti formulákkal állítjuk elő, akkor a szögeket *Gudermann*-, illetve *Lambert-féle* szögeknek nevezhetjük.

Az $a + bi$ kanonikus alakban megadott komplex számokat véve alapul és a b/a hányadost $\operatorname{tg} \alpha = \sinh u_\alpha$ -val, illetve $\operatorname{tg} \beta = \sinh u_\beta$ -val véve egyenlőnek, viszonylag könnyen belátható, hogy:

$\sin \alpha = \tanh u_\alpha$	és	$\sin \beta = \tanh u_\beta$
$\cos \alpha = \operatorname{sech} u_\alpha$	és	$\cos \beta = \operatorname{sech} u_\beta$
$\operatorname{tg} \alpha = \sinh u_\alpha$	és	$\operatorname{tg} \beta = \sinh u_\beta$
$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{cosech} u_\alpha$	és	$\operatorname{ctg} \beta = \operatorname{cosech} u_\beta$
$\sec \alpha = \cosh u_\alpha$	és	$\sec \beta = \cosh u_\beta$
$\operatorname{cosec} \alpha = \operatorname{coth} u_\alpha$	és	$\operatorname{cosec} \beta = \operatorname{cotsh} u_\beta$

A fentiek figyelembevételével

$$c = (x_M - x_1) \sinh u_\alpha = (x_2 - x_M) \sinh u_\beta = 0,065,$$

ami azzal is összefügg, hogy:

$$\frac{x_M - x_1}{x_2 - x_M} = \frac{\sinh u_\beta}{\sinh u_\alpha}, \text{ illetve } \frac{x_2 - x_M}{x_M - x_1} = \frac{\sinh u_\alpha}{\sinh u_\beta}.$$

Könnyen belátható továbbá, hogy

$$x_1 = x_M - \frac{c}{\sinh u_\alpha} \quad \text{és} \quad x_2 = x_M + \frac{c}{\sinh u_\beta},$$

$$x_M - x_1 = \frac{c}{\sinh u_\alpha} \quad \text{és} \quad x_2 - x_M = \frac{c}{\sinh u_\beta},$$

s így

$$x_2 - x_1 = (x_M - x_1) + (x_2 - x_M) = \frac{c}{\sinh u_\alpha} + \frac{c}{\sinh u_\beta} = stb.$$

Mintegy $\alpha + \beta = 1,45895704$ és

$u_{\alpha+\beta} = 0,025466356$, könnyen verifikálható, hogy:

$$c = \frac{(x_2 - x_1) \tanh u_\alpha \tanh u_\beta}{\tanh u_{\alpha+\beta}} =$$

$$= \frac{[(x_M - x_1) + (x_2 - x_M)] \tanh u_\alpha \tanh u_\beta}{\tanh u_{\alpha + \beta}} = 0,065,$$

továbbá

$$x_1 = x_2 - \frac{c \tanh u_{\alpha + \beta}}{\tanh u_\alpha \times \tanh u_\beta};$$

$$x_2 = x_1 + \frac{c \tanh u_{\alpha + \beta}}{\tanh u_\alpha \times \tanh u_\beta};$$

$$x_2 - x_1 = \frac{c \tanh u_{\alpha + \beta}}{\tanh u_\alpha \times \tanh u_\beta};$$

$$x_M = x_1 + \frac{c \sqrt{1 - \tanh^2 u_\alpha}}{\tanh u_\alpha} = x_2 - \frac{c \sqrt{1 - \tanh^2 u_\beta}}{\tanh u_\beta} = \text{stb.}$$

A korábbiak során láttuk, hogy az ekvivalens életkorok kiszámítása céljából előállított szelők egyenleteinek felhasználásával a c -vel jelölt termékenységi szint közelítő pontossággal integrálással is kiszámítható:

$$\int_{x_1 - 0,5}^{x_1 + 0,5} (m_1 x + b_1) dx = \int_{x_2 - 0,5}^{x_2 + 0,5} (m_2 x + b_2) dx = c,$$

esetünkben

$$\int_{18,05 - 0,5}^{18,05 + 0,5} (0,0332x + 0,53430) dx = \int_{29,69 - 0,5}^{29,69 + 0,5} (-0,0131x + 0,45395) dx \approx 0,065 = c.$$

A P_1 (18,05; 0) és P_2 (21,83; 0,065) pontokon átmenő egyenes egyenlete:

$$y = 0,017195767x - 0,310383594 \text{ és}$$

$$\int_{x_M - 0,5}^{x_M + 0,5} (0,017195767x - 0,310383594) dx =$$

$$= -2,643712462 - (-2,708712462) \approx 0,065 = c ,$$

illetve más formában:

$$\int_{x_M - 0,5}^{x_M + 0,5} \left\{ \left[\frac{(x_M - x_1) \operatorname{tg}^2 \alpha}{c} \right] x - \frac{x_M(x_M - x_1) \operatorname{tg}^2 \alpha}{c} + c \right\} dx =$$

$$= \int_{x_M - 0,5}^{x_M + 0,5} (0,017195767x - 0,375383599 + 0,065) dx \approx 0,065 = c .$$

A $P_1(21,83; 0,065)$ és $P_2(29,69; 0)$ pontokon átmenő egyenes egyenlete:

$$y = -0,008269720x + 0,245527987 \text{ és}$$

$$\int_{x_M - 0,5}^{x_M + 0,5} (-0,008269720x + 0,245527987) dx =$$

$$= 3,420879256 - 3,355879257 \approx 0,065 = c ,$$

illetve más formában:

$$\int_{x_M - 0,5}^{x_M + 0,5} \left\{ - \left[\frac{(x_2 - x_M) \operatorname{tg}^2 \beta}{c} \right] x - \frac{x_M(x_2 - x_M) \operatorname{tg}^2 \beta}{c} + c \right\} dx =$$

$$\int_{x_M - 0,5}^{x_M + 0,5} (-0,008269720x - 0,180527990 + 0,065) dx \approx 0,065 = c ,$$

amivel csupán azt kívánjuk érzékeltetni, hogy az ekvivalencia számíttással kapcsolatban csak igen vázlatosan előadott trigonometriai (és hiperbolikus) összefüggések a kiválasztott arányszámok (illetve valószínűségek) rekonstruálását lehetővé tevő határozott integrálok kiszámításában is szerephez juthatnak.

2.2 Az ekvivalenciák második változata kiszámításának és analitikai célokra való felhasználásának illusztrálása

2.2.1 A továbbélők számára vonatkozó adatok felhasználásával végezhető ekvivalencia számítások

A számításokhoz felhasznált adatok forrásai azonosak az 1. tábla alatt feltüntetett forrásokkal. A II. világháború utáni halandósági táblák felhasználásával végzett ekvivalencia számítások eredményeit a férfi és a női népességre vonatkozóan a 9. tábla tartalmazza²⁰. E táblában és a II. világháború előtti halandósági táblák alapulvételével végzett számítások eredményeit tartalmazó táblákban is megtaláljuk a továbbélők $l_0 = 100\,000$ kezdődő és monoton jelleggel 5000 fővel csökkenő számait, valamint azoknak a szelőknek a paramétereit (irányhatározójának és tengelymetszetének értékét), melynek a továbbélők adott számait reprezentáló, a koordináta rendszer vízszintes tengelyével párhuzamos egyenesekkel alkotott metszéspontjának az abszcissa értéke az életkor, melynek elérésekor a továbbélők száma a kezdeti 100 000 főről a táblák első és utolsó oszlopában feltüntetett számú főre csökken. Ezeket az életkorokat, korábbi gyakorlatunknak megfelelően, a táblák szintén tartalmazzák.

9. A továbbélők számához tartozó életkorok alakulása Magyarország népessége 1948–49., 1959–1960., 1969–1970., és 1980. évi halandósági táblái alapján

A tovább- élők száma	A mutatók megnevezése											
	1948–1949			1959–1960			1969–1970			1980		
	<i>m</i>	<i>b</i>	<i>x</i>	<i>m</i>	<i>b</i>	<i>x</i>	<i>m</i>	<i>b</i>	<i>x</i>	<i>m</i>	<i>b</i>	<i>x</i>

Férfiak

100000	0	100000	0	0	100000	0	0	100000	0	0	100000	0
95000	-10262	100000	0,49	-5583	100000	0,90	-3822	100000	1,31	-2563	100000	1,95
90000	-10262	100000	0,97	-219	97888	36,02	-400	107240	43,10	-578	115076	43,38
85000	-323	92496	23,21	-643	117247	50,15	-787	126089	52,21	-1016	153834	50,03
80000	-389	94947	38,42	-1154	144686	56,05	-1180	147804	57,46	-1325	152063	54,39
75000	-673	107445	48,21	-1476	163369	59,87	-1730	180577	61,03	-1583	166513	57,81
70000	-963	122458	54,47	-1817	184171	62,83	-2038	199827	63,70	-1853	182449	60,68
65000	-1288	140993	59,00	-2179	207357	65,33	-2339	219241	65,94	-2111	198439	63,21
60000	-1516	154907	62,60	-2442	224844	67,50	-2631	238658	67,90	-2303	210828	65,49
55000	-1757	170343	65,65	-2697	242311	69,45	-2880	255707	69,69	-2496	223659	67,57
50000	-2072	191456	68,27	-2938	259296	71,24	-3077	269591	71,37	-2686	236677	69,50
45000	-2282	206050	70,57	-3034	266208	72,91	-3161	275639	72,96	-2900	251767	71,30
40000	-2467	219271	72,67	-3176	276636	74,51	-3273	283858	74,51	-3000	258967	72,99
35000	-2589	228231	74,64	-3205	278797	76,07	-3445	296758	75,98	-3118	267622	74,61
30000	-2660	233586	76,54	-3200	278412	77,63	-3274	283667	77,48	-3226	275831	76,20
25000	-2646	232487	78,42	-3090	269759	79,21	-3024	264032	79,04	-3069	263742	77,79
20000	-2528	223094	80,34	-1981	261119	80,86	-1868	251552	80,74	-2728	236969	79,53
15000	-2322	206296	82,38	-2658	234696	82,65	-2501	221633	82,62	-2355	206938	81,50
10000	-2011	180310	84,69	-2213	197525	84,74	-2072	185805	84,85	-1954	173853	83,86
5000	-1345	123023	87,75	-1428	130003	87,54	-1384	126636	87,89	-1142	104441	87,08

²⁰Hazánk férfi és női népessége a II. világháború előtti halandósági tábláinak alapulvételével végzett számítások eredményeit is tartalmazó teljes táblaanyagot lásd a *Függelékben*.

A továb- élők száma	A mutatók megnevezése											
	1948—1949			1959—1960			1969—1970			1980		
	m	b	x	m	b	x	m	b	x	m	b	x

Nők

100 000	0	100000	0	0	100000	0	0	100000	0	0	100000	0
95000	-82000	100000	0,60	-4595	100000	1,09	-3198	100000	1,56	-2018	100000	2,48
90000	-135	90840	6,22	-354	106664	47,07	-545	119188	53,56	-605	122498	53,72
85000	-251	93223	32,76	-717	125811	56,92	-932	141427	60,54	-1019	146045	59,91
80000	-478	103133	48,40	-1284	159672	62,05	-1387	169938	64,84	-1353	166574	63,99
75000	-801	120191	56,42	-1685	185447	65,55	-1874	202114	67,83	-1848	199072	67,14
70000	-1163	141632	61,59	-2176	218427	68,21	-2443	241382	70,15	-2167	220929	69,65
65000	-1587	168605	65,28	-2566	245542	70,36	-2869	271848	72,10	-2527	246309	71,75
60000	-1973	194472	68,16	-2983	275354	72,19	-3092	288127	73,78	-2870	271177	73,58
55000	-2258	214283	70,54	-3182	289881	73,82	-3628	328116	75,28	-3233	298224	75,23
50000	-2534	234012	72,62	-3553	317520	75,29	-3749	337312	76,64	-3414	311980	76,74
45000	-2784	252385	74,49	-3609	321776	76,69	-3844	344627	77,95	-3693	333583	78,14
40000	-3010	269443	76,23	-3838	339493	78,03	-3932	351516	79,23	-3769	339587	79,49
35000	-3095	275988	77,86	-3855	340836	79,33	-3915	350156	80,50	-3796	341747	80,81
30000	-3153	280519	79,45	-3809	337156	80,64	-3854	345215	81,79	-3693	333326	82,14
25000	-3019	269706	81,06	-3699	328246	81,98	-3588	323246	83,12	-3563	322536	83,51
20000	-2883	258554	82,75	-3307	295881	83,42	-3385	306194	84,55	-3383	307416	84,96
15000	-2526	228733	84,61	-2747	248546	85,02	-2854	260775	86,12	-2897	265844	86,59
10000	-2124	194366	86,80	-2429	221198	86,95	-2543	233718	87,97	-2297	213334	88,52
5000	-1396	130297	89,75	-1476	137351	89,67	-1550	145341	90,54	-1367	129652	91,19

A férfi népesség II. világháború utáni tábláit használva kitűnt, hogy az 1948—1949. évi adatok alapján számítva a továbbélők számának 95 000 főre és 90 000 főre való csökkenése is az egyéves kor elérése előtt következik be. A női népesség 1948—1949. évi halandósági táblája esetében csak a továbbélők számának 95 000 főre való csökkenése következett be a 0 éves koron belül (0,6 éves korban). A felhasznált többi második világháború utáni halandósági tábla alapján ez már nem mutatható ki. A férfi népesség 1969—1970. évi és 1980. évi halandósági tábla alapján végzett számítások eredményeinek egybevetéséből viszont egyértelműen kitűnik, hogy a férfiak halandósági színvonala a két táblát elválasztó, hozzávetőleg egy évtizedet kitevő periódus alatt határozottan romlott: a továbbélők azonos nagyságúra csökkenő számainak elérése az 1980. évi tábla alapján számítva fiatalabb életkorban következik be, mint az 1969—1970. évi tábla alapján számítva. Kivételt csupán e táblák három első adata képez, ami elsősorban azzal magyarázható, hogy a férfiak általános halandósági szintjének romlása (emelkedése) a csecsemőhalandóság szintjének egyidejű javulása (süllyedése) mellett következett be. A női népesség 1969—1970. évi és 1980. évi halandósági táblája alapján végzett számítások eredményeinek egybevetése során is kitűnik, különösen a továbbélők számának 90 000 főről 50 000 főre való csökkenését leíró szakaszban, hogy e hozzávetőleg egy évtizedet kitevő periódus alatt, ha a férfiakénál enyhébb mértékben is, a nők halandósági szintje is romlott (emelkedett).

A férfi népesség második világháború előtti halandósági táblái felhasználásával végzett számítások eredményei alapján kimutatható, hogy a továbbélők számának az 1900—1901. évi, 1910—1911. évi és 1920—1921. évi táblák esetében 75 000 főre, az 1930—1931. évi tábla esetében 80 000 főre, az 1941. évi tábla esetében pedig 85 000 főre való csökkenése következett be csupán egy évesnél magasabb életkorban.

A női népesség második világháború előtti halandósági táblái felhasználásával végzett számítások eredményei természetesen kedvezőbb képet nyújtanak. A továbbélők számának az 1900–1901. évi, 1910–1911. évi és 1920–1921. évi táblák esetében 80 000 főre, az 1930–1931. évi és az 1941. évi tábla esetében 85 000 főre való csökkenése következett be az egy éves kor elérése után.

A továbbélők adott számainak elérését jelző egy éves kor alatti életkorok és első egy éves kor feletti életkorok természetesen halandósági táblaként eléggé jelentősen különböznek egymástól. A későbbi halandósági táblák felhasználásával számítva a továbbélők számának valamely adott szintre való süllyedése általában magasabb életkorokban következik be mint a korábbi halandósági táblák felhasználásával számítva, és magasabb életkorokban következik be a női népesség azonos naptári időszak adatai alapján számított halandósági táblái felhasználásával számítva mint a férfi népesség megfelelő halandósági táblái alapján számítva. Ennek természetesen magyarázata a halandósági szint időbeli javulása (süllyedése), illetve a nők halandóságának a férfiakénál permanensen kedvezőbb (alacsonyabb) szintje. Minél alacsonyabb (kedvezőbb) a halandóság szintje, annál magasabb életkorban következik be a továbbélők számának a kezdeti 100 000 főről valamely ennél kevesebb főt kitevő számra való csökkenése.

Megjegyezzük, hogy a továbbélők azonos számaihoz tartozó szelők egyenleteit a hozzájuk tartozó életkornál 0,5 évvel fiatalabb és 0,5 évvel idősebb integrálási talárok között integrálva ebben az esetben éppen a továbbélők kérdéses számát kapjuk közelítő pontossággal eredményül.

A férfi népesség halandósági táblái alapján $l_x = 50\ 000$ fő esetében például:

$$\begin{aligned} & \int_{38,72}^{39,72} (-518x + 70318) dx = \int_{44,83}^{45,83} (-661x + 79966) dx = \\ & = \int_{48,26}^{49,26} (-668x + 82575) dx = \int_{59,89}^{60,89} (-1265x + 126391) dx = \\ & = \int_{65,23}^{66,23} (-1775x + 166663) dx = \int_{67,77}^{68,77} (-2072x + 191456) dx = \\ & = \int_{70,74}^{71,74} (-2938x + 259296) dx = \int_{70,87}^{71,87} (-3077x + 269591) dx = \\ & = \int_{69,00}^{70,00} (-2686x + 236677) dx = \approx 50\ 000 \text{ fő} . \end{aligned}$$

A női népesség halandósági táblái alapján $l_x = 50\ 000$ fő esetében:

$$\int_{40,30}^{41,30} (-569x + 73212) dx = \int_{46,37}^{47,37} (-575x + 76952) dx =$$

$$= \int_{51,37}^{52,73} (-705x + 86821) dx = \int_{63,46}^{64,46} (-1401x + 139613) dx =$$

$$= \int_{68,81}^{69,81} (-2177x + 200880) dx = \int_{72,12}^{73,12} (-2534x + 234012) dx =$$

$$= \int_{74,79}^{75,79} (-3553x + 317520) dx = \int_{76,14}^{77,14} (-3749x + 337312) dx =$$

$$= \int_{76,24}^{77,24} (-3414x + 311980) dx = \approx 50\ 000 \text{ fő}.$$

Az, hogy a továbbélők kérdéses számát (50 000 főt) csak közelítő pontossággal kapjuk eredményül, ebben az esetben úgy kell értenünk, hogy nagy számról lévén szó és két tizedes jegyre kerekített integrálási határokkal számolva az eltérés maximálisan 15 főt is kitehet, ami 50 000-nek csupán 0,03 százaléka). A legtöbb esetben azonban az eltérés ennél jóval kisebb és előfordul olyan eset is, amikor semmilyen eltérést nem tapasztalható.

A halandósági szint süllyedésének hatása ebben az esetben is eléggé markánsan fejeződik ki az integrálási határok értékeinek növekedésében, a negatív előjelű irányhatározók abszolút értékének növekedésében. Kivételt ez alól a férfi népesség két utolsó halandósági táblája alapján számított szelők egybevetése esetében találunk a halandósági szint süllyedésének megtorpanása és már említett újbóli emelkedése miatt. A női népesség 1980. évi halandósági táblája alapján végzett számítások eredményei szerint az integrálási határok értéke magasabb ugyan a megfelelő korábbi értékeknél, a negatív előjelű irányhatározó és a pozitív előjelű tengelymetszet abszolút értéke azonban valamivel kisebb, mint az 1969–1970. évi halandósági tábla alapján számított szelők esetében.

Az $l_x = 50\ 000$ főt egyébként nem véletlenül választottuk számításaink illusztrálásához. Azt az életkort, melynek elérésekor a továbbélők száma a halálozások következtében a felére csökken a demográfiában valószínű, illetve medián élettartamnak és halálozási kornak nevezik. A valószínű élettartam természetesen csak az újszülöttek esetében jelenti egyben az elhalálozás valószínű életkorát is. Valamely magasabb életkort, pl. a 30 éves egzakt életkort elértek esetében a várható valószínű élettartam az éveknek azzal a számával egyenlő, mely alatt számuk a halálozások következtében felére csökken, valószínű halálozási korunkat pedig úgy kapjuk meg, hogy az éveknek ezt a számát 30-cal megnöveljük.

Ha a halandósági tábla gyöke egyenlő 100 000-rel, az újszülöttek valószínű élettartamát és halálozási korát a hagyományos módszert követve úgy számíthatjuk ki, hogy első lépésként

megkeressük a továbbélési rendnek azt a két szomszédos értékét, mely közé a 100 000 érték esik. Magyarország férfi népessége 1959—1950. évi halandósági táblája esetében például $l_{71} = 50\,698$ és $l_{72} = 47\,760$. Az újszülöttek valószínű élettartama tehát a 71 éves és a 72 éves kor között lesz. A hagyományos számítási eljárás szerint $71 + [(50\,698 - 50\,000) : (50\,698 - 47\,760)] = 71,24$ évet tesz ki.

Az életének eme számáig való továbbélés valószínűsége (${}_M p_0$) és elhalálozás valószínűsége (${}_M q_0$) is egyenlő 0,5-del:

$${}_M p_0 = \frac{l_0}{2} = \frac{l_0}{2l_0} \cdot 0,5 \quad \text{és} \quad {}_M q_0 = \frac{l_0 - \frac{l_0}{2}}{l_0} = \frac{l_0}{l_0} - \frac{l_0}{2l_0} = 1 - {}_M p_0 = 0,5.$$

E helyen mindezt azért idézzük fel, hogy a felhozott konkrét példával való párhuzamba állítással illusztráljuk, hogy az újszülöttek valószínű élettartama és halálozási kora kiszámítása esetében a továbbélők 50 000-et kitevő száma elérésének életkora meghatározása céljából előállított szelő egyenlete szintén kiválóan alkalmas. Semmivel sem ad kevésbé pontos eredményt mint a hagyományos számítási módszer. A szelő egyenlete példánk esetében $y = 2\,938x + 259\,296$.

Az y helyébe 50 000-et helyettesítve és az egyenletből az x -et kifejezve

$$x = \frac{-259\,296 + 50\,000}{-2\,938} = 71,24 \text{ évet}$$

kapjuk eredményül, vagyis ugyanannyit, mint a hagyományos módszer alkalmazásával.

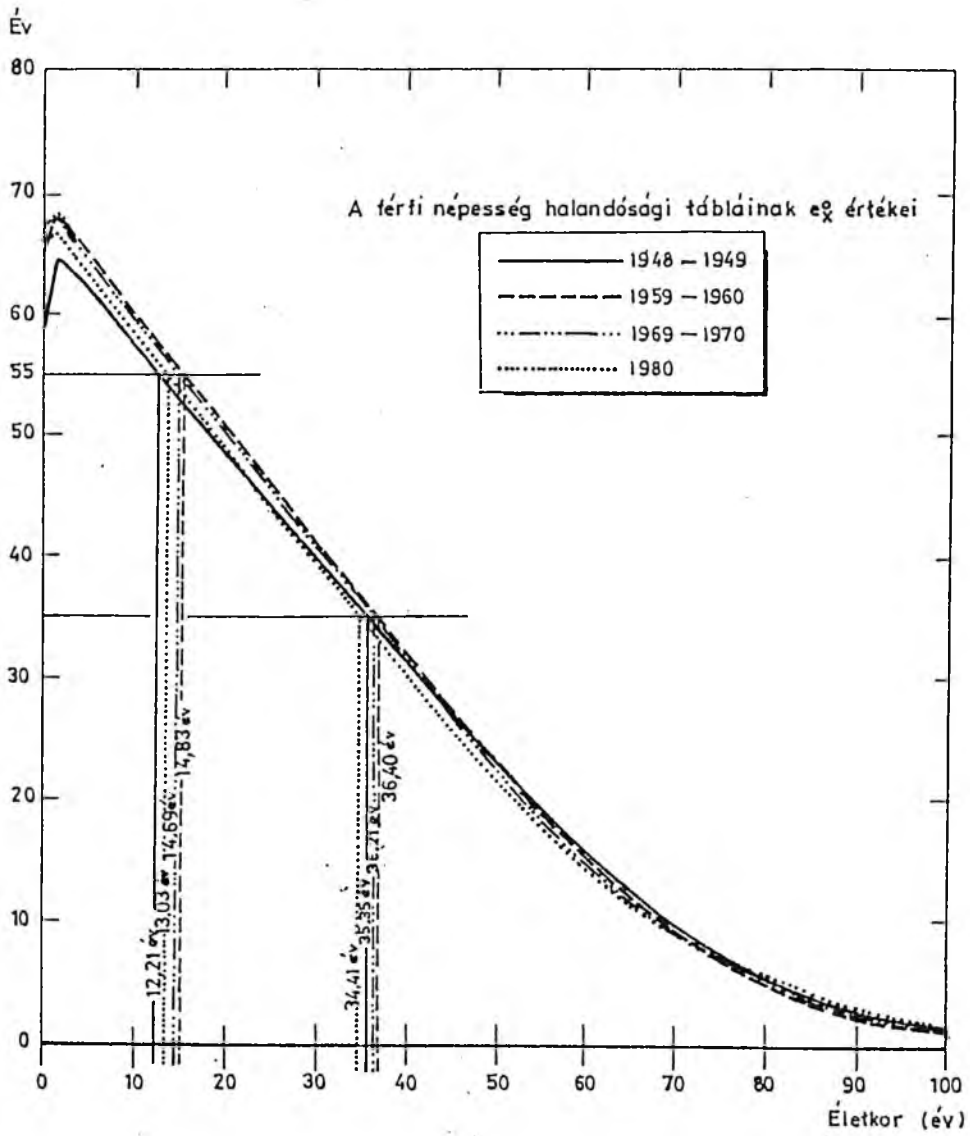
2.2.2 Az x éves korban várható átlagos élettartam alakulására vonatkozó adatok felhasználásával végezhető ekvivalencia számítások

A számítások felhasznált adatok forrásai szintén azonosak az 1. tábla alatt megjelölt forrásokkal. A II. világháború utáni halandósági táblák felhasználásával végzett ekvivalencia számítások eredményeit a férfi és a női népességre vonatkozóan a 10. tábla tartalmazza²¹. A II. világháború utáni halandósági táblák esetében már csak az $e_1^0 > e_0^0$ áll fenn, előtérben a korábbi halandósági tábláktól, melyekben a táblák első oszlopában feltüntetett ekvidisztans várható élettartam értékekhez tartozó életkorok közül néhány párban állítható életkor is előfordult, mert az e_x^0 értékek alakulását leíró empirikus görbe csak több éven át tartó emelkedés után vált monoton süllyedő jellegűvé. E táblák első adatokat tartalmazó soraiban ezért megfelelő számozással ellátva két szelő paramétereit (irányhatározójának és tengelymetszetének értékét) találjuk, a II. világháború utáni halandósági táblák esetében pedig (számozás nélkül) csak egyét.

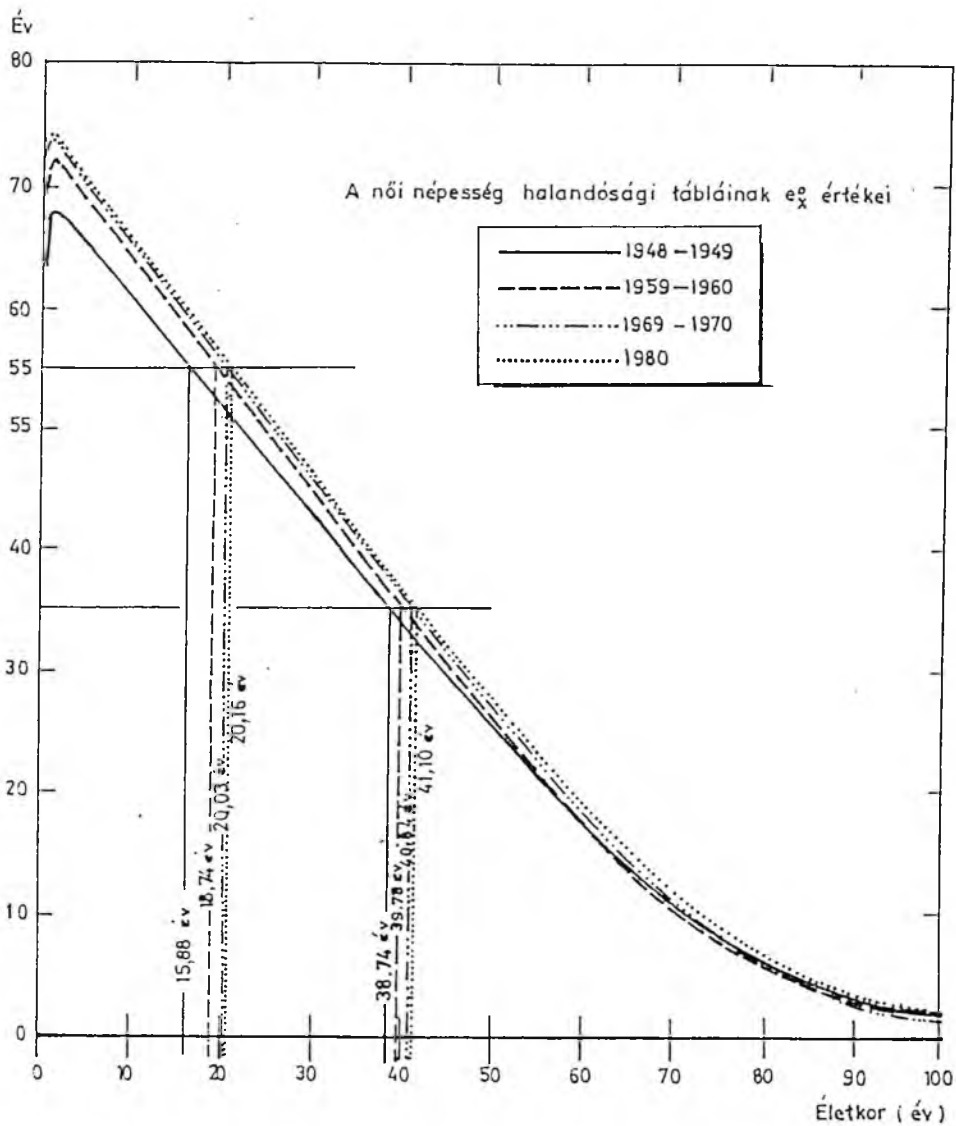
²¹A Magyarország férfi és női népessége II. világháború előtti halandósági tábláinak alapulvételével végzett számítások eredményeit is tartalmazó teljes táblaanyagot lásd a *Függelékben*.

10. A várható átlagos élettartamokhoz tartozó életkorok alakulása
Magyarország népessége II. világháború utáni halandósági táblái alapján

A várható átlagos élettartam (év)	A tábla éve és a mutatók megnevezése											
	1948—1949			1959—1960			1969—1970			1980		
	m	b	x	m	b	x	m	b	x	m	b	x
Férfiak												
80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
75	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
70	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
65	—	—	—	-0,95	69,24	4,46	-0,96	69,21	4,39	-0,95	67,63	2,77
60	-0,89	66,08	6,83	-0,97	69,37	9,66	-0,98	69,36	9,55	-0,97	67,68	7,92
55	-0,94	66,48	12,21	-0,96	69,24	14,83	-0,96	69,10	14,69	-0,98	67,77	13,03
50	-0,89	65,70	17,64	-0,92	68,56	20,17	-0,93	68,59	19,99	-0,94	67,12	18,21
45	-0,83	64,53	23,53	-0,93	68,79	25,58	-0,93	68,59	25,37	-0,93	66,94	23,59
40	-0,85	65,08	29,51	-0,93	68,80	30,97	-0,92	68,31	30,77	-0,93	66,93	28,96
35	-0,85	65,05	35,35	-0,92	68,49	36,40	-0,92	68,31	36,21	-0,90	65,97	34,41
30	-0,83	64,27	41,29	-0,90	67,72	41,91	-0,88	66,75	41,76	-0,85	64,09	40,11
25	-0,79	62,49	47,46	-0,86	65,91	47,57	-0,85	65,40	47,53	-0,80	61,90	46,13
20	-0,74	59,96	54,00	-0,79	62,36	53,62	-0,79	62,34	53,59	-0,72	57,94	52,69
15	-0,65	54,76	61,17	-0,68	56,10	60,44	-0,70	57,16	60,23	-0,62	52,27	60,11
10	-0,54	47,47	69,39	-0,55	47,69	68,53	-0,53	46,24	68,38	-0,53	46,44	68,75
5	-0,35	33,22	80,63	-0,35	32,86	79,60	-0,31	29,93	80,42	-0,28	27,91	81,82
Nők												
80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
75	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
70	—	—	—	-0,94	73,10	3,30	-0,98	74,63	4,72	-0,98	74,78	4,88
65	-0,88	69,46	5,07	-0,98	73,32	8,49	-0,98	74,64	9,84	-0,98	74,76	9,96
60	-0,94	69,88	10,51	-0,98	73,32	13,59	-0,98	74,62	14,92	-0,98	74,74	15,04
55	-0,91	69,45	15,88	-0,97	73,18	18,74	-0,98	74,63	20,03	-0,97	74,56	20,16
50	-0,85	68,33	21,56	-0,96	72,99	23,95	-0,97	74,41	25,16	-0,98	74,81	25,32
45	-0,87	68,81	27,37	-0,95	72,72	29,18	-0,97	74,41	30,32	-0,97	74,57	30,48
40	-0,88	69,10	33,07	-0,95	72,72	34,44	-0,95	73,76	35,54	-0,95	73,95	35,74
35	-0,89	69,48	38,74	-0,93	72,00	39,78	-0,94	73,39	40,84	-0,92	72,81	41,10
30	-0,87	68,67	44,45	-0,90	70,74	45,27	-0,90	71,62	46,24	-0,88	71,06	46,66
25	-0,82	66,27	50,33	-0,88	69,80	50,91	-0,87	70,14	51,89	-0,84	69,07	52,46
20	-0,79	64,65	56,52	-0,83	67,12	56,77	-0,83	67,95	57,77	-0,79	66,25	58,54
15	-0,71	59,86	63,18	-0,74	61,73	63,15	-0,74	62,38	64,03	-0,71	61,29	65,20
10	-0,58	51,15	70,95	-0,60	52,30	70,50	-0,61	53,51	71,33	-0,58	52,28	72,90
5	-0,32	31,29	82,16	-0,32	30,97	81,16	-0,36	34,47	81,86	-0,31	31,11	84,23



VI.a Az x éves korban várható átlagos élettartam adatainak felhasználásával végzett ekvivalencia számítás néhány eredménye Magyarország férfi népessége II. világháború utáni halandósági táblái alapján



VI.b Az x éves korban várható átlagos élettartam adatainak felhasználásával végzett ekvivalencia számítás néhány eredménye Magyarország női népessége II. világháború utáni halandósági táblái alapján

A férfi népesség a II. világháború utáni halandósági tábláit használva kitűnt, hogy egyik táblája alapján sem számítható ki olyan életkor, melynek elérésekor a várható átlagos élettartam 70 év lenne. 65 évet kitevő várható átlagos élettartam az 1959—1960. évi halandósági tábla alapján a 4,46 éves kor, az 1969—1970. évi tábla alapján a 4,39 éves kor, az 1980. évi tábla alapján, a férfiak halandósági szintjének ismert romlása (emelkedése) miatt, a 2,77 éves kor elérésekor volt várható. A korábbi halandósági táblák alapján ilyen életkor nem volt kiszámítható. A második világháború előtti halandósági táblák közül az 1900—1901. évi, 1910—1911. évi és 1920—1921. évi felhasználásával az 50 évet kitevő átlagos élettartam esetében, az 1930—1931. évi felhasználásával az 55 évet kitevő átlagos élettartam esetében, az 1941. évi felhasználásával a 60 évet kitevő átlagos élettartam esetében volt az ekvivalencia számítás első ízben elvégezhető. Az ismert okok miatt ezekhez az élettartam értékekhez, és egyes esetekben az ennél 5 és 10 évvel alacsonyabb élettartam értékekhez is két életkor is tartozott. A 10 évet kitevő átlagos élettartamhoz az 1900—1901. évi tábla esetében 65,35 év, az 1910—1911. évi tábla esetében 65,22 év, az 1920—1921. évi tábla esetében 65,85 év, az 1930—1931. évi tábla esetében 67,56 év, az 1941. évi tábla esetében 68,13 év, az 1948—1949. évi tábla esetében 69,39 év, az 1959—1960. évi tábla esetében 68,53 év, az 1969—1970. évi tábla esetében 68,38 év, az 1980. évi tábla esetében pedig 68,75 év tartozott. Amennyiben tehát a férfi népesség öregedésének mérése során *N. Ryder* nyomán (18) az annál a kornál idősebb férfiaknak a férfi össznépességen belüli arányát használnánk, melynek elérésekor a várható átlagos élettartam éppen 10 évet tesz ki, akkor valóban változó, a halandósági szint szekuláris javulása miatt tendenciájában emelkedő életkoroknál idősebb férfiaknak az arányát kellene kiszámítanunk és egymással egybevetnünk, a férfiak öregedési folyamata tehát mérsékeltebb üteműnek tünne mint a hagyományosan a 60 éves, és idősebb férfiak arányának egybevetése alapján.

Megjegyezzük, hogy az azonos élettartam értékekhez tartozó szelők egyenleteit a hozzájuk tartozó életkornál 0,5 évvel fiatalabb és 0,5 évvel idősebb integrálási határok között integrálva ebben az esetben éppen a kérdéses élettartam értéket kapjuk közelítő pontossággal eredményül. A férfi népesség halandósági táblái alapján $e_x^0 = 10$ év esetében

$$\int_{64,85}^{65,85} (-0,49x + 42,02) dx = \int_{64,72}^{65,72} (-0,49x + 41,96) dx =$$

$$= \int_{65,35}^{66,35} (-0,55x + 46,22) dx = \int_{67,06}^{68,06} (-0,55x + 47,16) dx =$$

$$= \int_{67,63}^{68,63} (-0,56x + 48,15) dx = \int_{68,89}^{69,89} (-0,54x + 47,47) dx =$$

$$= \int_{68,03}^{69,03} (-0,55x + 47,69) dx = \int_{67,88}^{68,88} (-0,53x + 46,24) dx =$$

$$= \int_{68,25}^{69,25} (-0,53x + 46,44) dx = \approx 10,00 \text{ év.}$$

A női népesség a II. világháború utáni halandósági tábláit használva kitűnt, hogy egyik tábla alapján sem számítható ki olyan életkor, melynek elérésekor a várható átlagos élettartam 75 év lenne. 70 évet kitevő várható átlagos élettartam az 1959—1960. évi halandósági tábla alapján a 3,30 éves kor, 1969—1970. 4,72 éves kor, 1980. pedig a 4,88 éves kor elérésekor volt várható. A korábbi halandósági táblák alapján ilyen életkor nem volt kiszámítható. A második világháború előtti halandósági táblák közül az 1900—1901. évi felhasználásával a 45 évet kitevő átlagos élettartam esetében, 1910—1911. évi és 1920—1921. évi felhasználásával az 50 évet kitevő átlagos élettartam esetében, az 1930—1931. évi felhasználásával az 55 évet kitevő átlagos élettartam esetében, az 1941. évi felhasználásával a 60 évet kitevő átlagos élettartam esetében volt az ekvivalencia számítás első ízben elvégezhető. Az ismert okok miatt ezekhez az élettartam értékekhez, és egyes esetekben az ennél 5 és 10 évvel alacsonyabb élettartam értékekhez is, két életkor is tartozott. A 10 évet kitevő átlagos élettartamhoz az 1900—1901. évi tábla esetében 65,21 év, az 1910—1911. évi tábla esetében 65,37 év, az 1920—1921. évi tábla esetében 66,50 év, az 1930—1931. évi tábla esetében 68,61 év, az 1941. évi tábla esetében 69,16 év, az 1948—1949. évi tábla esetében 70,95 év, az 1959—1960. évi tábla esetében 70,50 év, az 1969—1970. évi tábla esetében 71,33 év, az 1980. évi tábla esetében pedig 72,90 év tartozott. Az öregedés *Ryder* által proponált mércéjét (18) alkalmazva tehát ebben az esetben még mérsékeltbb üteműnek tűnne és a férfiaké mögött is feltehetően elmaradna az öregedés üteme.

A női népesség halandósági táblái alapján is kimutatható, hogy például $e_x^0 = 10$ év esetében

$$\int_{64,71}^{65,71} (-0,48x + 41,30) dx = \int_{64,87}^{65,87} (-0,51x + 43,34) dx =$$

$$= \int_{66,00}^{67,00} (-0,56x + 47,24) dx = \int_{68,11}^{69,11} (-0,56x + 48,42) dx =$$

$$= \int_{68,66}^{69,66} (-0,57x + 49,42) dx = \int_{70,45}^{71,45} (-0,58x + 51,15) dx =$$

$$= \int_{70,00}^{71,00} (-0,60x + 52,30) dx = \int_{70,83}^{71,83} (-0,61x + 53,51) dx =$$

$$= \int_{72,40}^{73,40} (-0,58x + 52,28) dx = \approx 10,00 \text{ év.}$$

3. Az ekvivalencia számítás és a demográfiai modellezés

Segíti-e az ekvivalencia számítást, ha a statisztika ismert módszereinek valamelyikével előzetesen előállítjuk azoknak az empirikus görbéknek a matematikai modelljeit, melyek az állandókat reprezentáló, (az abszcissza tengellyel párhuzamos) egyenesekkel alkotott metszéspontjainak abszcissza értékeit ki akarjuk számítani?

Ha valóban jól illeszkedő elméleti görbét sikerül előállítanunk, és ezen túlmenően az elméleti görbe és az egyenesek metszéspontjainak abszcissza értékei valamilyen pontos eredményt adó matematikai formulával is kiszámíthatók, elképzelhető, hogy a modellezés legalább annyi, sőt esetenként több munka megtakarítását jelenti, mint amennyi munkát az elméleti görbék illesztése jelent.

Ha az illesztett görbe és az egyenesek metszéspontjainak abszcissza értékei pontos eredményt adó matematikai formulákkal nem is számíthatók ki, a jól illeszkedő és a bennünket érdeklő intervallumban folytonos görbéknek az ekvivalens abszcissza értékek kiszámítása szempontjából legalább két jelentős előnyük van:

1. Ha a számítást szelők egyenleteinek felhasználásával kívánjuk megoldani, a két pontnak, melyen a szelő áthalad nem szükséges egymástól egy évnyi távolságra lennie, az intervallum jóval szűkebb is lehet. Hasonlóképpen, ha a numerikus, vagy grafikus deriválás módszeréhez folyamodva érintők egyenleteit kívánjuk előállítani, azok az ordináta értékek és azok az abszcissza értékek, melyek különbségeinek felhasználásával a számítást végezzük, egymáshoz jóval közelebb állóbbak lehetnek, mint bármilyen empirikus függvény használata esetén;
2. Ha számításainkat elektronikus számítógéppel végezzük, és legtöbbszörre az a helyzet, viszonylag rövid kísérletezéssel megállapítható az az abszcissza érték, melyhez az illesztett görbének éppen az állandót reprezentáló egyenesével azonos helyettesítési értéke tartozik.

Az empirikus görbe egészére kiterjedő modellezésnek ezek az előnyei természetesen, legalábbis részben, a görbe szakaszonkénti modellezésének jóval több munkát igénylő elvégzésével is biztosíthatók.

További előnyei vannak a modellezésnek, elsősorban az érintő szerkesztés szempontjából, ha az illesztett görbe a független változó szerint deriválható és deriváltját ismerjük, vagy elő tudjuk állítani. Ez azonban viszonylag ritkán fordul elő. Unimodális aszimmetrikus eloszlásokat leíró görbék esetében leggyakrabban ezek integráljait ismerjük (mint a vonatkozó sűrűség függvényekhez tartozó eloszlás függvények egyenleteit). Kivételek természetesen előfordulnak. Az általános korspecifikus termékenységi arányszámok kumulált értékeit például, *G.J. Wunsch* (1966) erre vonatkozó első kísérletei nyomán (19), igen jól tudjuk *Gompertz függvény* illesztésével modellezni, e függvény a független változó szerinti első és második deriváltja pedig *Murphy, Nagnur* és *Titus* (1972) munkássága nyomán ismert (20). Az első derivált segítségével az általános korspecifikus termékenységi arányszámok kumulált értékeinek alakulását leíró függvény egyes pontjaihoz húzható érintők egyenletei és az arányszámok becsült értékei, a második derivált felhasználásával pedig a becsült értékek alakulását leíró függvény egyes pontjaihoz húzható érintők egyenletei viszonylag könnyen előállíthatók.

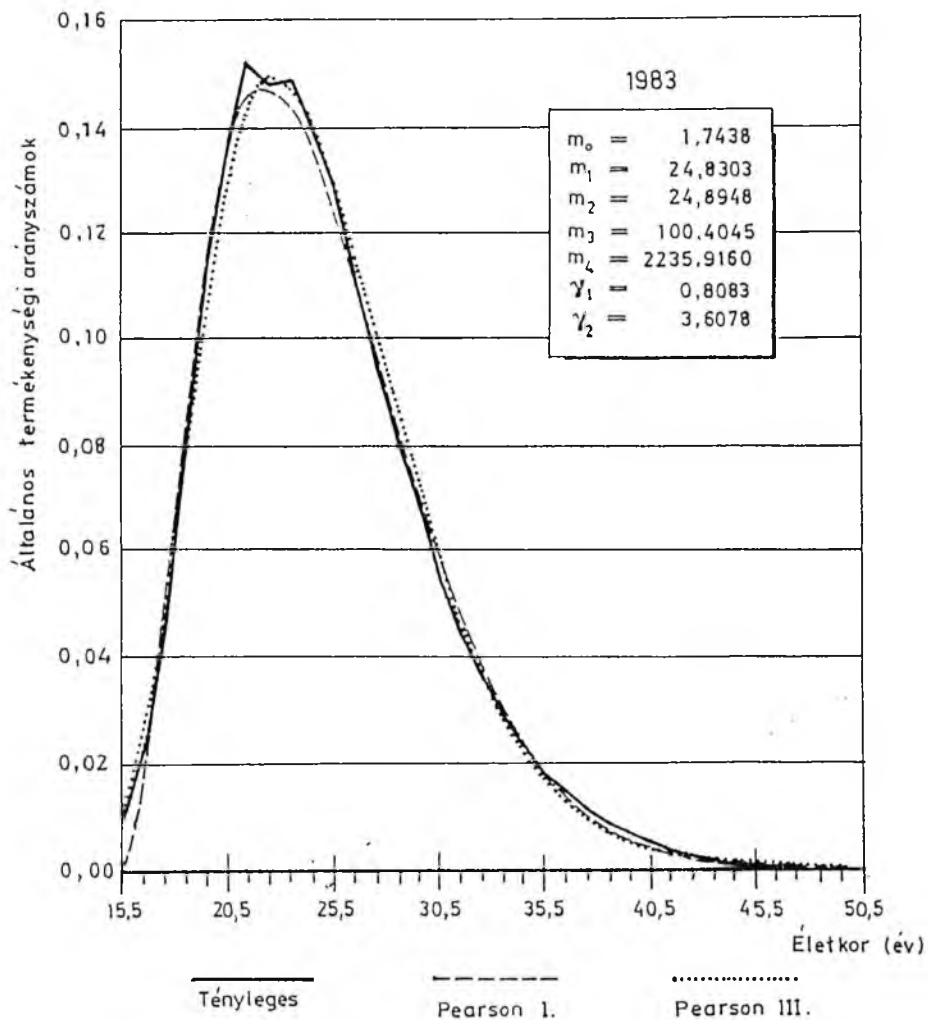
Néhány további gyakorlati jellegű részlet tisztázása céljából tekintsük a mellékelt 10. tábla adatait, melynek első oszlopa az életkort, második pedig az általános korspecifikus termékenységi arányszámok 1983. évi magyarországi értékeit tartalmazza. A tábla címe alatt az arányszámok eloszlása néhány első centrális momentumának, valamint a ferdeségi és csúcossági mutatóknak az értékei találhatók, melyek felhasználásával az empirikus adatokhoz a momentumok módszerével a *Pearson* görbecsalád első fő görbetípusát (*PEAR (I)*) és harmadik (átmeneti) görbetípusát (*PEAR (III)*) illesztettük.

11. Az ekvivalencia számítások főbb eredményei az általános korspecifikus termékenységi arányszámok tényleges, valamint a Pearson család első fő görbetípusa és harmadik (átmeneti) görbetípusa segítségével becsült 1983. évi magyarországi értékei alapján

$$m_0=1,7438; m_1=24,8303; m_2=24,8948; m_3=100,4045; m_4=2235,9160; \gamma_1=0,8083; \gamma_2=3,6078$$

Életkor (év) $y+0,5$	A tényleges $f_y(y)$ értékek	$fPEAR$		Az ekvivalen- tans termé- keny-ségi szintek	A tényleges	PEAR		A tényleges	PEAR		A tényleges	PEAR	
		(I) _y	(III) _y			(I)	(III)		(I)	(III)		(I)	(III)
		x_1 értékek				x_2 értékek			x_2-x_1 értékek				
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
15,5	0,0094	0,0	0,0103	0,0080	15,00	15,50	15,00	50,00	50,00	50,00	35,00	34,50	35,00
16,5	0,0238	0,0210	0,0271	0,0050	15,27	15,74	15,24	40,29	39,88	39,71	25,02	24,14	24,47
17,5	0,0467	0,0574	0,0517	0,0100	15,54	15,98	15,48	37,91	37,65	37,38	22,37	21,67	21,90
18,5	0,0799	0,0919	0,0798	0,0150	15,89	16,21	15,78	36,50	36,25	35,95	20,61	20,04	20,17
19,5	0,1154	0,1190	0,1069	0,0200	16,24	16,45	16,08	35,19	35,19	34,88	18,95	18,74	18,80
20,5	0,1370	0,1369	0,1289	0,0250	16,55	16,61	16,38	34,25	34,30	34,04	17,70	17,69	17,66
21,5	0,1519	0,1461	0,1433	0,0300	16,77	16,75	16,62	33,37	33,53	33,31	16,60	16,78	16,69
22,5	0,1488	0,1476	0,1496	0,0350	16,99	16,88	16,82	32,63	32,89	32,68	15,64	16,01	15,86
23,5	0,1491	0,1432	0,1484	0,0400	17,21	17,02	17,02	32,01	32,29	32,13	14,80	15,27	15,11
24,5	0,1404	0,1345	0,1410	0,0450	17,43	17,16	17,23	31,43	31,75	31,60	14,00	14,59	14,37
25,5	0,1292	0,1229	0,1294	0,0500	17,60	17,30	17,43	30,94	31,24	31,15	13,34	13,94	13,72
26,5	0,1109	0,1098	0,1151	0,0550	17,75	17,43	17,62	30,45	30,77	30,70	12,70	13,34	13,08
27,5	0,0942	0,0960	0,0998	0,0600	17,90	17,58	17,80	30,07	30,31	30,29	12,17	12,73	12,49
28,5	0,0797	0,0824	0,0846	0,0650	18,05	17,72	17,97	29,62	29,89	29,96	11,64	12,17	11,93
29,5	0,0675	0,0696	0,0702	0,0700	18,20	17,86	18,15	29,30	29,47	29,51	11,10	11,61	11,36
30,5	0,0544	0,0578	0,0573	0,0750	18,35	18,01	18,33	28,89	29,08	29,17	10,54	11,07	10,84
31,5	0,0443	0,0473	0,0460	0,0800	18,50	18,16	18,51	28,48	28,69	28,82	9,98	10,53	10,31
32,5	0,0359	0,0381	0,0364	0,0850	18,64	18,30	18,69	28,13	28,31	28,47	9,49	10,01	9,78
33,5	0,0291	0,0302	0,0285	0,0900	18,78	18,44	18,88	27,79	27,94	28,14	9,01	9,50	9,26
34,5	0,0236	0,0237	0,0220	0,0950	18,93	18,61	19,06	27,45	27,57	27,82	8,52	8,96	8,76
35,5	0,0184	0,0183	0,0168	0,1000	19,07	18,80	19,25	27,15	27,21	27,49	8,08	8,41	8,24
36,5	0,0150	0,0139	0,0128	0,1050	19,21	18,98	19,43	26,85	26,85	27,16	7,64	7,87	7,73
37,5	0,0111	0,0104	0,0096	0,1100	19,35	19,17	19,61	26,55	26,48	26,83	7,20	7,31	7,22
38,5	0,0084	0,0077	0,0071	0,1150	19,49	19,35	19,87	26,28	26,10	26,51	6,79	6,75	6,64

Életkor ($\acute{e}v$) $y+0,5$	A tényleges $f_y(y)$ értékek	$fPEAR$		Az ekvidisz- tans termé- keny-ségi szintek	A tényleges	PEAR		A tényleges	PEAR		A tényleges	PEAR	
		(I) _y	(III) _y			(I)	(III)		(I)	(III)		(I)	(III)
						alapján becsült			alapján becsült			alapján becsült	
		x_1 értékek				x_2 értékek				x_2-x_1 értékek			
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
39,5	0,0065	0,0056	0,0053	0,1200	19,71	19,56	20,10	26,00	25,72	26,16	6,29	6,16	6,06
40,5	0,0046	0,0040	0,0039	0,1250	19,94	19,84	20,32	25,73	25,32	25,81	5,79	5,48	5,49
41,5	0,0034	0,0028	0,0028	0,1300	20,18	20,11	20,58	25,43	24,89	25,45	5,25	4,78	4,87
42,5	0,0026	0,0019	0,0020	0,1350	20,41	20,39	20,92	24,98	24,44	25,02	4,57	4,05	4,10
43,5	0,0013	0,0013	0,0015	0,1400	20,70	20,84	21,27	24,54	23,87	24,59	3,84	3,03	3,32
44,5	0,0007	0,0009	0,0011	0,1450	21,04	21,38	21,77	23,97	23,09	23,96	2,93	1,71	2,19
45,5	0,0004	0,0006	0,0008	0,1500	21,37	-	-	22,11	-	-	0,74	-	-
46,5	0,0001	0,0004	0,0005										
47,5	0,0001	0,0002	0,0004										
48,5	0,0000	0,0001	0,0003										
49,5	0,0000	0,0001	0,0002										
Az eltérés-négyzetek összege	-	0,00055924	0,00035956	-	-	2,3710	2,1640	-	2,8250	2,3012	-	8,4578	3,3594
Az illeszkedés szorossága (I)	-	0,99717	0,99818	-	-	0,98466	0,98603	-	0,99840	0,99870	-	0,99707	0,99884



VII. Az egy nőre jutó elveszületések korévenkénti évi száma ténylegesen és az alkalmazott Pearson I és Pearson III termékenységi modell szerint (Magyarország, 1983)

Látható, hogy a zérus rendű momentum értéke, vagyis az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok összege:

$$m_0 = \sum_{y=15,5}^{49,5} f_y(y) = 1,7438.$$

Az első centrális momentum értéke, vagyis az anyák gyermekeik megszületésükori átlagos életkora:

$$m_1 = \bar{y} = \frac{1}{m_0} \sum_{y=15,5}^{49,5} y f_y(y) = 24,8303 ,$$

ennek szórásnégyzete (varianciája), vagyis a második centrális momentum értéke pedig:

$$m_2 = \frac{1}{m_0} \sum_{y=15,5}^{49,5} f_y(y) (y - \bar{y})^2 = 24,8948 .$$

Az empirikus görbe aszimmetriájának megítélésére szolgáló harmadik centrális momentum értéke:

$$m_3 = \frac{1}{m_0} \sum_{y=15,5}^{49,5} f_y(y) (y - \bar{y})^3 = 100,4045 .$$

Ez pozitív, mert jobboldali (pozitív) aszimmetria fennforgásáról van szó.

Az arányszámok megoszlása lapultságának, illetve csúcsosságának megítélésére szolgáló negyedik centrális momentum értéke:

$$m_4 = \frac{1}{m_0} \sum_{y=15,5}^{49,5} f_y(y) (y - \bar{y})^4 = 2235,9160 .$$

A ferdeségi mutató értéke:

$$\gamma_1 = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}} = 0,8083 ,$$

ennek négyzete

$$\gamma_1^2 = \beta_1 = \frac{m_3^2}{m_2^3} = 0,65335 .$$

A kurtózis mutatójának értéke:

$$\gamma_2 = \beta_2 = \frac{m_4}{m_2^2} = 3,6078 .$$

A görbe kiválasztását lehetővé tevő κ kritérium értéke:

$$\kappa = \frac{\beta_1 (\beta_2 + 3)^2}{4(4\beta_2 - 3\beta_1)(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)} = -0,768172464,$$

ami az első fő görbetípus és a harmadik (átmeneti) görbetípus választását egyaránt lehetővé teszi.

A *Pearson* család első fő görbetípusának egyenlete, mint ismeretes

$$f_{PEAR}(I)_y(y) = y_0 \left(1 + \frac{y + 0,5}{a_1}\right)^{c_1} \left(1 - \frac{y + 0,5}{a_2}\right)^{c_2} \quad (-a_1 < y + 0,5 < a_2)$$

melynek alkalmazásához előzetesen az

$$r = 6(\beta_2 - \beta_1 - 1) / (6 + 3\beta_1 - 2\beta_2) = 15,75224544;$$

$$a_1 + a_2 = \frac{1}{2} \sqrt{m_2} \sqrt{\beta_1 (r + 2)^2 + 16(r + 1)} = 54,31041752;$$

$$c_{2,1} = \left\{ \frac{1}{2} r - 2 \pm r(r + 2) \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_1 (r + 2)^2 + 16(r + 1)}} \right\}_{c_2 = 12,0674634; c_1 = 1,684782036}$$

A $\frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2}$ reláció alapján $a_1 = 6,653547324$ és $a_2 = 47,65687019$.

$$y_0 = \frac{m_0}{a_1 + a_2} \times \frac{c_1^{c_1} c_2^{c_2}}{(c_1 + c_2)^{c_1 + c_2}} \times \frac{\Gamma(c_1 + c_2 + 2)}{\Gamma(c_1 + 1) \Gamma(c_2 + 1)} = 0,147867167.$$

A görbe eredete a módusz értékénél van, ami az

$$m_1 - \frac{1}{2} \times \frac{m_3}{m_2} \times \frac{r + 2}{r - 2}$$

formulával számítva 22,22717982.

Ezt az értéket kell a görbe helyettesítési értékeinek számítása során a tábla első oszlopában $y + 0,5$ -del jelzett abszcissa értékekből levonnunk és ezzel az értékkel csökkentett

$y + 0,5$ értéket kell elképzelnünk a $(-a_1 < y + 0,5 < a_2)$ reláció megértéséhez is. A görbe helyettesítési értékei a tábla harmadik oszlopában található²².

A *Pearson család* harmadik (átmeneti) görbetípusának egyenlete, mint ismeretes:

$$f_{PEAR(III)_y}(y) = y_0 \left(1 + \frac{y + 0,5}{a} \right)^{\gamma a} e^{-\gamma(y + 0,5)}, \quad (y + 0,5) - a)$$

melynek alkalmazásához előzetesen a

$$\gamma = \frac{2m_2}{m_3} = 0,495890124;$$

$$p = \gamma a = \frac{4}{\beta_1} - 1 = 5,1223032;$$

$$a = \frac{2m_2^2}{m_3} - \frac{m_3}{2m_2} = 10,32850972;$$

$$y_0 = \frac{m_0}{a} \times \frac{p^{p+1}}{e^p \Gamma(p+1)} = 0,149984086$$

értékeket kell kiszámítanunk.

A görbe eredete ebben az esetben is a módusz értéke, ami az $m_1 - \frac{m_3}{2m_2}$ formulával számítván 22,81372425.

Ezt az értéket kell tehát a görbe helyettesítési értékeinek számítása során a tábla első oszlopában $y + 0,5$ -del jelzett abszcissa értékekből levonnunk és ezzel az értékkel csökkentett $y + 0,5$ értéket kell elképzelnünk az $y + 0,5 > -a$ reláció megértéséhez is. A görbe helyettesítési értékei a tábla negyedik oszlopában található.

A tábla ötödik oszlopa a már ismert ekvidisztans termékenységi szinteket tartalmazza. A hatodik, hetedik és nyolcadik oszlop e szintek elérésének az empirikus görbe, a *Pearson család* első fő görbetípusa és harmadik (átmeneti) görbetípusa felhasználásával számított életkorát (x_1), a kilencedik, a tizedik és a tizenegyedik oszlop pedig második életkorát (x_2) tartalmazza.

A tizenkettedik, tizenharmadik és tizenegyedik oszlopban az ugyanazon termékenységi szint elérése két életkora közötti távolságának ($x_2 - x_1$) az empirikus görbe adatai, valamint az illesztett függvények helyettesítési értékei felhasználásával számított értékei található. A tábla két legalsó sorából kitűnik, hogy a két igen jó illeszkedésű függvény közül a *Pearson család* harmadik görbetípusa valamivel jobban illeszkedik mint e görbecsalád első fő görbetí-

²²Az illesztés további részleteit illetően lásd W.P. Elderton (21), W.P. Elderton és N.L. Johnson (22), R. von Mises (23), N.L. Johnson és S. Kotz (24), valamint J.H. Pollard (25) munkáit.

pusa. Az eltérésnégyzetek összegének és a korrelációs index értékének alakulása alapján látható, hogy a harmadik görbetípus az x_1 , az x_2 , valamint az $x_2 - x_1$ értékek becslésére is megfelelőbbnek tekinthető, bár az eltérés e tekintetben a két termékenységi modell között nem számottevő. Az x_1 értékek becslése esetében a *Pearson* család első fő görbetípusának valamivel rosszabb illeszkedése kizárólag abból a tényből adódik, hogy e görbének a 15,5 kitevő abszcissa értékénél még nincsen helyettesítési értéke és a legfelső sor adatai alapján számított $(15,0 - 15,5)^2 = 0,25$ érték olyan mértékben növeli meg az eltérésnégyzetek összegét, hogy a görbe a szóban forgó becslés szempontjából rosszabb illeszkedésűnek bizonyul. Ha a 0,25-öt az eltérésnégyzetek összegéből levonjuk, ez a görbe bizonyul alkalmasabbnak az x_1 értékek becslésére. Hasonló a helyzet az $x_2 - x_1$ értékek becslése esetében is; a $(35,0 - 34,5)^2 = 0,25$ érték levonása az eltérésnégyzetek összegéből azonban ebben az esetben nem módosítja a görbéknek a becslés alkalmasságának megítélése szempontjából megállapított sorrendjét. A korrelációs index értéke alapján egyébként megállapítható, hogy mindkét görbe alkalmasabb az x_2 értékek becslésére mint az x_1 értékek becslésére és leginkább az $x_2 - x_1$ teljes "várakozási idő" becslésére alkalmas.

Ha a görbék segítségével becsült x_2 értékeket a görbék egyenletébe behelyettesítjük, igen jó közelítéssel azt a termékenységi szintet kapjuk eredményül, melynek másodszeri elérését az x_2 életkor elérése jelenti. Más a helyzet az x_1 értékekkel, különösen a legkritikusabb kezdeti szakaszban. A *Pearson* család első fő görbetípusa esetében például a 0,005-et kitevő termékenységi szint elérését valóban nem az $x_1 = 15,74$ évet jelentő kor biztosítja, hanem, mint arról kísérletezés útján meggyőződhetünk, a 15,94 évet jelentő kor, ami azonban még magasabb az empirikus értékek alapján számított 15,27 évet kitevő életkornál. A *Pearson* család harmadik görbetípusa esetében a kísérletezéssel megállapítható kor ebben az esetben 14,98 év, a táblában szereplő 15,24 év helyett, ami ellentétes irányú távolodást jelent a tényleges 15,27 évtől. A 0,08-et kitevő termékenységi szint esetében a *Pearson* család első fő görbetípusa alapján $x_1 = 18,16$ évvel, az ugyanazon görbe alapján kísérletezéssel megállapítható érték pedig 18,135 év. Az eltérés kisebb, de szintén távolodást jelent a tényleges 18,5 évet kitevő x_1 értéktől. A *Pearson* család harmadik görbetípusa alapján ebben az esetben a táblában szereplő 18,51 év helyett a kiszámítás 18,505 évet ad eredményül, ami még kisebb eltérés, közeledést jelent a tényleges x_1 érték felé.

Megjegyezzük, hogy az itt bemutatott két görbe jellegében a módusz előtti szakaszban némileg eltér egymástól (a *Pearson* I. görbének ebben a szakaszban nincsen inflexiós pontja), ami a fenti összehasonlítások elvégzését megkönnyítette. Egyébként e két jó illeszkedésű görbe közül egyikről sem állítható, hogy a momentumok módszerével illeszthető görbék közül a legjobb illeszkedésű. E görbék ma már több tucatot meghaladó csoportjából a magyarországi adatok esetében változatlanul a gamma függvény tekinthető a legjobb illeszkedésűnek. Ahhoz, hogy a gamma függvéynél jobb illeszkedésű függvényt találjunk a termékenységi görbék két másik (nem momentumok módszerével illeszthető) csoportjában kell a megfelelő szelekciót, illetve kiválasztást elvégeznünk (lásd ezekről az *Irodalom* (19)—(57)-ig terjedő hivatkozásait).

4. Az ekvivalencia számítás és a demográfiai elemzés két hagyományos fő célkitűzése közötti kapcsolat

A kohorsz-elemzés két hagyományos fő célkitűzése — mint ismeretes — a tanulmányozott jelenségek átlagos intenzitásának és manifesztálódásuk λ és φ határai közötti megoszlásának (naptárának) feltárása. A transzverzális elemzésnek — mint ismeretes — más célkitűzései vannak, de tudjuk, hogy a transzverzális elemzés célkitűzéseit kohorszok összehasonlító elemzése során a kohorsz-elemzésben, a kohorsz-elemzés célkitűzéseit pedig a transzverzális elemzésben is törekszünk elérni. E helyen csupán arra teszünk kísérletet, hogy egyszerűség kedvéért éppen a transzverzálisan becsült általános korszpecifikus termékenységi arányszámok alapulvételével végzett ekvivalencia számítás eredményeinek a felhasználásával bemutassuk,

hogyan lehet az átlagos intenzitás és a naptár különféle jellemzői kiszámításához szükséges eredeti adatokat az ekvivalencia számítás eredményeiből újra előállítanunk (rekonstruálnunk).

A 6.10 tábla adataival dolgozva viszonylag könnyen belátható, hogy az ekvivalencia számítás eredményeiből maguk a számításokhoz felhasznált adatok, vagyis a 15,5 éves, 16,5 éves, 17,5 éves korhoz tartozó általános korszpecifikus termékenységi arányszámok értékei legegyszerűbben az ekvivalencia számításnak a táblák harmadik oszlopában található ekvidisz-tans függvényértékeket közrezáró két ponton egyenesek egyenleteinek felhasználásával, érintők használata esetén pedig ez utóbbiak egyenletének felhasználásával rekonstruálhatók.

Azoknak az $y_1 = m_1x + b_1$ típusú egyenleteknek a helyettesítési értéke, melyek például a 15,5 abszcisszájú ponton is átmennek, az $x = 15,5$ érték helyettesítése esetén pontosan a 15,5 éves korhoz tartozó, a második oszlopban található empirikus függvényértékkel lesz egyenlő. Minthogy valamely adott abszcisszájú ponton két egyenes is áthalad,

egyrészt: az adott abszcissza értékhez tartozó ordináta érték két egyenes egyenletének helyettesítési értékeként is előállítható,

másrészt: minthogy szelőről lévén szó a valamely abszcissza értékű ponton áthaladó egyenes szükségképpen egy másik abszcissza értékű pontokon is áthalad, ezért egy-egy egyenes paramétereinek felhasználásával nemcsak egy adott abszcissza értékhez tartozó ordináta érték számítható ki, hanem kettőhöz tartozó is.

A 6.10 táblában például a 16,5 abszcisszájú ponton az

$$y = 0,0144x - 0,21380$$

$$y = 0,0229x - 0,35405$$

egyenes is áthalad, melyek közül az első a 15,5 abszcisszájú, a második a 17,5 abszcisszájú ponton is átmegy. A 16,5 abszcisszájú ponthoz tartozó 0,0238-et kitevő ordináta érték ezért a két egyenlet bármelyikének helyettesítési értékeként előállítható. Ezen kívül az első egyenlet felhasználásával a 15,5 abszcissza értékhez tartozó 0,0094-et kitevő ordináta értéket, a második egyenlet felhasználásával pedig a 17,5 abszcissza értékhez tartozó 0,0467-et kitevő ordináta értéket is előállíthatjuk.

A valamely ponton (és szelők esetében szükségképpen egy másik ponton is) áthaladó egyenesek egyenleteit a megfelelő integrálási határok között integrálva szintén előállíthatjuk a táblánk első oszlopában tartozó abszcissza értékekhez tartozó ordináta értékeket. A fenti két egyenletet használva például:

$$\int_{15}^{16} (0,0144x - 0,21380) dx = 0,0094 ;$$

$$\int_{16}^{17} (0,0144x - 0,21380) dx = 0,0238 ;$$

$$\int_{16}^{17} (0,0229x - 0,35405) dx = 0,0238 ;$$

$$\int_{17}^{18} (0,0229x - 0,35405) dx = 0,0467 .$$

Az egyenesek egyenleteinek és azoknak az ekvivalens x_1 és x_2 életkoroknak birtokában, melyekből kitűnik az egyenes mely abszcissza értékű ponton halad át, többféle módszerrel is kiszámíthatjuk tehát az ezekhez az abszcissza értékekhez tartozó ordináta értékeket, vagyis nagy pontossággal rekonstruálhatjuk a tábla két első oszlopának összetartozó adatait, ez utóbbiak birtokában pedig a demográfiai elemzés hagyományos célkitűzéseit a hagyományos módszerek alkalmazásával megvalósíthatjuk.

Még egyszerűbb a helyzet, ha a 6.10 táblában található szelők egyenletei helyett számításainkhoz a 8. táblában található érintők egyenleteit használjuk fel. Láttuk, hogy az 1983. évi empirikus termékenységi görbe érintőjének egyenlete a 18,5 abszcisszájú pontban

$$y = 0,034349997x - 0,555574945 ,$$

vagy az egyszerűbb módszerrel számítva:

$$y = 0,03435x - 0,555575 .$$

Az érintő helyettesítési értéke a 18,5 abszcisszájú pontban

$$y = 0,03435 \times 18,5 - 0,555575 = 0,0799 .$$

Megfelelő integrálási határok közötti határozott integráljának értéke pedig, mint láttuk, ugyanaz az érték:

$$\int_{18}^{19} (0,03435 - 0,555575) dx = 0,0799 .$$

Az érintők az érintési pont abszcisszája helyettesítésével számított helyettesítési értéknek összege, illetve: a megfelelő integrálási határok közötti határozott integráljainak összege, mint jeleztük, egyenlő az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok összegével, vagyis a tanulmányozott jelenség transzverzálisan becsült átlagos intenzitásával.

A naptár átlagértéket pedig megkapjuk, ha az érintők helyettesítési értékeit szorozzuk az érintési pont abszcisszájával, a szorzatokat összegezzük és az összeget elosztjuk a helyettesítési értékek összegével, vagy, ha az integrálok értékeit szorozzuk az integrálási határok összegének felével, a szorzatokat összegezzük és összeget elosztjuk a határozott integrálok összegével.

Annak ellenére tehát, hogy maga az ekvivalencia számítás nem tartozik a hagyományosan alapvető fontosságúnak minősített elemzési célkitűzések közé, az ekvivalencia számítás eredményei implicit módon magukba foglalják a hagyományos célkitűzések megoldásához szükséges adatokat is.

5. Az ekvivalenciák kutatásának szerepe a többváltozós korreláció és regresszió elemzésben

Tételezzük fel, hogy sikerült előállítanunk egy olyan többváltozós lineáris regressziós egyenletet, melyben az eredményváltozóval szoros kapcsolatban álló tényezőváltozók száma

optimális, és a tényezőváltozók közötti multikollinearitás ténye nem forog fenn²³. Tételezzük fel továbbá, hogy az eredményváltozó alakulását befolyásolni kívánjuk: elvárásaink vannak időbeli alakulásának irányát és mértékét illetően, vagy pedig azt kívánjuk, hogy értéke ne változzon abban az esetben sem, ha a tényezőváltozóké változik. Az eredményváltozó értékének alakulását közvetlenül nem befolyásolhatjuk, csak a tényezőváltozók közvetlen vagy közvetett befolyásolása útján történő változtatása áll módunkban. Ez utóbbival kapcsolatban természetesen fel kell tételeznünk, hogy a tényezőváltozóknak, vagy a tényezőváltozók egy részének közvetlen vagy közvetett befolyásolása módunkban áll, a nem befolyásolható tényezőváltozók alakulása pedig előrelátható és az eredményváltozóra gyakorolt hatása kiszámítható.

Ha az eredményváltozó időbeli módosulásának iránya és mértéke már konkretizálódott, vagyis adottnak tekinthető, felvethető a kérdés, hogy ez az adott irányú és mértékű változás a befolyásolható tényezőváltozók milyen irányú és mértékű változtatásával érhető el. Igen gyakran ez többféle irányú és arányú módosításukkal is elérhető. A tényezőváltozók összes olyan módosításainak a kombinációit, melyek hatására az eredményváltozó ugyanolyan irányban és arányban változik, a tényezőváltozóknak az eredményváltozóra gyakorolt hatása szempontjából ekvivalensnek tekinthetjük. A tényezőváltozók különböző irányú és mértékű módosulásainak ugyanis az eredményváltozó ugyanazon irányú és mértékű megváltozása a következménye.

A tényezőváltozók ekvivalens változásai kombinációinak kialakítása során az eredményváltozó értékének változatlanul maradása is szerepelhet következményként, amikor például azt vizsgáljuk, hogy a tényezőváltozók nem befolyásolható, de előrelátható és kiszámítható hatású módosulásai a tényezőváltozók közvetlenül vagy közvetve befolyásolható milyen módosulásainak a kombinációival ellensúlyozhatók.

A tényezőváltozók ekvivalens változásai kombinációinak kialakítása igen nagy gyakorlati jelentőséggel is bírhat, ha például meggondoljuk, hogy az egyes kombinációknak igen eltérőek lehetnek a költségkihatásai, vagyis ugyanaz a cél különböző nagyságú ráfordításokkal érhető el (melyek közül például a legkisebb ráfordítást igénylőt kívánjuk előnyben részesíteni), vagy ha figyelembe vesszük, hogy a tényezőváltozók más jelentős eredményváltozóknak is lehetnek tényezőváltozói és ekvivalens változásaik kombinációinak ún. "mellékhatásai" egyáltalán nem érdektelenek számunkra. Eszmefuttatásaink e pontjában szándékosan maradtunk a gondolat, a kutatási téma pusztá felvetésének szintjén.

6. Az ekvivalencia fogalom általánosítása

Az ekvivalenciák — mint korábban is jeleztük — nemcsak ekvivalens életkorokat jelenthetnek, mint a házasságkötési valószínűségek, az általános termékenység különböző szintjei a továbbélők száma és a várható átlagos élettartamok esetében. Legkönnyebb talán annak a belátása, hogy különféle specifikus élettartamok is lehetnek ekvivalensek egymással a népmozgalmi események hozzájuk tartozó gyakoriságai, illetve valószínűségei szempontjából. Említettük, hogy a válások gyakoriságát legtöbbször a házasságtartam függvényében vizsgáljuk, az ekvivalencia számítások során tehát ebben az esetben arra a kérdésre keresünk választ, hogy melyek azok a házasságtartamok, melyek elérésekor a válások gyakorisága, bekövetkezési valószínűsége stb. ugyanakkora. Hasonló a helyzet az elváltak és özvegyek újrահázasodási gyakoriságait, illetve valószínűségeit leíró unimodális aszimmetrikus görbék esetében is és — az ekvivalenciák második változatának köréből — a házasságból származó

²³ Az eredményváltozók és a tényezőváltozók közötti kapcsolat jellegének lineáritása valójában nem feltétele a felvetni kívánt gondolat helyességének, kizárólag a megértést elősegíteni kívánó egyszerűsítésről van szó. A tényezőváltozók számának optimalizálásáról és a multikollinearitás kiküszöbölésének módszereiről (az ortogonalizált regresszióról) lásd többek között P. Dagnelie (58), Sváb J. (59), valamint M. Loriaux és J. Bonmariage (60) magas színvonalú munkáit.

élveszületések kumulált számának alakulását a házasságtartam előrehaladásának függvényében leíró módusz nélküli empirikus görbék esetében is.

Fontos annak a megértése is, hogy a hozzájuk tartozó ordináta értékek azonossága szempontjából ekvivalens abszcissa értékeknek nem is kell szükségképpen élettartamoknak, specifikus élettartamoknak, általában élettartam jellegű mutatóknak lenniük. Az ekvivalencia számítás ugyanis a demográfiában nemcsak a tényleges vagy fiktív kohorszok összehasonlító vizsgálata során juthat szerephez, hanem népességek összehasonlító vizsgálata során is. Ebben az esetben az abszcissa értékek az összehasonlítható népességek bármely jellemzőjének értékei lehetnek.

Egy korábbi vizsgálatunk során *Coale* és *Demény* a regionális halandósági táblatípusokat és stabil népességeket tartalmazó ismert könyve első kiadásának felhasználásával (61) kiszámítottuk és grafikusan is ábrázoltuk, hogy miként alakulna a huszonnégy halandósági szinthez tartozó mindkét nembeli keleti-típusú stacionér népességben:

- a férfi népesség aránya;
- a női népesség aránya;
- az ezer lakosra jutó élveszületések és halálozások évi száma ($1/e_0^0$);
- a népesség átlagos életkora;
- a női népesség bruttó reprodukciós együtthatójának értéke²⁴;
- az egy 15—59 éves lakosra jutó 0—14 éves, valamint 60 éves és idősebb lakosok száma.

Az abszcissa értékek szerepét ebben az esetben a mindkét nembeli népesség születéskor várható átlagos élettartamának értékei (e_0^0) töltötték be. A felsorolt hat jellemző közül, melyek közül néhánynak a férfi és a női népességre vonatkozó értékei az idézett forrásmunkában megtalálhatók, négy jellemző (a férfi népesség aránya, a női népesség aránya, a népesség átlagos életkora és az egy 15—59 éves lakosra jutó 0—14 éves, valamint 60 éves és idősebb lakosok száma) úgy alakult, hogy az legsikeresebben másodfokú polinommal volt modellezhető. Két jellemző (az ezer lakosra jutó élveszületések és halálozások évi száma és a női népesség bruttó reprodukciós együtthatójának értéke) úgy alakult, hogy az legsikeresebben $y = a + b/x$ típusú hiperbolával volt modellezhető. Másodfokú polinommal volt modellezhető legsikeresebben a 20—39 éves korú férfiak mindkét nembeli népességen belüli aránya és a férfi népesség és a női népesség egymástól eltérő, de minden halandósági szint esetében ugyanazon korszpecifikus gazdasági aktivitási arányszámaival számítva:

- a gazdaságilag aktív népesség össznépességen belüli aránya;
- a gazdaságilag inaktív népesség össznépességen belüli aránya;
- a gazdaságilag aktív népesség átlagos életkora;
- a gazdaságilag inaktív népesség átlagos életkora.

Másodfokú polinommal volt modellezhető a mindkét nembeli keleti-típusú stacionér népességek számos más gazdasági természetű jellemzője is.

Könnyen belátható, hogy a másodfokú polinommal modellezhető jellemzők esetében az ekvivalenciák első változatával kapcsolatos számítások, a hiperbolával modellezhető esetekben pedig az ekvivalenciák második változatával kapcsolatos számítások viszonylag könnyen elvégezhetőek lennének. Ez utóbbi esetben természetesen a vonatkozó számításokat előzetesen a stacionér népességek más (északi-típusú, nyugati-típusú, déli-típusú) sorozataira vonatkozóan is el kellene végeznünk.

A jelzett vizsgálat során, a felsorolt jellemzők szempontjából az idézett forrásmunka első kiadása alapján még legkedvezőbbnek számító huszonnégyedik halandósági szint²⁵, valamint a bruttó reprodukciós együttható különböző értékei és a természetes szaporodás intrinszc arányszámának különböző értékei által determinált mindkét nembeli keleti-típusú

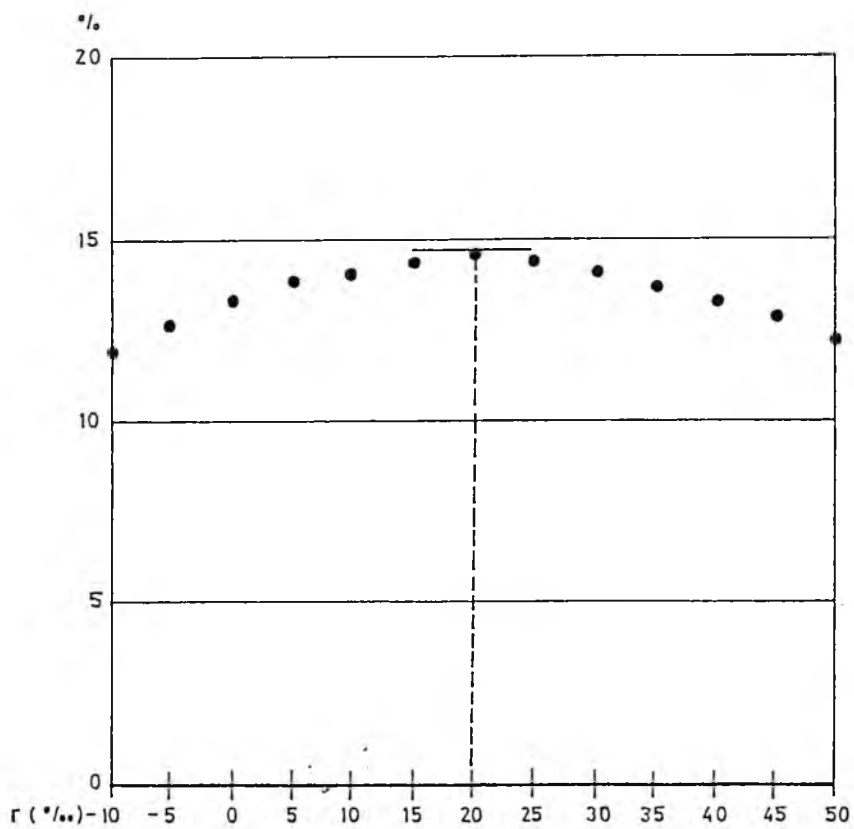
²⁴Feltéve, hogy az anyák átlagos életkora gyermekeik megszületésekor 29 év.

²⁵A második kiadás egy, a huszonnégyediknél kedvezőbb huszonötödik halandósági szinttel is kiegészül (62).

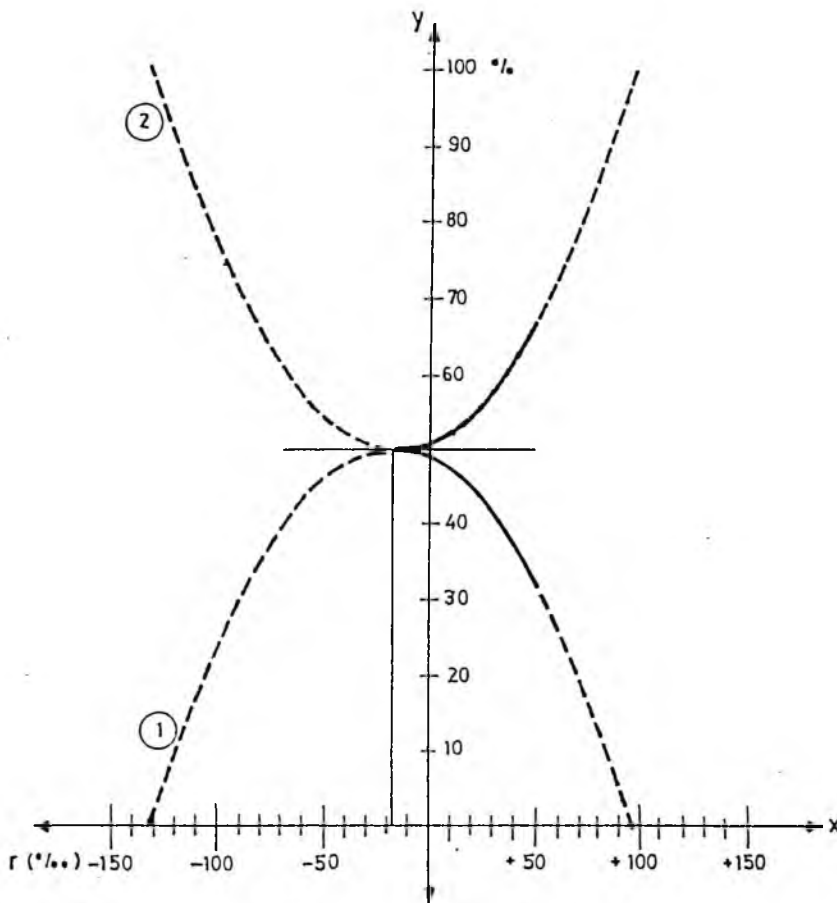
stabil népességeket is összehasonlítottunk egymással. Az abszcissa értékek szerepét az egyik esetben a bruttó reprodukciós együttható értékei, a másik esetben az intrinsic szaporodási arány értékei töltötték be. A bruttó reprodukciós együttható függvényében végzett vizsgálat esetében természetesen a nettó reprodukciós együttható értéke, a meghaltak átlagos életkora és az intrinsic szaporodási arány, az intrinsic szaporodási arány függvényében végzett vizsgálat esetében pedig a bruttó reprodukciós együttható értéke, a nettó reprodukciós együttható értéke és a meghaltak átlagos életkora is az összehasonlítható népességek demográfiai jellemzői közé tartozott. Ez utóbbi vizsgálatok esetében is azok a jellemzők voltak legsikeresebben másodfokú polinommal modellezhetőek, melyekről a stationér népességek összehasonlításával kapcsolatban már említést tettünk. Ilyennek bizonyult azonban a meghaltak átlagos életkora és néhány további demográfiai és gazdasági természetű jellemző is. Némileg bővült tehát az ekvivalenciák első változatával kapcsolatos számítások lehetősége, de fennmaradt a második változatával kapcsolatos számítások lehetősége is. Amiért azonban erről e helyen említést teszünk az, hogy ha ezeket az ekvivalencia számításokat, akár az empirikus számítási eredmények, akár az ez utóbbiakhoz illesztett regressziós görbék felhasználásával elvégeznénk, már nem ekvivalens életkorok, vagy ekvivalens specifikus élettartamok, hanem ekvivalens halandósági szintek (születéskor várható átlagos élettartamok), ekvivalens termékenységi szintek (bruttó reprodukciós együtthatók) és ekvivalens intrinsic szaporodási arányszámok kiszámításáról lenne szó. Ez a tény jelentősen megnöveli az ekvivalencia számítás demográfiai belüli alkalmazási lehetőségeit.

Könnyű belátnunk továbbá, hogy ha a demográfia határain túllépve és biometriai módszereket alkalmazva például a lehullott csapadék évi mennyisége és a valamely mezőgazdasági kultúra (pl. cukorrépa) terméshozama közötti kapcsolatot jól illeszkedő másodfokú polinommal sikerült jellemeznünk, akkor sem csak a vizsgálatnak a terméshozam szempontjából a legkedvezőbb csapadékmennyiségre vonatkozó eredménye érdekelhet bennünket, hanem például az is, hogy mely az optimálisnál kevesebb csapadékmennyiségek hatnak ugyanígy a terméshozamra mint az optimálist meghaladó mértékű csapadékmennyiségek. Az ekvivalencia számítás lehetőségei tehát (és nem csak az itt említett első változatuké) a demográfiai kívül is adottak.

Tekintsük ezután a VIII. és a IX. ábrát, melyek közül az első a 20–39 éves férfiak keleti-típusú stabil össznépességeken belüli arányt mutatja be a már említett huszonnegyedik halandósági szint és az intrinsic szaporodási arány különböző értékei esetén, a második pedig a gazdaságilag aktív és a gazdaságilag inaktív népesség ugyanezen keleti-típusú stabil népességeken belüli arányát a gazdasági aktivitás 1960. január 1-jei nemenkénti korszpecifikus arányszámainak felhasználásával számítva. Mindkét ábráról az ekvivalenciák első változata kiszámításának lehetősége olvasható le. Tartalmukban azonban az ábrák jelentősen különböznek egymástól. Az első adott halandósági szint mellett annak a legkedvezőbb intrinsic szaporodási aránynak (és a népesség ehhez tartozó átlagos életkorának, öregedési fokának stb.) kitapintását teszi lehetővé, amely mellett a 20–39 korú férfiak össznépességén belüli aránya maximális (hatalmi optimum), a második pedig annak az intrinsic szaporodási aránynak (és a népesség ehhez tartozó átlagos életkorának, öregedési fokának stb.) kitapintását, amely mellett a gazdaságilag aktív népesség össznépességén belüli aránya maximális, a gazdaságilag inaktív pedig minimális (a gazdasági természetű optimalizálási kritériumok egyike). A két szaporodási arány, öregedési fok stb. között igen nagy különbség van. Ennek belátása és jelentőségének megértése teszi indokolttá tanulmányunk második kérdésének tárgyalását.



VIII. A 20—39 éves férfiak mindkét nembeli keleti-típusú stabil népességen belüli arányának alakulása 75,06 évet kitevő átlagos élettartam és a természetes szaporodás intrinsic arányszáma (r) különböző nagyságai esetén



- ① - A gazdaságilag aktív népesség aránya (%)
 ② - A gazdaságilag inaktív népesség aránya (%)
 - - - - - Parabolikus extrapoláció alapján

IX. A gazdaságilag aktív és a gazdaságilag inaktív népesség aránya 75,06 évet kitevő születéskor várható átlagos élettartamú, különböző szaporodási arányú keleti-típusú stabil népességekben

(A gazdasági aktivitás 1960. I. I. magyarországi korszpecifikus arányszámai alapján)

II. AZ ELLENTMONDÁSOK

1. Az ellentmondások fogalma, forrása és kiszámításának szükségessége

Az ellentmondások, mint láttuk, azt jelentik, hogy a különböző szükségleteink kielégítése szempontjából legkedvezőbb (optimális) népességek nem ugyanazok a népességek, hanem egymástól számos demográfiai (és nem demográfiai) jellemző tekintetében számos esetben igen jelentősen eltérő népességek. E jellemzők között szerepel a népesség nemek és életkor szerinti összetétele is. Láttuk, hogy a 20–39 éves korú férfiak aránya azokon a mindkét nembeli keleti-típusú stabil népességeken belül, melyekben a születéskor várható átlagos élettartam 75,06 évet tesz ki, évi 20%-os szaporodási ráta mellett maximális. Ezeknek a stabil népességeknek az átlagos életkora 28,98 év. A mindkét nembeli gazdaságilag aktív népesség ugyanezen stabil népességeken belüli aránya, a gazdasági aktivitás említett nemek és kor szerinti arányaival számítva ugyanakkor évi -18,91%-os szaporodási ráta mellett maximális. Ezeknek a stabil népességeknek az átlagos életkora 50,73 év. Ez azt jelenti, hogy a katonai erő maximuma, vagyis az ún. "hatalmi optimum", és a szóban forgó gazdasági természetű kritérium szerinti optimum között ellentmondás van. Ennek forrása szükségleteink különbözőségében gyökerezik. Egy olyan népesség, amelyik bizonyos fajta szükséglet kielégítése szempontjából a legkedvezőbbnek tekinthető, egyáltalán nem biztos, hogy más vonatkozásokban is előnyösnek nevezhető. Abból a célból, hogy a különböző szempontok alapján előnyös népesség összetételét meghatározzuk, szükséges az ellentmondások eltérő fajtáival foglalkozni.

2. Az ellentmondások fajtái

Az ellentmondások fajtái szükségleteink fajtáinak függvényei. A már említett gazdasági természetű ismérv szerinti és "hatalmi" ismérv szerinti optimális népességek különbözősége alapján plauzibilisnek tűnik, hogy az ellentmondásokat a gazdasági természetű ismérvek és a nem gazdasági természetű ismérvek alapján optimálisnak tekinthető népességek közötti ellentmondásokra osszuk fel. Tudatában kell azonban lennünk annak, hogy a gazdasági természetű ismérvek körén belül optimálisnak tekinthető népességek és a nem gazdasági természetű ismérvek körén belüli optimálisnak tekinthető népességek is jelentősen különbözhetnek egymástól. Tekintsük át először a gazdasági természetű ismérvek körén belül optimálisnak tekinthető népességek közötti ellentmondásokat és a különféle ismérvek alapján optimálisnak minősíthető népességek kiszámításának módszereit.

2.1 A gazdasági természetű ismérvek körén belüli ellentmondások

A különböző gazdasági természetű ismérvek alapján optimálisnak minősíthető népességekkel kortárs demográfusaink közül legtöbbet kétségtelenül A. Sauvy foglalkozott (64). Ezzel kapcsolatos saját kutatásaink eredményeit az *Irodalom* (65)-től (70)-ig terjedő sorszámokkal jelzett munkáink foglalják össze. E helyen csupán az optimális stabil népességstruktúrák és intrinsic szaporodási ütemek meghatározására irányuló kutatómunkánk néhány nem közvetlenül kapcsolódó részéről adunk rövid áttekintést.

Az optimális stabil népességstruktúrák és intrinsic szaporodási ütemek meghatározására irányuló eddigi kutatómunkánk a következő hat szakaszból tevődött össze:

a) Az a már elértnél kedvezőbb (alacsonyabb) ugyanazon halandósági szintű, vagyis ugyanazon halandósági táblákon alapuló, de különböző intrinsic szaporodási arányú, illetve bruttó reprodukciós együtthatójú mindkét nembeli stabil népességek demográfiai jellemzőinek a kiszámítása. Ennek során *Coale* és *Demény* a regionális halandósági táblatípusokat és stabil népességeket tartalmazó ismert könyve (6) keleti-típusú, 24-es halandósági szintű, -10, -5, 0, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, és 50 ezrelékes intrinsic szaporodási arányú stabil népességeinek alapulvételével

- a férfi népesség össznépességen belüli arányát,
- a női népesség össznépességen belüli arányát,
- az 1000 lakosra jutó élveszületések számát, vagyis a nyers születési arányszám értékét,
- az 1000 lakosra jutó halálozások számát, vagyis a nyers halálozási arányszám értékét,
- a népesség átlagos életkorát,
- a meghaltak átlagos életkorát,
- a népesség bruttó reprodukciós együtthatójának értékét,
- a női népesség nettó reprodukciós együtthatójának értékét,
- az egy 15—59 éves lakosra jutó 0—14 éves és 60 éves és idősebb lakosok számát (az ún. DEPENDENCY RATIO értékét)

határoztuk meg. Keleti-típusú halandósági táblák (és stabil népességek) felhasználására ennek során azért került sor, mert az újabb magyar halandósági táblák és a legközelebbi halandósági szintet leíró halandósági táblatípusok „ q_x ” értékei közötti különbségek négyzeteinek az összege a keleti-típusú halandósági táblák esetében volt a legkisebb. A mindkét nembeli stabil népesség demográfiai jellemzőinek száma természetesen jelentősen gyarapítható.

b) A mindkét nembeli stabil népességek különféle demográfiai jellemzőit leíró adatokhoz a legjobban illeszkedő regressziós görbék egyenleteinek a kiszámítása:

A férfi népesség össznépességen belüli aránya esetében a legjobban illeszkedő regressziós görbe egyenlete:

$$y = 49,6069 + 0,0484r - 0,0005r^2 \quad (I = 0,999);$$

A női népesség össznépességen belüli aránya esetében ez a regressziós egyenlet:

$$y = 50,3931 - 0,0484r + 0,0005r^2 \quad (I = 0,999);$$

Az 1000 lakosra jutó élveszületések száma, vagyis a nyers születési arányszám esetében ez a regressziós egyenlet:

$$y = 13,4543 + 0,5446r + 0,0049r^2 \quad (I = 0,999);$$

Az 1000 lakosra jutó halálozások száma, vagyis a nyers halálozási arányszám esetében ez a regressziós egyenlet:

$$y = 13,4543 - 0,4554r + 0,0049r^2 \quad (I = 0,999);$$

A népesség átlagos életkora esetében ez a regressziós egyenlet:

$$y = 39,1196 - 0,5612r + 0,0028r^2 \quad (I = 1,000); \quad ^{26}$$

A meghaltak átlagos életkora esetében ez a regressziós egyenlet:

$$y = 75,4539 - 0,1930r - 0,0101r^2 \quad (I = 1,000);$$

A női népesség bruttó reprodukciós együtthatójának értéke esetében ez a regressziós egyenlet:

$$y = 1,0214 \times 1,0285^r \quad (I = 1,000);$$

A női népesség nettó reprodukciós együtthatójának értéke esetében ez a regressziós egyenlet:

$$y = 1,000 \times 1,0285^r \quad (I = 1,000);$$

Az egy 15—59 éves lakosra jutó 0—14 éves és 60 éves és idősebb lakosok száma esetében ez a regressziós egyenlet:

$$y = 0,7417 - 0,0034r + 0,0003r^2 \quad (I = 1,000).$$

c) A mindkét nembeli stabil népességek különféle gazdasági jellemzőinek, vagyis:

- a gazdaságilag aktív népesség össznépességen belüli arányának,
- a gazdaságilag inaktív népesség össznépességen belüli arányának,
- az egy lakosra jutó évi termelés értékének,
- az egy lakosra jutó évi fogyasztás értékének,
- az egy lakosra jutó évi termelési többlet, illetve fogyasztási többlet értékének,
- az egy gazdaságilag aktív személyre jutó évi termelés értékének,
- a gazdaságilag inaktív népesség fogyasztása egy gazdaságilag aktív személyre jutó évi nagyságának,
- a 0—19 évesek, valamint 60 évesek és idősebbek fogyasztása egy 20—59 éves lakosra jutó nagyságának,
- a termelési többlet (illetve fogyasztási többlet) értéke a termelés értékéhez viszonyított arányának,
- a termelési többlet (illetve fogyasztási többlet) értéke a fogyasztás értékéhez viszonyított arányának

kiszámítása. Ezeknek a gazdasági jellemzők töltötték be az optimalizálás gazdasági természetű kritériumainak szerepét is, a számításokat azonban az ún. hatalmi optimum kritériumának alapulvételével is elvégeztük. Megjegyezzük, hogy a vonatkozó gazdasági események korszpecifikus arányszámait csak a gazdasági aktivitás, illetve inaktivitás esetében állottak

²⁶ Az I -vel jelzett ún. korrelációs index értékét — mint ismeretes — az

$$I = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}$$

formula felhasználásával számítjuk ki, melyben az y az a) szakaszban kiszámított adatokat (az ún. empirikus értékeket), \bar{y} a vonatkozó normál egyenletek felhasználásával előállított függvények segítségével kiszámított ún. elméleti függvényértékeket, \bar{y} pedig az empirikus, illetve az elméleti értékek számtani átlagát jelöli. A korrelációs index három tizedesjegynyi pontossággal kiszámított 1,000-del egyenlő értéke minden esetben csupán a kerekítési szabály alkalmazásának az eredménye.

rendelkezésre nemek szerinti részletezésben is, a többi gazdasági jellemzővel kapcsolatos becslési eredmények tehát már emiatt is bizonyos mértékig pontatlanok.

d) A mindkét nembeli stabil népességek gazdasági jellemzőit leíró adatokhoz a legjobban illeszkedő regressziós görbék egyenleteinek kiszámítása. A gazdasági események 1959—1960. évi magyarországi korszpecifikus arányszámait felhasználásával becsült gazdasági jellemzőket véve alapul a legjobban illeszkedő regressziós görbék egyenletei a következők:

A gazdaságilag aktív népesség össznépességen belüli aránya esetében:

$$y = 48,8187 - 0,1437r - 0,0038r^2 \quad (I = 0,999);$$

A gazdaságilag inaktív népesség össznépességen belüli aránya esetében:

$$y = 51,1813 + 0,1437r + 0,0038r^2 \quad (I = 0,999);$$

A gazdaságilag aktív népesség átlagos életkora esetében:

$$y = 44,5935 - 0,3069r + 0,0009r^2 \quad (I = 1,000);$$

Az egy lakosra jutó termelés értéke esetében:

$$y = 13\,301,33 - 44,72r - 1,09r^2 \quad (I = 0,999);$$

Az egy lakosra jutó évi fogyasztás értéke esetében:

$$y = 103\,377,42 - 10,32r - 0,36r^2 \quad (I = 0,999);$$

Az egy lakosra jutó évi termelési többlet, illetve fogyasztási többlet esetében:

$$y = 2923,91 - 34,40r - 0,73r^2 \quad (I = 0,998);$$

Az egy gazdaságilag aktív személyre jutó évi termelés értéke esetében:

$$y = 27\,260,02 - 9,55r - 0,32r^2 \quad (I = 1,000);$$

A gazdaságilag inaktív népesség fogyasztásának egy gazdaságilag aktív személyre jutó nagysága esetében:

$$y = 9374,58 + 15,31r + 2,12r^2 \quad (I = 1,000);$$

A 0—19 évesek, valamint 60 évesek és idősebbek fogyasztásának egy 20—59 éves lakosra jutó nagysága esetében:

$$y = 7913,82 - 16,84r + 3,18r^2 \quad (I = 1,000);$$

A termelési többlet (illetve fogyasztási többlet) értékének a termelés értékéhez viszonyított aránya esetében:

$$y = 22,3395 - 0,1307r - 0,0087r^2 \quad (I = 1,000) ;$$

A termelési többlet (illetve fogyasztási többlet) értékének a fogyasztás értékéhez viszonyított aránya esetében:

$$y = 28,3260 - 0,2837r - 0,0083r^2 \quad (I = 0,999) .$$

e) A mindkét nembeli stabil népességek gazdasági jellemzőihez legjobban illeszkedő regressziós görbék elemzése, elsősorban, amennyiben ezt a görbék természete megengedi, szélső értékek (maximumuk, illetve minimumuk) és az ezen szélső értékekhez mint optimális intrinsic szaporodási arányokhoz tartozó ún. elméleti függvény értékek meghatározása. Minthogy az esetek zömében a legszorosabban illeszkedő regressziós görbék másodfokú parabolák, a szélső értékek meghatározása lehetséges és viszonylag könnyű volt. Az, hogy maximum, vagy minimum meghatározására került-e sor a vonatkozó kritérium és regressziós görbe természete alapján szintén viszonylag könnyen eldönthető volt. Az egyes gazdasági jellemzőknek a saját regressziós függvényei szélső értékei alapján kiszámítható függvény értékein kívül (lásd a 12. tábla jelölt számait), kiszámíthatók voltak az egyéb gazdasági jellemzőkhöz illesztett regressziós függvények szélső értékeihez tartozó függvény értékei is.

f) A különféle gazdasági természetű ismérvek (optimalizációs kritériumok) alapján optimálisnak talált mindkét nembeli stabil népességek demográfiai jellemzőinek a meghatározása. Ez a feladat a mindkét nembeli stabil népességnek a demográfiai jellemzőit leíró adatokhoz a legszorosabban illeszkedő regressziós görbék egyenleteinek és a gazdasági jellemzőkhöz a legszorosabban illeszkedő regressziós függvények szélső értékeinek (mint az alapul vett feltételek melletti optimális intrinsic szaporodási arányoknak) a felhasználásával volt a legegyszerűbben megoldható (13.tábla).

12. Stabil népességek főbb gazdasági jellemzői 75,06 évet kitevő átlagos élettartam és a természetes szaporodási intrinszc arányszámának optimális nagyságai esetén
(A gazdasági események 1959—1960. évi magyarországi korszecifikus arányszámai alapján számítva)

A természetes szaporodás intrinszc arányszámának (r) optimális nagysága (%) →	A gazdaságilag aktív népesség össznépességen belüli aránya esetében:	Az egy lakosra jutó évi			Az egy gazdaságilag aktív személyre jutó évi termelés értéke esetében:	A gazdaságilag inaktív népesség évi fogyasztása egy gazdaságilag aktív személyre jutó nagysága esetében:	A 0—19 évesek, valamint 60 évesek és idősebbek évi fogyasztásának egy 20—59 éves lakosra jutó nagysága esetében:	A termelési többlet értékének a		$r = 0$ esetében ²⁷
		termelés	fogyasztás	termelési többlet				termelés	fogyasztás	
		értéke esetében:						értékéhez viszonyított aránya esetében:		
↓	-18,91	-20,51	-14,33	-23,56	-14,92	-3,61	2,65	-7,51	-17,09	

81

A gazdaságilag aktív népesség aránya (%)	50,18	50,17	50,10	50,09	50,12	49,29	48,41	49,68	50,16	49,08
A gazdaságilag inaktív népesség aránya (%)	49,82	49,83	49,90	49,91	49,88	50,71	51,59	50,32	49,84	50,92
A gazdaságilag aktív népesség átlagos életkora (év)	50,73	51,28	49,18	52,35	49,38	45,71	43,79	46,95	50,11	44,59
Az egy lakosra jutó évi termelés értéke (Ft) ²⁸	13757	13760	13718	13750	13726	13449	13175	13576	13747	13384
Az egy lakosra jutó fogyasztás értéke (Ft) ²⁸	10444	10438	10451	10421	10451	10410	10348	10435	10449	10395
Az egy lakosra jutó évi termelési többlet (+), ill. fogyasztási többlet (-) értéke (Ft) ²⁸	+3313	+3322	+3267	+3329	+3275	+3039	+2828	+3141	+3299	+2989
Az egy gazdaságilag aktív személyre jutó évi termelés értéke (Ft) ²⁸	27326	27321	27331	27307	27331	27290	27232	27314	27330	27269
A gazdaságilag inaktív népesség fogyasztásának egy gazdaságilag aktív személyre jutó nagysága (Ft) ²⁸	9843	9952	9591	10191	9618	9347	9430	9379	9732	9371

²⁷A vontkozó halandósági táblák felhasználásával végzett önálló becslés alapján.

²⁸1959. évi árakon.

A természetes szaporodás intrinszc arányszámának (r) optimális nagysága (%) →	A gazdaságilag aktív népesség össznépességen belüli aránya esetében:	Az egy lakosra jutó évi			Az egy gazdaságilag aktív személyre jutó évi termelés értéke esetében:	A gazdaságilag inaktív népesség évi fogyasztása egy gazdaságilag aktív személyre jutó nagysága esetében:	A 0—19 évesek, valamint 60 évesek és idősebbek évi fogyasztásának egy 20—59 éves lakosra jutó nagysága esetében:	A termelési többlet értékének a		r = 0 esetében
		termelés	fogyasztás	termelési többlet				termelés	fogyasztás	
A gazdasági jellemzők megnevezése ↓		értéke esetében:						értékéhez viszonyított aránya esetében:		
	-18,91	-20,51	-14,33	-23,56	-14,92	-3,61	2,65	-7,51	-17,09	

A 0—19 évesek, valamint a 60 évesek és idősebbek fogyasztásának egy 20—59 éves lakosra jutó aránya (Ft)²⁴

A termelési többlet értékének a termelés értékéhez viszonyított aránya (%)

A termelési többlet értékének a fogyasztás értékéhez viszonyított aránya (%)

9369	9597	8809	10076	8873	8016	7892	8220	9130	7911
21,70	21,36	22,43	20,59	22,35	22,70	21,93	22,83	22,03	22,33
30,72	30,65	30,69	30,40	30,71	29,24	27,52	29,99	30,75	28,75

13. Stabil népességek főbb demográfiai jellemzői 75,06 évet kitevő átlagos élettartam és a természetes szaporodási intrinszc arányszámának optimális nagyságai esetén
(A gazdasági események 1959–1960. évi magyarországi korszpecifikus arányszámai alapján számítva)

A természetes szaporodás intrinszc arányszámának (r) optimális nagysága (%) →	A gazdaságilag aktív népesség össznépességen belüli aránya esetében:	Az egy lakosra jutó évi			Az egy gazdaságilag aktív személyre jutó évi termelés értéke esetében:	A gazdaságilag inaktív népesség évi fogyasztása egy gazdaságilag aktív személyre jutó nagysága esetében:	A 0–19 évesek, valamint 60 évesek és idősebbek évi fogyasztásának egy 20–59 éves lakosra jutó nagysága esetében:	A termelési többlet értékének a		r = 0 esetében ²⁹
		termelés	fogyasztás	termelési többlet				termelés	fogyasztás	
		értéke esetében:						értékéhez viszonyított aránya esetében:		
	-18,91	-20,51	-14,33	-23,56	-14,92	-3,61	2,65	-7,51	-17,09	
A férfi népesség aránya (%)	48,51	48,40	48,81	48,49	48,77	49,43	49,73	49,22	48,63	49,63
A női népesség aránya (%)	51,49	51,60	51,19	51,81	51,23	50,57	50,27	50,78	51,37	50,37
Az 1000 lakosra jutó élveszületések évi száma	4,91	4,35	6,66	3,34	6,42	11,55	14,93	9,64	5,58	13,32
Az 1000 lakosra jutó halálozások évi száma	23,82	24,86	20,99	26,90	21,34	15,16	12,28	17,15	22,67	13,32
A népesség átlagos életkora(év)	50,73	51,80	47,74	53,90	48,12	41,18	37,65	43,49	49,53	39,25
A meghaltak átlagos életkora (év)	75,49	75,16	76,15	74,39	76,09	76,02	74,87	76,33	75,80	75,06
A női népesség bruttó reprodukciós együtthatójának értéke ³⁰	0,600	0,574	0,683	0,527	0,672	0,923	1,100	0,827	0,632	1,020
A női népesség nettó reprodukciós együtthatójának értéke ³⁰	0,588	0,562	0,668	0,516	0,658	0,904	1,007	0,810	0,619	1,000
Az egy 15–59 éves lakosra jutó 0–14 éves és idősebb lakosok száma	0,913	0,938	0,852	0,988	0,859	0,758	0,735	0,784	0,887	0,738

²⁹ A vonatkozó halandósági táblák felhasználásával végzett önálló becslés alapján.

³⁰ Feltételezve, hogy a generációtávolság, vagyis a nők átlagos életkora gyermekeik megszületésekor 29 év.

Az optimális stabil népességstruktúrák és intrinsic szaporodási ütemek gyakorlati meghatározásának — mint ismeretes — az volt az egyik tanulsága, hogy az alkalmazott kritériumok legtöbbször esetében a zérustól nem túlságosan eltérő negatív szaporodási ráta bizonyult a legkedvezőbbnek. Demográfusaink többsége, s e dolgot szerzője is ugyanakkor egyetért azzal, hogy nagyobb gazdasági jólétnek a népesség fokozatos elfogyása útján való megvalósítása teljesen értelmetlen lenne. Minthogy azonban minden reális alapunk megvan arra is, hogy ne csak a népességet, hanem a gazdasági események nemek és életkor szerinti arányszámait is olyan irányban befolyásoljuk, módosítsuk, hogy az optimalizálás szempontjából legalább zérus intrinsic szaporodási ütemű népesség elérése legyen kívánatos, a szóban forgó számítások a zérus intrinsic szaporodási ráta elérése népességpolitikai célkitűzésként való proponálásával zárultak. Ez egyébként a számítások elvégzése idején pronatalista jellegű javaslat volt, mert az intrinsic szaporodási erény Magyarországon már 1958 óta negatív előjelű, a nettó reprodukciós együttható értéke pedig — ezzel összhangban — egynél kisebb volt és kisebb egynél ma is.

Stacionér népesség elérésének célul való kitűzése esetében óhatatlanul felmerül ez utóbbi létszáma meghatározásának a kérdése is. Minthogy a stacionér népesség időben változatlan létszáma (P) a születéskor várható átlagos élettartam (e_0^0) és az elveszületések évi száma (B), illetve a halálozások ez utóbbival azonos nagyságú évi száma (D) szorzataként is meghatározható, vagyis:

$$P = B e_0^0 = D e_0^0,$$

a halandóság jövőbeni fejlődésének többé-kevésbé pontos előrebecslése alapján pedig az e_0^0 mutató értéke közelítő pontossággal ismertnek tekinthető, lényegében az elveszületések évi száma (B), illetve a halálozások ez utóbbival azonos évi száma (D) az, amit a strukturális jellemzői alapján optimálisnak talált stacionér népesség optimális létszáma kialakításának érdekében meg kellene határoznunk. Mi lenne ebben az esetben a követendő eljárás?

Könnyen belátható, hogy *maximálisnak*, (illetve *minimálisnak*) valamely stacionér népesség létszáma abban az esetben lenne tekinthető, ha ez utóbbi olyan nagy (illetve olyan kicsi) lenne, hogy az ún. kívánatos gazdasági események, vagyis a gazdasági aktivitás, az egy gazdaságilag aktív személyre, illetve az egy lakosra jutó termelés, az egy főre jutó fogyasztás stb. nemek és életkor szerinti arányszámai *minimálisnak*, az ún. nem kívánatos gazdasági események, vagyis a gazdasági inaktivitás, a gazdaságilag inaktív népesség egy gazdaságilag aktív személyre jutó fogyasztása, illetve a fiatalok és öregek egy felnőttre jutó fogyasztása stb. nemek és életkor szerinti arányszámai pedig *maximálisak* lennének. Az ún. kívánatos gazdasági események eme minimális nemek és életkor szerinti arányszámainak kialakulása esetében a gazdaságilag aktív népesség össznépességben belüli aránya, az egy gazdaságilag aktív személyre, illetve az egy lakosra jutó évi termelés nagysága, az egy lakosra jutó évi fogyasztás nagysága stb. szintén *minimális*, az ún. nem kívánatos gazdasági események vonatkozó mutatóinak értéke pedig *maximális* lenne. Az egyes korévek (illetve korcsoportok) férfi és női népessége kevesebbet már nem fogyaszthatna (ezek lennének a nemek és életkor szerinti létminimumok!) és — az adott összetétel mellett — nem lehetne kisebb az össznépesség egy főre jutó évi fogyasztásának a volumene sem. *Optimálisnak* ezzel szemben az azonos struktúrájú stacionér népesség száma abban az esetben lenne tekinthető, ha ez a szám éppen akkora lenne, hogy az ún. kívánatos gazdasági események nemek és életkor szerinti arányszámai *maximálisak*, az ún. nem kívánatos gazdasági eseményeké pedig *minimálisak* lennének. Ebben az esetben lenne *maximális* természetesen az ún. kívánatos események össznépességhez viszonyított aránya és nemek és életkor szerinti arányszámának az összege is és *minimális* az ún. nem kívánatos események össznépességhez viszonyított aránya és nemek és életkor szerinti arányszámainak az összege is.

Stacionér népesség választása esetében tehát az elérendő cél pontosabb meghatározása még számos további elvi-módszertani és gyakorlati jellegű kérdés megoldását tenné szükségessé.

Ismeretes, hogy azokkal a törekvésekkel kapcsolatban, melyek a népességgpolitikát valamely szabályos struktúrájú, vagyis stabil, illetve stacionér népesség elérésének az eszközéül kívánták felhasználni, számos ellenvetés hangzott el. A legfigyelemreméltóbb ezek közül *J. Bourgeois-Pichatnak* és *S.A. Talebnek* a zérus szaporodási rátájú népesség koncepciójáról frott kritikái jellegű tanulmánya (71), mely az ilyen népesség elérése során felmerülő demográfiai helyzetek buktatóit és fonáságait, valamint a kitűzött cél elérésének a gyakorlati lehetetlenségét olyan meggyőzően mutatta ki, hogy ezáltal szinte megteremtette a koncepció elvetőinek népes és rangos táborát (72, 73). Ennek az ellenáramlatnak egy sajátos képviselője *S. Vanistendael* is, aki a népességi optimum kutatásának gyakorlati népességgpolitikai jelentőségét általánosságban véve is kétségbe vonja. Elutasító álláspontját a népesedési folyamatok inerciájára, valamint a távolabbi jövőben kialakuló gazdasági szociális és technológiai trendekre vonatkozó ismereteinknek a hiányára való hivatkozással indokolja (74).

A népességi optimum s ennek keretein belül az optimális stabil népességek vizsgálatának természetesen nem csak a gyakorlati népesedéspolitikának a megalapozása szempontjából van jelentősége. Ha a különböző ismérvek szempontjából optimálisnak talált népességtípusok közül, a népesedési folyamatok jelentős inerciája miatt, gyakorlatilag egyik sem érhető el tiszta formában, annak az ismerete, hogy a különböző ismérvek szempontjából optimális népességektől a tényleges népességfejlődés során kialakuló népesség mennyiben tér el, mindig nagy jelentősége lesz. S bár igaz, hogy valamely szabályos korösszetételű népességnek az eléréséhez csupán elméletileg is rendkívül nehéz út vezet, igaz marad tovább is, hogy a szabálytalan korösszetétel permanenssé válása melletti népességfejlődés sem jár együtt kisebb nehézségekkel. Éppen ennek a felismerése alapján tekintjük a korösszetétel egyenetlenségének a fokozatos megszüntetését hazai népességgpolitikánk egyik célkitűzésének (75).

Felmerültek bizonyos ellenvetések az optimális stabil népességstruktúrák és intrinszc szaporodási ütemek meghatározása során használt adatainkkal kapcsolatban is. Azon túlmenően, hogy a gazdasági aktivitás, illetve inaktivitás korspecifikus arányszámái kivételével a szükséges adatok nem állottak rendelkezésünkre nemek szerinti részletezésben is, egyes demográfusok azt vitatták, hogy a munkából származó jövedelem korspecifikus átlagos évi nagyságai alapján becsülhető-e a különböző korú gazdaságilag aktív személyeknek a nemzeti jövedelem termeléséhez való hozzájárulása, vagy sem; hiszen — mint ismeretes — a jövedelmek nem minden esetben arányosak a végzett munka mennyiségével és bonyolultsági fokával. Bár e kritikai észrevétel kétségtelenül helytálló, megjegyezzük, hogy az a körülmény, hogy a jövedelem a végzett munkával arányban állónál nemcsak nagyobb, hanem kisebb is szokott lenni, továbbá: a gazdaságilag aktív népességnek joga és számos esetben lehetősége is van a nyújtott munkáért a legnagyobb jövedelmet biztosító munkahely megválasztására, vagyis létezik a gazdaságilag aktív népesség ilyen jellegű konkurenciája, lehetővé teszik, hogy a munkából származó jövedelmek korspecifikus *átlagát* a termeléshez való hozzájárulással közelítőleg arányban állónak tekintsük. Folytatnunk kell azonban a kérdés jobb, megnyugtatóbb megoldásnak a kutatását is.

Figyelmet érdemlő annak a vitatása is, hogy a nemek és életkor szerint részletezett évi átlagos fogyasztás nagyságának a megállapítása során tekinthetjük-e a háztartás-statisztikában az életkorhoz és nemhez (általában személyekhez) nem kötött fogyasztás értékét az életkorhoz és nemek között fogyasztás értékével arányban állónak vagy sem. Azt, hogy arányban állónak tekintettük, kizárólag az magyarázza, hogy egyéb lehetőségünk nem volt.

Általánosságban megállapíthatjuk, hogy az életkorhoz és nemhez kötött termelés és fogyasztás értékének az eddiginél pontosabb becslése statisztikai megfigyelési rendszerünk ezt a célt szolgáló bizonyos mértékű továbbfejlesztését teszi szükségessé.

Kritikai észrevétel hangzott el az optimális népességstruktúrák és szaporodási ütemek meghatározási módszerét illetően is. Felmerült, hogy a gazdaságilag aktív népesség össznépességen belüli arányának alakulását leíró regressziós görbék illesztése és elemzése helyett

nem lenne-e célszerűbb *A.J. Coale* professzornak abból a megállapításból kiindulni, hogy a gazdasági aktivitás változatlan korszecifikus arányszámainak alkalmazása esetén az azonos halandósági szintű, de különböző szaporodási rátájú stabil népesség közül a gazdaságilag aktív népesség aránya abban lesz maximális, melyben az össznépesség és a gazdaságilag aktív népesség átlagos életkora azonosul egymással (76). A valamely ismérvvvel rendelkezők (pl. gazdaságilag aktívak) korszecifikus arányát $g(a)$ -val, az a éves korúak össznépességen belüli hányadát pedig $c(a)$ -val jelölve, az adott ismérvvvel rendelkezőknek a stabil össznépességen belüli aránya (G) folytonos megközelítést alkalmazva a

$$G = \int_0^{\omega} g(a) c(a) da$$

formulával határozható meg. A természetes szaporodás intrinsic arányszáma (r) különböző értékeinek a G -re gyakorolt hatását elemezve *Coale* kimutatja, hogy

$$\begin{aligned} \frac{dG}{dr} &= \int_0^{\omega} g(a) \frac{dc(a)}{dr} da = \\ &= \int_0^{\omega} (\bar{a} - a) g(a) c(a) da = G(\bar{a} - \bar{a}_g), \end{aligned}$$

ahol \bar{a}_g az adott ismérvvvel rendelkezők, \bar{a} pedig az össznépesség átlagos életkora. A G értéke tehát abban az esetben maximális (illetve minimális), ha $\bar{a} = \bar{a}_g$; pontosabban: maximális, ha a fenti kifejezés második deriváltja negatív előjelű és minimális, ha ez a második derivált pozitív előjelű. Kimutatható ugyanis, hogy

$$\frac{d^2G}{dr^2} = G(\bar{a} - \bar{a}_g)^2 + G(\sigma_g^2 - \sigma^2);$$

az $\bar{a} = \bar{a}_g$ egyenlőség bekövetkezése esetén tehát G maximális, ha $\sigma_g^2 < \sigma^2$, és minimális, ha $\sigma_g^2 > \sigma^2$. A gazdasági aktivitás korszecifikus arányszámainak a természetéből (15 és 65 éves kor közötti előfordulásából) adódik, hogy a gazdaságilag aktív népesség átlagos életkorának az össznépesség átlagos életkorával való egyenlővé válása a gazdaságilag aktív népesség össznépességen belüli arányának (G) a maximálissá válását és, magától értetődően, a gazdaságilag inaktív népesség arányának ($1 - G$) a minimálissá válását jelenti. Ebben a helyzetben a gazdaságilag aktív és a gazdaságilag inaktív népesség átlagos életkora is azonosul egymással.

Coale professzor helyesen állapítja meg, hogy

$$\frac{dG}{dr} = \int_0^{\omega} g(a) \frac{dc(a)}{dr} da = \int_0^{\omega} (\bar{a} - a) g(a) c(a) da = G(\bar{a} - \bar{a}_g)$$

egyenlőség a

$$\frac{dG}{G} = d \log G = (\bar{a} - \bar{a}_g) dr$$

alakban is írható.

Ebből következik, hogy

$$G = G_0 e^{\int (\bar{a} - \bar{a}_g) dr},$$

ahol G_0 valamely ismérvvvel rendelkezőknek (pl. gazdaságilag aktívoknak) az azonos halandósági szintű stacionér össznépességen belüli arányát jelenti. Könnyen belátható azonban, hogy

$$\bar{a} = \frac{\int_0^{\omega} a e^{-ra} p(a) da}{\int_0^{\omega} e^{-ra} p(a) da} = \lambda_1 - \lambda_2 r + \frac{\lambda_3}{2} r^2 - \frac{\lambda_4}{3!} r^3 \dots$$

és

$$\bar{a}_g = \frac{\int_0^{\omega} a e^{-ra} p(a) g(a) da}{\int_0^{\omega} e^{-ra} p(a) g(a) da} = \delta_1 - \delta_2 r + \frac{\delta_3}{2} r^2 - \frac{\delta_4}{3!} r^3 \dots$$

ahol λ_i a stacionér népesség, δ_i pedig a $p(a) \times g(a)$ kifejezés i -dik kumulánsa. Ebből adódik, hogy:

$$G = G_0 e^{(\lambda_1 - \delta_1)r - [(\lambda_2 - \delta_2)/2]r^2 + [(\lambda_3 - \delta_3)/3!]r^3 \dots}$$

Mint hogy a stabil népesség nyers születési arányszáma

$$b = b_0 e^{\lambda_1 r - (\lambda_2/2)r^2 + (\lambda_3/3!)r^3 \dots}$$

megállapíthatjuk, hogy

$$G = G_0 \frac{b}{b_0} e^{-\delta_1 r + (\delta_2/2)r^2 - (\delta_3/3!)r^3 \dots}$$

A fenti megfontolásokat egyébként, állapíthatja meg helyesen *Coale* professzor, a stabil népesség nyers halálózási arányszámára (d) is kiterjeszthetjük. Ez utóbbi értéke stabil népességben, mint ismeretes, többek között a

$$d = \int_0^{\omega} c(a) \mu(a) da$$

formulával határozható meg, melyben $\mu(a)$ a korszpecifikus halálózási arányszám értékét szimbolizálja és $c(a) = be^{-ra} p(a)$.

Ebből következik, hogy

$$\frac{dd}{dr} = d(\bar{a} - \bar{a}_d),$$

vagyis, hogy azonos halandósági szintű (vagyis azonos halandósági táblájú) de különböző szaporodási ütemű stabil népességek közül a nyers halálózási arányszám értéke abban a népességben lesz minimális, melyben $\bar{a} = \bar{a}_d$, vagyis melyben az élők átlagos életkora azonosul a meghaltak átlagos életkorával. Minthogy $d = b - r$ kimutatható az is, hogy

$$\frac{dd}{dr} = \bar{a}b - 1,$$

s hogy a minimális halálózási arányszámú stabil népességben $\bar{a} = 1 / b$.

Könnyen belátható egyébként, hogy

$$d = d_0 e^{(\lambda_1 - \delta_1)r - [(\lambda_2 - \delta_2)/2]r^2 \dots},$$

ahol d_0 a nyers halálózási arányszám stacionér népességen belüli értékét jelenti, λ_1 a stacionér népesség kormegoszlásának, δ_1 pedig a halálózások stacionér népességen belüli kormegoszlásának i -dik kumulánsa. Minthogy λ_1 egyben a stacionér népesség átlagos életkora, $\delta_1 = e_0^0$ pedig a stacionér népesség meghaltjainak az átlagos életkora, belátható, hogy amennyiben $\lambda_1 = \delta_1$, éppen a zérus szaporodási rátájú stabil népesség, vagyis a stacionér népesség lesz az, melyben az azonos halandósági szintű stabil népességek közül a nyers halálózási arányszám értéke a legalacsonyabb.

Ha $\lambda_1 < \delta_1$ a legalacsonyabb nyers halálózási arányszám valamely negatív szaporodási rátájú stabil népesség jellemzője lesz és fordítva. Minél nagyobb a λ_1 és δ_1 közötti különbség, általában annál nagyobb a nyers halálózási arányszám az adott halandósági tábla alapján becsülhető értékének és minimális értékének különbsége.

Coale professzor fenti megállapításai kétségtelenül eredetiek, korrektek és igen nagy jelentőségűek. Módszertani megfontolásai nemcsak valamely szubpopuláció stabil népességen belüli maximális (illetve minimális) arányszámok, hanem a legkülönbözőbb népmozgalmi, gazdasági, társadalmi stb. eredmények változatlan korszpecifikus arányszámait mellett ezen események évi összmenyiségének az össznépesség számához viszonyított mennyisége (nyers arányszám) maximumának (illetve minimumának) meghatározásával kapcsolatban is figyelembe veendő. Az életkorok azonosulására (pl. $\bar{a} = \bar{a}_g$ vagy $\bar{a} = \bar{a}_d$) vonatkozó megállapítás helyessége természetesen nem jelenti azt, hogy az azonosulást demonstráló magas színvonalú matematikai eszmefuttatás egyben az azonosulást biztosító intrinszc szaporodási arány (r) kiszámítására közvetlenül felhasználható. Az, hogy miként számítható ki az a szaporodási arány, mely mellett ez az azonosulás bekövetkezik, külön kérdés, melyre

Coale professzor eszmefuttatása nem ad választ. Arra sem ad választ, hogy mekkora lesz az intrinsic szaporodási arány (r) ezen értékéhez tartozó "függvényérték", vagyis arra sem, hogy az intrinsic szaporodási rátának (r) az életkorok azonosulását biztosító mértéke mellett lesz valamely szubpopuláció össznépségen belüli aránya, illetve a népmozgalmi (és egyéb) események nyers arányszámának értéke. Ez nem jelenti azt, hogy *Coale* professzor, ha ezt célul tűzte volna ki, ezekre a kérdésekre nem adhatott volna választ. Azt jelenti csupán, hogy a kérdéseket valóban megválaszolatlanul hagyta, az életkorok azonosulására vonatkozó tételével ugyanakkor azokra, akik az általa megválaszolatlan kérdések megoldásán fáradoznak azt a kötelezettséget róttá, hogy esetről esetre verifikálják: az optimálisnak talált intrinsic szaporodási arány mellett valóban bekövetkezik-e vonatkozó életkorok azonosulása, mert ennek az azonosulásnak be kell következnie.

Azokkal a bírálatokkal kapcsolatban, melyek a KSH Népeségtudományi Kutató Intézetében általam kidolgozott módszert feleslegesnek nyilvánították, arra hivatkozva, hogy e kérdések megoldásának leírása a létező szakirodalomban, nevezetesen *Coale* professzor idézett könyvében már megtalálható, a következőket jegyzem meg:

1. *Coale* professzor idézett könyve az optimális stabil korösszetétel és intrinsic szaporodási arány magyar módszerével egyidejűleg (1972-ben) jelent meg, a témánkkal kapcsolatos eszmefuttatás tehát, melyet e helyen részletesen bemutatunk, a magyar módszer kidolgozása során még nem volt figyelembe vehető. A vizsgálatainkhoz használt forrásmunkák egyike ugyanakkor — mint jeleztük — éppen *Coale* professzor egy *Demény* professzorral társszerzésben frott világszerte ismert és elismert munkája volt (61).
2. *Coale* professzor módszere és a magyar módszer nem áll ellentétben egymással, hanem a fentiek értelmében kiegészíti egymást.

Saját módszerünket követve láttuk, hogy a mindkét nembeli gazdaságilag aktív népesség az 1960. január 1-i magyarországi népszámlálás vonatkozó adatainak felhasználásával becsült össznépségen belüli arányának az empirikus adataihoz a legjobban ($I = 0,999$) az

$$y_g = 0,00380 r^2 - 0,14371 r + 48,81867$$

másodfokú parabola illeszkedik, melynek $-18,91\%$ -ot kitevő intrinsic szaporodási arány mellett van maximuma: az ehhez tartozó elméleti függvényérték, vagyis a gazdaságilag aktív népesség maximális össznépségen belüli aránya $50,18\%$ (s ebből adódóan a gazdaságilag inaktív népesség minimális össznépségen belüli aránya $49,82\%$), mint ahogyan azt a IX. ábra is szemlélteti.

A huszonnégyes halandósági szintű, különböző intrinsic szaporodási arányú keleti-típusú stabil népességekben a mindkét nembeli népesség átlagos életkorának alakulását az r értékének függvényeként az

$$y_a = 0,00281 r^2 - 0,56121 r + 39,11958$$

jól illeszkedő ($I = 1,000$) másodfokú regressziós parabolával írhatjuk le.

A mindkét nembeli gazdaságilag aktív népesség 1960. január 1-i magyarországi népszámlálás vonatkozó adatainak felhasználásával becsült átlagos életkorára vonatkozó adatokhoz ugyanakkor legszorosabban ($I = 1,000$) az

$$y_{\bar{a}_r} = 0,00094r^2 - 0,30689r + 44,59345$$

regressziós parabola illeszkedik³¹.

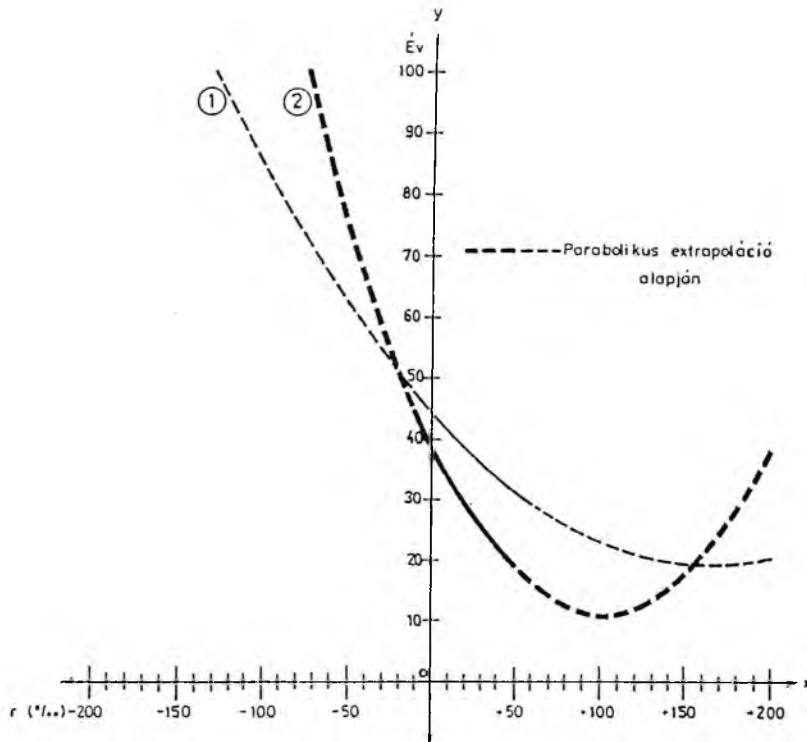
$$y_{\bar{a}} - y_{\bar{a}_r} = 0,00187r^2 - 0,25432r + 5,47387.$$

Ennek gyökei: $r_1 = 154,90\%$ és $r_2 = 18,90\%$, vagyis az össznéesség és a gazdaságilag aktív népesség átlagos életkorának alakulását leíró regressziós parabolák a természetes szaporodás intrinsic arányszámának e két értéke mellett metszik egymást. Az első metszéspont abszcissza értékét mint ismeretlent elvetve megállapíthatjuk, hogy *Coale* megállapításával összhangban, az össznéesség és a gazdaságilag aktív népesség átlagos életkora az intrinsic szaporodási arány $-18,90\%$ ot kitevő értéke azonosul egymással, az r eme értéke mellett lesz tehát maximális a mindkét nembeli gazdaságilag aktív népesség és minimális a mindkét nembeli gazdaságilag aktív népesség a mindkét nembeli stabil össznépelességen belüli aránya (X. ábra). Ez az eredmény, mint látjuk, lényegében alig tér el a korábbi, saját módszerünk kizárólagos alkalmazásával nyert eredménytől³². Az $r = -18,90\%$ -et

az $y_{\bar{a}}$ és az $y_{\bar{a}_r}$ regressziós egyenletekbe behelyettesítve 50,73 évet kapunk eredményül, ami a mindkét nembeli össznéesség, a gazdaságilag aktív népesség és a gazdaságilag inaktív népesség átlagos életkorát egyaránt jelenti.

³¹Ezekből a regresszió egyenletekből is látható, hogy sem a gazdaságilag aktív népesség aránya, sem az össznéesség és a gazdaságilag aktív népesség átlagos életkora nem lineáris függvénye az r változásának.

³²Megjegyezzük, hogy egy korábbi összehasonlítás során, a gazdaságilag aktív népesség átlagos életkora számításának a jelenlegitől eltérő módszere miatt nagyobb eltérést kaptunk eredményül.



- ① = A gazdaságilag aktív népesség átlagos életkora (év)
 ② = Az össznépesség átlagos életkora (év)

X. A gazdaságilag aktív népesség és az össznépesség átlagos életkora 75,06 évet kitevő születéskor várható átlagos élettartamú, különböző intrinszc szaporodási arányú keleti-típusú stabil népességekben

(A gazdasági aktivitás 1960. I. 1-i magyarországi korszpecifikus arányszámai alapján.)

Milyen további, eddig nem említett elemzéseket tesz lehetővé a tanulmányunk elején körvonalazott magyar módszer?

Elsősorban a gazdasági jellemzőknek az intrinszc szaporodási arány r , illetve a bruttó reprodukciós együttható R értékétől függő alakulását leíró regressziós egyenletek által biztosított további elemzési lehetőségeket kell említenünk. Mint ismeretes, zömükben regressziós parabolákról van szó, így egy-egy parabola alapulvételel is elemezhető:

1. az r , illetve R tengellyel alkotott metszéspontjainak (gyökeinek) a közgazdasági jelentősége, valamint
2. gyökeinek és szélső értékeknek a kapcsolata.

Amennyiben azonos típusú esemény alakulását azonos mértékegységben kifejező két, vagy több regressziós paraboláról van szó, elemezhető e parabolák:

1. gyökeinek kapcsolata;
2. szélső értékeinek kapcsolata;
3. esetleges metszéspontjainak kapcsolata;
4. deriváltjainak kapcsolata.

Külön említjük az ún. ekvivalenciák kikapintásának a lehetőségét. Ez utóbbiaknak — mint ismeretes — több fajtájuk van. Jelenthetik, mint jeleztük két abszcissa értékhez tartozó azonos ordináta értéket, pl. egy az r , illetve R tengellyel párhuzamos egyenesnek és valamely regressziós parabolának két metszéspontja esetében (a metszéspontok abszcisszái ekvivalensek

abból a szempontból, hogy hozzájuk ugyanaz az ordináta érték tartozik) és az ekvivalenciák első változatán belül maradva jelenthetik két vagy több azonos típusú esemény alakulását azonos mértékegységben kifejező regressziós parabola metszéspontjának, illetve metszéspontjainak a koordinátáit (az abszcissza értékhez két ekvivalens ordináta értéke tartozik).

Jelenthetik végül az ekvivalenciák második változatával kapcsolatos számítások elvégzését is.

Tanulásokban gazdag az ekvivalens ordináta értékek és a szélső értékek kapcsolatának elemzése is.

Lássuk mit is jelentenek konkrétan ezek a további elemzési lehetőségek? Tekintsük e célból az egy lakosra jutó évi termelés, az egy lakosra jutó évi fogyasztás és az egy lakosra jutó évi termelési többlet, illetve fogyasztási többlet az intrinsic szaporodási aránytól függő alakulását leíró regressziós parabolák kapcsolatát (XI. ábra).

A szóban forgó három regressziós parabola különböző matematikai tulajdonságai kölcsönösen feltételezik egymást. Az abszcissza tengellyel (r tengellyel) alkotott metszéspontok mindhárom parabola esetében az általunk leírt események 0-ra redukálását (megszüntetését) jelentik. Az egy lakosra jutó évi termelési többlet értékeihez illesztett parabola az egy lakosra jutó évi termelés és az egy lakosra jutó évi fogyasztás értékeihez illesztett parabola különbségeként is felfogható. Ez utóbbi parabolák metszéspontjainak az abszcissza-értékei azonosak az egy lakosra jutó termelési többlet értékeihez illesztett parabola r tengellyel alkotott metszéspontjaival (gyökeivel, zérus helyeivel)³³.

³³Minthogy az egy lakosra jutó évi termelési, illetve fogyasztási többlet értékeinek az alakulását leíró

$$y = 2923,91 - 34,40r - 0,73r^2$$

regressziós parabola az egy lakosra jutó évi termelés értékének az alakulását leíró

$$y = 13\,301,33 - 44,72r - 1,09r^2$$

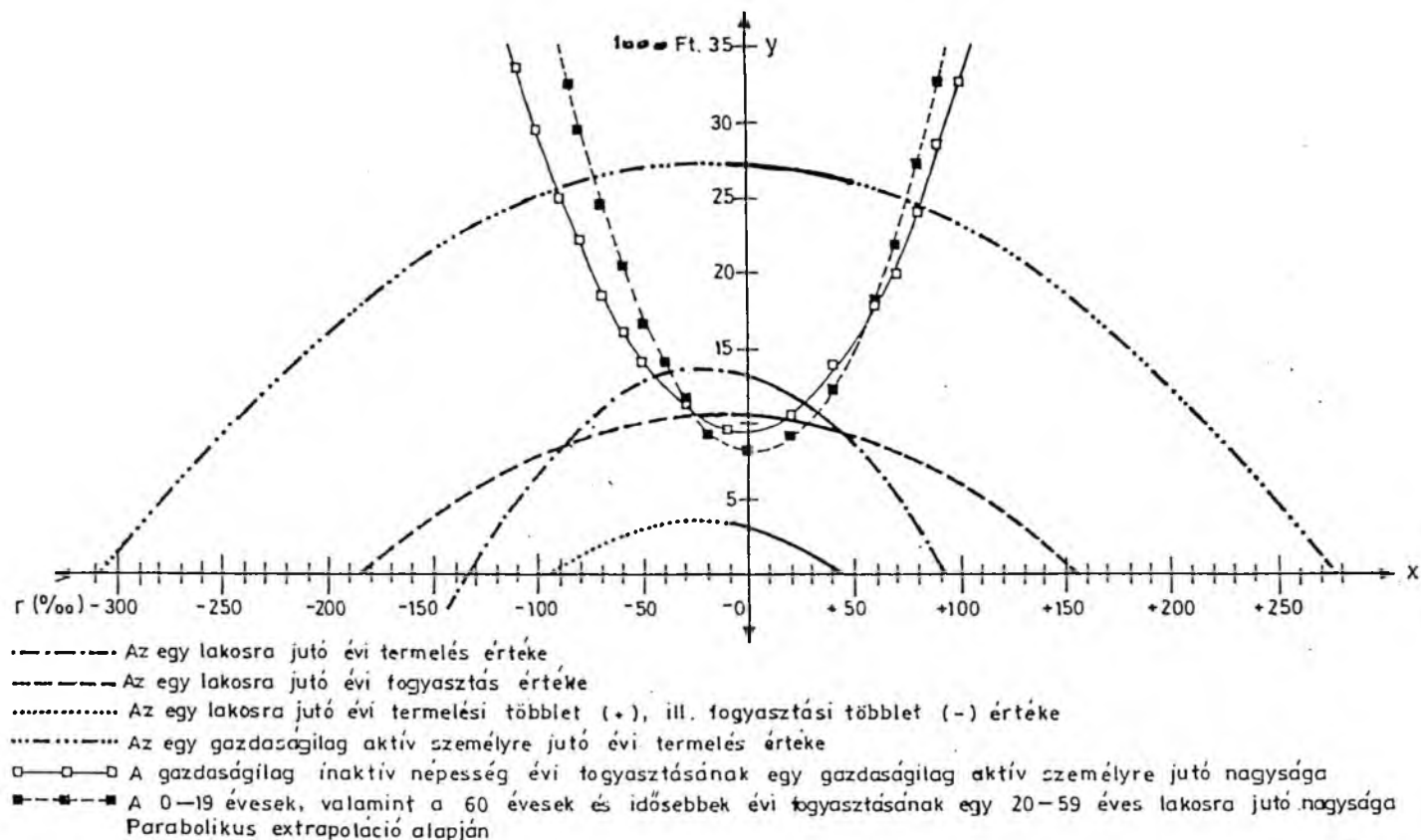
és az egy lakosra jutó évi fogyasztás értékének az alakulását leíró

$$y = 10\,377,42 - 10,32r - 0,36r^2$$

regressziós parabolák különbségeként is előállítható és -91,09-dal és 43,97-dal egyenlő gyökei (zérus helyei) azonosak a két parabola metszéspontjainak az abszcissza értékeivel, többek között kimutatható, hogy

$$\begin{aligned} & \int_{-91,09}^{43,97} (2923,91 - 34,40r - 0,73r^2) dr = \\ & = [2923,91r - 17,20r^2 - 0,243r^3]_{-91,09}^{43,97} = \\ & = \int_{-91,09}^{43,97} (13\,301,33 - 44,72r - 1,09r^2) dr - \\ & - \int_{-91,09}^{43,97} (10\,377,42 - 10,32r - 0,36r^2) dr = \\ & = [13\,301,33r - 22,36r^2 - 0,363r^3]_{-91,09}^{43,97} - \\ & - [10\,377,42r - 5,16r^2 - 0,12r^3]_{-91,09}^{43,97} = \\ & = 1\,633\,279,72 - 1\,333\,514,45 = 299\,765,27 . \end{aligned}$$

Az egy lakosra jutó termelési többlet értékeihez illesztett parabola zérus helyei a termelési többlet megszűnését (zérus redukálódását) jelentik. Az r ennél magasabb abszolút értékei mellett is lenne még azonos bizonyos korlátokon belül termelés és fogyasztás, de a fogyasztás értéke meghaladná a termelést. E korlátok közül az elsőt az egy lakosra jutó termelés értékeihez illesztett regressziós parabola gyökei (zérus helyei) jelentik. E gyökökig haladva a termelés és fogyasztás még egyaránt létezne, de a fogyasztás értéke nagyobb lenne a termelésénél. A második korlátot az egy lakosra jutó fogyasztás értékéhez illesztett regressziós parabola gyökei (zérus helyei) jelentik. Az első és a második korlát között már csak fogyasztás létezne, a második korlát elérésekor a fogyasztás is megszűnne.



XI. Néhány gazdasági jellemző alakulása 75,06 évet kitevő születéskor várható átlagos élettartamú különböző intrinsic szaporodási arányú keleti-típusú stabil népességekben

(A gazdasági események 1959—1960. évi magyarországi korszpecifikus arányszámaitól alapján)

Már korábbi publikációinkban (65, 66, 67, 68, 69, 70) is jeleztük, hogy az optimális stabil népességstruktúrák és szaporodási ütemek vizsgálatában csak az egy lakosra jutó termelési többlet értékeihez illesztett regressziós parabola az r tengely pozitív szakaszával alkotott metszéspontjáig (gyökéig, zérus helyéig) van értelme elmennünk, minthogy egyetlen ország népessége sem fogyaszthat tartósan annál többet, mint amennyit megtermel. A negatív szaporodási rátájú népességeket a már említett megfontolás alapján kizárva megállapíthatjuk, hogy az optimális megoldás keresését a $r = 0$ érték és a szóban forgó metszéspont (zérus hely) között kell keresnünk. Ebben az intervallumban az egy lakosra jutó termelés értéke meghaladja az egy lakosra jutó fogyasztását, közgazdasági értelemben vett újratermelés, illetve más országok gazdasági támogatása is lehetséges tehát az egy lakosra jutó fogyasztás értékének a csökkenése nélkül. Ennek "legnagyobb mértéke" egyébként az egy lakosra jutó termelési többlet adataihoz illesztett parabola maximumának az elérését jelentő r érték mellett lenne biztosítható; tudjuk, hogy ez a szaporodási ráta (r érték) nem azonos sem az egy lakosra jutó termelés, sem az egy lakosra jutó fogyasztás adataihoz illesztett regressziós parabola maximumának az abszcissza értékével.

Az egy lakosra jutó termelési többlet értékeihez illesztett regressziós parabola az r tengely pozitív szakaszával alkotott metszéspontjának (gyökének, zérus helyének) elérése a közgazdasági értelemben vett egyszerű újratermelés feltételének a teljesülését jelentené. E parabola ettől jobbra eső abszcissza értékek melletti (szükségképpen negatív előjelű) ordináta értékeinek az abszolút nagysága jelentené annak a külföldi segítségnek a mértékét, melyre a legalább egyszerű újratermelés, pontosabban: az adott r értéke melletti egy lakosra jutó évi fogyasztás biztosításához szükség lenne.

Az egy lakosra jutó termelés értékeihez illesztett regressziós parabola a $r = 0$ értékét és az r tengely pozitív szakaszával alkotott metszéspontja (gyöke, zérus helye) között tehát kétféle helyzet alakulhat ki:

1. Az egy lakosra jutó évi termelés értéke meghaladja az egy lakosra jutó évi fogyasztását (az $r = 0$ és az egy lakosra jutó termelési többlet adataihoz illesztett regressziós parabola az r tengely pozitív szakaszával alkotott metszéspontja közötti szakaszt);
2. Az egy lakosra jutó évi fogyasztás értéke meghaladja az egy lakosra jutó évi termelését (az egy lakosra jutó évi termelési többlet és az egy lakosra jutó évi termelés adataihoz illesztett regressziós parabolák az r tengely pozitív szakaszával alkotott metszéspontjai közötti szakasz).

Az egy lakosra jutó évi termelés és az egy lakosra jutó évi fogyasztás adataihoz illesztett regressziós parabolák az r tengely pozitív szakaszával alkotott metszéspontjai között a különböző r értékek melletti egy lakosra jutó évi fogyasztás *kizárólag* külső gazdasági segítség igénybevételével lenne megvalósítható.

Az egy lakosra jutó évi fogyasztás adataihoz illesztett regressziós parabola esetében a $r = 0$ érték és a parabolának az r tengely pozitív szakaszával alkotott metszéspontja között három helyzet alakulhat ki:

1. Az egy lakosra jutó termelés értéke meghaladja az egy lakosra jutó fogyasztását (a $r = 0$ érték és az egy lakosra jutó termelési többlet adataihoz illesztett regressziós parabola az r tengely pozitív szakaszával alkotott metszéspontja közötti szakasz);
2. Az egy lakosra jutó évi fogyasztás értéke meghaladja az évi termelését (az egy lakosra jutó évi termelési többlet és az egy lakosra jutó évi termelés adataihoz illesztett regressziós parabolák az r tengely pozitív szakaszával alkotott metszéspontjai közötti szakasz, melyben a vonatkozó r értékek melletti egy lakosra jutó évi fogyasztás csak *részleges* külső segítséggel biztosítható);
3. Az egy lakosra jutó évi termelés és az egy lakosra jutó évi fogyasztás adataihoz illesztett regressziós parabolák az r tengely pozitív szakaszával alkotott metszéspontjai közötti szakasz, melyben a különböző r értékek melletti egy lakosra jutó évi fogyasztás *kizárólag* külső segítséggel valósítható meg.

Az egy lakosra jutó évi fogyasztás adataihoz illesztett regressziós parabola az r tengely pozitív szakaszával alkotott, a fogyasztás megszűnését jelentő metszéspontja természetesen egybeesik az egy lakosra jutó évi termelés és az egy lakosra jutó évi termelési többlet adataihoz illesztett regressziós görbék metszéspontjaival.

Megjegyezzük, hogy vizsgálatunkban az egy lakosra jutó évi termelés, fogyasztás és termelési többlet adott halandósági szint mellett az r (illetve az R) értéktől függő változása e gazdasági események korszpecifikus arányszámainak változatlansága mellett valósul meg. A kifejtettek konkrét adatok alapján történő szemléltetése és a vizsgálatunk eredményeként előállított regressziós parabolák közötti kapcsolatok további jellemzése, a terjedelem szabta korlátok miatt, nem áll módunkban. A kifejtettek alapján is belátható azonban, hogy az optimális stabil népességstruktúrák és szaporodási ütemek meghatározására irányuló kutatómunkának számos olyan mellékterméke van, mely figyelmet és további elemzést érdemel.

2.2 A gazdasági és a nem gazdasági természetű ismérvek közötti ellentmondások

Az ún. hatalmi optimumot (a katonai erő maximumát) biztosító intrinsic szaporodási arány, stabil népességstruktúra, átlagos életkor stb., valamint a különböző gazdasági természetű ismérvek szerinti optimumot biztosító intrinsic szaporodási arány, stabil népességstruktúra, átlagos életkor stb. közötti jelentős különbségek, illetve ellentmondások egyben a szóban forgó ellentmondások igen markáns, klasszikus példái. Az egyéb nem gazdasági természetű optimalizálási kritériumok felhasználásával végezhető, még kezdeti stádiumban lévő optimalizálási kísérletek első eredményei azonban arra engednek következtetni, hogy az egyéb nem optimális szaporodási ütemek, népességstruktúrák, átlagos életkorok stb. szintén jelentősen eltérnek a gazdasági természetű ismérvek szerintiektől. Az egyéb nem gazdasági természetű optimalizálási kritériumok közül itt csupán

- az egészséges népesség maximális (és a beteg népesség minimális) össznépességen belüli arányát;
- a szervezett formában különböző szintű iskolai tanulmányokat végző népesség maximális (és az ilyen tanulmányokat nem végző népesség minimális) össznépességen belüli arányát;
- az iskolai tanulmányokkal eltöltött évek egy lakosra, egy felnőttkorú lakosra, egy 25—59 éves korú felnőtt lakosra jutó maximumát;
- a bűncselekmények egy lakosra, egy felnőttkorú lakosra, egy 10—59 éves korú lakosra jutó számának minimumát;
- a börtönben eltöltött évek egy lakosra, egy felnőttkorú lakosra, egy 18 éves és idősebb felnőttkorú lakosra jutó minimumát

említjük meg azzal a kiegészítéssel, hogy a nem gazdasági természetű optimalizálási kritériumok száma, hasonlóan a gazdasági természetűekéhez, még számos további fontos kritériummal bővíthető. A végső eredmény, az összkép körvonalai már most teljesen világosak: jelentős különbségek (ellentmondások) vannak a gazdasági és nem gazdasági természetű optimalizálási kritériumok alapján kialakítható szaporodási ütemek, népességstruktúrák, átlagos életkorok stb. között is, továbbá gazdasági természetű, valamint nem gazdasági természetű optimalizálási kritériumok alapján kialakíthatók között is.

3. Az ellentmondások tényéből és elemzéséből levonható következtetések

Mint hogy az optimalizálásnak átfogó — az összes többi kritérium szintézisét jelentő kritériuma nincsen — addig is, amíg a közgazdaságtudomány és a szociológia más tudományokkal együttműködve ezt a szintetikus kritériumot ki nem alakítja, minél több gazdasági és nem gazdasági ismérv szerinti optimális népességet kell kiszámítanunk, hogy lássuk, hogy a tényleges népességfejlődés mely szükségleteink, "demográfiai kielégítési feltételei"

kedvezővé válása irányában, és mely szükségleteink "demográfiai kielégítési feltételei" kedvezőtlenül válása irányában halad.

Valamely konkrét optimális népesség elérésének népességgpolitikai célkitűzéseként való elfogadása egyelőre nem mentes az optimalizálási kritériumok pluralitásából adódó problémáktól és természetesen attól a problémától sem, hogy a tényleges népességfejlődés inerciaja miatt közvetett befolyással egyelőre semmiféle konkrét formában megfogalmazott célt nem tudunk elérni.

Az ellentmondások tényéből és elemzéséből levonható következtetések között indokolt szólnunk arról is, hogy azok a vélekedések, melyek szerint a népesség öregedése *általánosságban véve* káros, fiatalodása pedig *általánosságban véve* előnyös, igen elnagyoltak, tudományosan nem eléggé megalapozottak. A regressziós parabolákra vetett egyetlen pillantás meggyőzhet bennünket arról (X. ábra), hogy az intrinsic szaporodási arány csökkenésével, a népesség öregedésének előrehaladásával számos kívánatos gazdasági természetű esemény a népességszámhoz viszonyított aránya előbb közelít maximuma felé, majd a tetőzés után hanyatlani kezd. Ehhez hasonlóan a nem kívánatos gazdasági természetű események arányai előbb közelítenek mélypontjuk (ill. tetőpontjuk) felé, majd ennek elérése után emelkedni (ill. süllyedni) kezdenek. Az is kitűnik, hogy míg egyesek emelkedése (ill. süllyedése) már befejeződött, másoké még folytatódik stb. Hasonló a helyzet számos nem gazdasági természetű esemény a népesség számához viszonyított arányai esetében is. Nem helyes tehát azt állítani, hogy az öregedés általában káros, függetlenül attól, hogy milyen konkrét fokozatai közötti előrehaladásáról és milyen konkrét jelenség szempontjából van róla szó. Ha például olyan gazdasági természetű optimalizálási kritériumot is sikerülne gyakorlatilag figyelembe vennünk, mint a termékek és szolgáltatások minősége, feltehetően a demográfiai optimum számítás eredményeinek formájában is megjelenne az a többszörösen bizonyított kutatási eredmény, hogy míg a munka termelékenysége viszonylag fiatal korban éri el maximumát, a minőség javulása még folytatódik és csak viszonylag előrehaladott korban kezd el hanyatlani.

III. NÉHÁNY TOVÁBBI KUTATÁSI FELADAT

Az ekvivalencia számítás még alig játszik szerepet a demográfiai elemzésben. Az ilyen számítások mennyisége kétváltozós kapcsolatokat leíró empirikus görbék esetében is tetemesen növelhető lenne anélkül, hogy legalábbis kezdetben, az ehhez szükséges adatok hiánya a munka szüneteltetésére kényszerítene.

Fontos lenne azoknak a kapcsolatoknak a szisztematikus jellegű feltárása is, melyek a természetes népmozgalmi és a vándormozgalmi jelenségek átlagos intenzitásának és időbeli eloszlásának (naptárának) változása és az ekvivalencia számítás eredményei között vannak. Ennek során az átlagos intenzitás és a naptár tényleges változásának, illetve különbségeinek a figyelembevételén kívül olyan hipotetikus jellegű változásaik, illetve különbségeik figyelembevétele is indokolt lenne, amilyen például az egyes halálokok feltételezett kiküszöbölése által előidézett halandósági naptármódosulás a haláloki halandósági elemzésekben stb.

Jelentőséggel bírna annak a kérdésnek a kvantitatív jellegű tanulmányozása is, hogy amennyiben valamely ordináta érték (mint eredmény) több abszcissza érték mellett is elérhető, a különböző ekvivalens abszcissza értékek közül, más szempontok alapján megítélve, adott helyzetben melyik a legelőnyösebb. Erről eddig csupán az ekvivalencia számításnak a többváltozós kapcsolatvizelésben betöltött szerepével kapcsolatban tettünk említést.

A többváltozós korreláció és regresszió számítás területén elsősorban a tényezőváltozók ekvivalens kombinációinak a kiszámítását lehetővé tevő demográfiai jellegű adatbázis megteremtése lenne a feladat. Ennek még csak a kezdetén tartunk.

Az ellentmondások feltárásának és elemzésének területén kezdetben az optimum számításokhoz szükséges adatbázis megteremtése lenne a legfontosabb, figyelembe véve ennek során az olyan már létező (és esetleg már publikált) kvantitatív jellegű felmérések eredményeit is, melyeknek e számításokkal kapcsolatos hasznosíthatóságára, mobilizálhatóságára eddig nem derült fény. Ezen túlmenően a legkülönbözőbb optimalizálási kritériumok alapulvételével végzett optimum számítások megsokszorozása lenne a legfontosabb; ez lenne tájékozódásunkat leginkább elősegítő munka.

Az optimalizálás szintetikus kritériumának kialakítása, a létszám és a struktúra közötti ellentmondás kérdésének megoldása és a tényleges népességfejlődés előrelátható irányú és jellegű befolyásolhatósága kérdésének megoldása természetesen változatlanul napirenden marad.

IV. ÖSSZEFOGLALÁS

A kiadvány két fő része közül az első a népesség öregedésének különböző fokozatai közötti ekvivalenciákról, a második a különböző optimalizálási kritériumok alapján a legkedvezőbbnek minősíthető eltérő szaporodási ütemű és korstruktúrájú népességek közötti jelentős különbségekről (ellentmondásokról) szól.

Az első rész az ekvivalenciák fogalmának és kiszámítása szükségességének magyarázatán túlmenően számos konkrét példával illusztrálja, hogyan történhetik azoknak az életkoroknak, illetve specifikus élettartamoknak a kiszámítása, melyek elérésekor a tanulmányozott népmozgalmi jelenségek megnyilvánulásait jelentő események abszolút száma, redukált száma, különféle arányszámainak értéke, bekövetkezési, illetve be nem következési valószínűségeinek értéke stb. ugyanakkora. Az ekvivalenciák két változatát is definiálja, és kísérletet tesz az ekvivalencia fogalom általánosítására. Kitér az ekvivalencia számítás és a demográfiai modellezés közötti kapcsolat illusztrálására és megvilágítja a többváltozós korreláció és regresszió elemzés eredményei alapján számítható ekvivalenciák fogalmát, kiszámításának lehetőségét és célszerűségét.

A második rész azonos halandósági szintű, de különböző szaporodási ütemű mindkét nembeli keleti-típusú stabil népességeket hasonlít össze egymással abból a szempontból, hogy a különböző gazdasági és nem gazdasági természetű jellemzők nem és életkor szerinti változatlan gyakoriságai (arányszámai) mellett melyikükben lesz maximális, illetve minimális az egyes ismérvek szerint kialakítható szubpopulációk össznépségen belüli aránya, illetve események "nyers arányszámának" értéke. A számítások eredményeként a különböző kritériumok alapján egymástól a szaporodási ütem, a korstruktúra és egyéb demográfiai jellemzők tekintetében jelentősen eltérő népességek bizonyulnak optimálisnak. A kiadvány megkísérli egyeztetni egymással az optimum számíttással kapcsolatban *A.J. Coale* professzor és a szerző által kialakított módszertani elgondolásokat.

IRODALOM

- / 1/ *Pallós, E.* (1971) — Magyarország halandósági táblái 1900/01-től 1967/68-ig. (Life tables of Hungary from 1900/01 to 1967/68.) *A KSH Népeségtudományi Kutató Intézet Közleményei*, 34. Budapest, 220 p.
Pallós, E. — Magyarország népességének 1969—1970. évi halandósági táblája. Kézirat.
- / 2/ Demográfiai Évkönyv 1980. Office Central Hongrois de Statistique, Budapest.
- / 3/ *Keyfitz, N.—Flieger, W.* (1968) — World Population. An Analysis of Vital Data. *The Chicago University Press*, Chicago, 9—10., 672 p.
- / 4/ *Keyfitz, N.—Flieger, W.* (1971) — Population: Facts and Methods of Demography. San Francisco: *W.H. Freeman and Company*.
- / 5/ *Valkovics, E.* (1979) — Statisztikai középértékek szerepe a halandóság táblamódszerű elemzésében. *Demográfia*, 1979/4. 329—370. p.
- / 6/ *Valkovics, E.* (1981) — Stabil populációk és szubpopulációk néhány újonnan feltárt tulajdonságáról. (On Some Newly Revealed Characteristics of Stable Populations and Subpopulations.) *A KSH Népeségtudományi Kutató Intézet Közleményei*, 51. Budapest, 400 p.
- / 7/ *Wunsch, G.J.—Termote, M.G.* (1978) — Introduction to demographic analysis. Principles and methods. *Plenum Press*, New York, 274 p.
- / 8/ *Szabady, E.* red. (1963) — Bevezetés a demográfiába. *Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó*, Budapest, 610 p.
- / 9/ *Pressat, R.* (1961) — L'analyse démographique. Méthodes, résultats, applications. *P.U.F.*, 402 p.
- / 10/ *Pressat, R.* (1966) — Principes d'analyse. *Éditions de l'Institut National d'Études Démographiques*, 153 p.
- / 11/ *Pressat, R.* (1969) — L'analyse démographique Méthodes, résultats, applications. Deuxième édition entièrement refondue. *P.U.F.* 321 p.
- / 12/ *Henry, L.* (1972) — Démographie. Analyse et modèles. *Librairie Larousse*, 341 p.
- / 13/ *Bogue, D.* (1969) — Principles of demography. *John Wiley and Sons*, New York, 917 p.
- / 14/ *Cox, P.R.* (1970) — Demography. Fourth edition. Cambridge, *At the University Press*, 470 p.
- / 15/ *Shyrock, H.S.—Siegel, J.S.* (1973) — The methods and materials of demography. *U.S. Department of Commerce, Bureau of the Census*, Washington, I—II., 888 p.
- / 16/ *Tapinos, G.* (1985) — Éléments de Démographie: Analyse, Déterminants socio-économiques et Histoire des Populations. *Armand Colin*, Paris, 367 p.
- / 17/ *Csernák, M.* (1983) — Az első házasságkötések alakulása Magyarországon a II. világháború után. Születési kohorszok házassági táblái. (First Marriages in Hungary after World War II. Nuptiality Tables of Birth Cohorts.) *A KSH Népeségtudományi Kutató Intézet Közleményei*, 54. Budapest, 293 p.
- / 18/ *Ryder, N.B.* (1975) — Notes on Stationary Populations. *Population Index*, Vol. 41. N° 1, 3—28. p.
- / 19/ *Wunsch, G.* (1966) — Courbes de Gompertz et perspectives de fécondité. *Recherches Économiques de Louvain*, Vol. 6. 457—468. p.
- / 20/ *Murphy, E.—Nagnur, D.N.* (1972) — A Gompertz fit that fits. Applications to Canadian fertility patterns. *Demography*, Vol. 9. , 35—50. p.
- / 21/ *Elderton, W.P.* (1927) — Frequency curves and correlation, 2. ed., *Cambridge University Press*, London.
- / 22/ *Elderton, W.P.—Johnson, N.L.* (1969) — Systems of Frequency Curves. *Cambridge University Press*, London—New York, 35—109., 216 p.
- / 23/ *v. Mises, R.* (1931) — Warscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und Theoretischen Physik, *Franz Deuticke*, Leipzig und Wien, 269—279., 574 p.

- /24/ Johnson, N.L.—Kotz, S. (1970) — Continuous univariate distributions, Vol. I. Houghton Mifflin Company, Boston, 9—15., 300 p.
- /25/ Pollard, J.H. (1972) — A Handbook of Numerical and Statistical Techniques. Cambridge University Press, Cambridge, London, New York, New Rochelle, Melbourne, Sydney, 122—132., 349 p.
- /26/ Tekse, K. (1965) — Korspecifikus termékenységi arányszámok demográfiai modelljeiről. *Demográfia*, 1965/2. 201—209. p.
- /27/ Tekse, K. (1967) — On demographic models of age-specific fertility rates. *Statistisk Tidskrift*, Vol. 5., 189—207. p.
- /28/ Mitra, S. (1967) — The pattern of age-specific fertility rates. *Demography*, Vol. 2., 894—906. p.
- /29/ Gilje, E. (1969) — Fitting curves to age-specific fertility rates: some examples. *Statistisk Tidskrift*, Vol. 7., 118—134. p.
- /30/ Yntema, L. (1952) — Mathematical Models of Demographic Analysis. J.J. Groen et Zoon, N.V., Leiden, 60—65., 78 p.
- /31/ Yntema, L. (1969) — On Hadwiger's fertility function. *Statistisk Tidskrift*, Vol. 7., 113—117. p.
- /32/ Keyfitz, N. (1969) — Introduction to the mathematics of population. Addison Wesley.
- /33/ Hunyadi, L.—Szokolczai, Gy. (1970) — A korspecifikus születési és halálozási valószínűségek eloszlási görbéi és ezek időbeli eltolódása. *Demográfia*, 1970/3. 242—268. p.
- /34/ Gilje, E.—Yntema, L. (1970) — Shifted Hadwiger fertility function. *Arbeitsnotader — Statistisk Sentralbyra*, 16 p.
- /35/ Mitra, S. (1970) — Graduation of net maternity function. *Sankya, Série B*, Vol. 32., 63—68. p.
- /36/ Farrid, S.M. (1973) — On the Pattern of Cohort Fertility. *Population Studies*, Vol. 27., 159—163. p.
- /37/ Mitra, S.—Romaniuk, A. (1973) — Pearsonian tupe I curve and its fertility projection potentials. *Demography*, Vol. 10., 351—366. p.
- /38/ Pollard, J.H. (1973) — Mathematical models for the growth of human populations. Cambridge University Press.
- /39/ Coale, A.J.—Trussell, J.T. (1974) — Model fertility schedules: variations in the age structure of childbearing in human populations. *Population Index*, Vol. 40., N° 2.
- /40/ Coale, A.J. (1977) — The development of new models of nuptiality and fertility. *Population*, Septembre 1977. Numero spécial. 131—154. p.
- /41/ Coale, A.J.—Trussell, T.J. (1978) — Technical Note: Finding the Two Parameters that specify a Model Schedule of Marital Fertility. *Population Index*, Vol. 44., 203—213. p.
- /42/ Duchêne, J.—Gillet-de Stefano, S. (1974) — Ajustement analytique des courbes de fécondité générale. *Population et Famille*, Vol. 32., 53—93. p.
- /43/ Hyrenius, H.—Sundwall, A.—Nygren, O. (1974) — Methods for fitting a Pearson type I function to age-specific fertility rates. *Statistisk Tidskrift*, N° 2, 133—142. p.
- /44/ Hoem, J.M.—Madsen, D.—Nielsen, J.L.—Ohlsen, E.M.—Hansen, H.O.—Rennermalm, B. (1981) — Experiments in Modelling Recent Danish Fertility Curves. *Demography*, Vol. 18. N° 2, 231—244. p.
- /45/ Calot, G. (1973) — Cours de statistique descriptive. Deuxieme édition, Dunod, Paris, 488 p.
- /46/ Calot, G. (1967) — Cours de calcul des probabilités (2° édition), Dunod, Paris, 350 p.
- /47/ Brass, W. and others (1968) — The Demography of Tropical Africa. Princeton, Princeton University Press.
- /48/ Brass, W. (1960) — The Graduation of Fertility Distributions by Polynomial Functions. *Population Studies*, Vol. 14., 148—162. p.

- /49/ Brass, W. (1974) — Perspectives in Population Prediction: Illustrated by the Statistics of England and Wales (with Discussion). *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 137., 532—583. p.
- /50/ Brass, W. (1978) — Population Projection for Planning and Policy. *Papers of the East-West Population Institute*, 55, Honolulu, Hawaii.
- /51/ Retherford, R. (1979) — The Brass Fertility Polynomial. *Asian and Pacific Census Forum*, Vol. 5., 15—22. p.
- /52/ Valkovics, E. (1983) — Une méthode indirecte de modélisation des taux de fécondité générale per age. *European Demographic Information Bulletin*, Vol. XIV, N° 11—27. p.
- /53/ Valkovics, E. (1983) — Az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok néhány direkt módon illeszthető modelljéről. *Demográfia*, 1983/4. 522—561. p.
- /54/ Valkovics, E. (1984) — The calculation of the intrinsic rate of natural growth with the help of data derived from fertility and mortality models. 40 p. *Manuscript*.
- /55/ Valkovics, E. (1985) — Néhány gondolat a területi népességelőreszámítások hipotéziseinek kialakításával kapcsolatban. *A KSH Népeségtudományi Kutató Intézet Kutatási Jelentései*, 25. 139—158., 278 p.
- /56/ Valkovics, E. (1982) — Az 1959—1980. évi magyarországi általános korszpecifikus termékenységi arányszámok modellezésének néhány tapasztalata. Budapest, 306 p. *Kézirat*.
- /57/ Hablicsek, L. (1983) — Korszpecifikus termékenységi arányszámok modellezése. *Sigma*, 273—288. p.
- /58/ Dagnelie, P. (1975) — Analyse statistique à plusieurs variables. *Les Presses Agronomiques de Gembloux, A.S.B.L.*, Réimpression de 1982. 362 p.
- /59/ Sváb, J. (1979) — Többváltozós módszerek a biometriában. *Mezőgazdasági Kiadó*, Budapest, 1979, 222 p.
- /60/ Loriaux, M.—Bonmariage, J. (1982—83) — Méthods d'analyse en sociologie. *U.C.L. Manuscrit*, 171 p.
- /61/ Coale, A.J.—Demeny, P. (1966) — Regional Model Life Tables and Stable Population. *Princeton University Press*, New York, 872 p.
- /62/ Coale, A.J.—Demeny, P.—Vaughan, B. (1983) — Regional Model Life Tables and Stable Populations. Second Édition, *Academic Press*, New York, London, Paris, San-Diego, San Francisco, Sao Paulo, Sydney, Tokyo, Toronto, 496 p.
- /63/ Bourgeois-Pichat, J. (1950) — Charges de la population active. *Journal de la Société de Statistique de Paris*, N° 3—4., 1950, 94—116. p.
- /64/ Sauvy, A. (1963) — Théorie générale de la population. Vol. I. Économic et croissance. *Chapitre XXV. P.U.F.*, Paris, 330—338., 371 p.
- /65/ Valkovics, E. (1972) — Népeségpolitikai célkitűzések meghatározásának néhány módszertani vonatkozása. *Demográfia*, 1972/3—4. 365—401. p.
- /66/ Valkovics, E. (1973) — Gazdaságdemográfiai módszerek. *Tankönyvkiadó*, Budapest, 482 p.
- /67/ Valkovics, E. (1976) — A gazdaságdemográfiai elemzés elvei és módszerei. *Tankönyvkiadó*, Budapest, 378 p.
- /68/ Valkovics, E. (1974) — A gazdasági korfák módszertani apparátusának felhasználása optimális stabil népességek meghatározására. (Use of the Mathematical Apparatus of Economic Age-Pyramids for the Determination of Optimum Stable Populations.) *A KSH Népeségtudományi Kutató Intézet Közleményei*, 41. Budapest, 216 p.
- /69/ Valkovics, E. (1975) — Utilisation des principes et des méthodes de l'analyse démographique dans l'analyse économique. *In: L'analyse démographique et ses applications. Éditions du CNRS*, Paris, 1977, 375—391., 548 p.
- /70/ Valkovics, E. (1976) — De l'analyse des effets économiques de l'évolution démographique. *In: Dossiers et recherches N° 1. I.N.E.D.*, 2—53.

- /71/ *Bourgeois-Pichat, J.—Taleb, S.A.* (1970) — Un taux d'accroissement nul pour les pays en voie de développement en l'an 2000. Rêve ou réalité? *Population*, Vol. 25., N° 5, 957—974. p.
- /72/ *Le Bras, H.* (1974) — Le mythe de la population stationnaire. *Prospectives*, N° 3., 1974, 73—94. p.
- /73/ *Wander, H.* (1974) — Ist Nullwachstum ein realistisches Konzept zur Lösung des Weltbevölkerungsproblems? *Allgemeines Statistisches Archiv*, N° 2, 1974, 176—197. p.
- /74/ *Vanistendael, S.* (1976) — The Optimum Population Theory: An Appraisal for Policy Making. *Bevölkerung en Gezin*, Juli 1976. (Holland nyelven.)
- /75/ *Coale, A.J.* (1972) — The Growth and Structure of Human Populations. A Mathematical Investigation. Princeton, New Jersey, *Princeton University Press*, 49—51., 227 p.
- /76/ Népesedéspolitika Magyarországon. (Population Policy in Hungary.) Szerkesztette a KSH Népesedéssztatisztikai Főosztálya (1972). *A KSH Népeségtudományi Kutató Intézet Közleményei*, 35. Budapest, 1972, 227 p.

FÜGGELÉK

**1. AZ EKVIVALENCIA SZÁMÍTÁS FŐBB EREDMÉNYEI AZ 1925-1935 ÉVEKBEN
SZÜLETETT MAGYARORSZÁGI FÉRFIAK ELSŐ HÁZASSÁGAI
MEGKÖTÉSÉNEK FÜGGETLEN KORSPECIFIKUS VALÓSZÍNŰSÉGEI ALAPJÁN**

2.2 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1926-ban született magyarországi férfiak első házasságai megkötésének független korszecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15	-	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	12.70	22.30
16	0.00007	0.0050	0.00672	-0.11346	17.63	-	-	-	-	-	-	-
17	0.00078	0.0100	0.01550	-0.27150	18.16	-	-	-	-	-	-	-
18	0.00750	0.0150	0.01550	-0.27150	18.48	-0.00194	0.10506	46.42	64.90	27.94	9.22	18.72
19	0.02300	0.0200	0.01550	-0.27150	18.81	-0.00472	0.23166	44.84	63.65	26.03	8.89	17.14
20	0.04919	0.0250	0.02619	-0.47461	19.08	-0.00104	0.06974	43.02	62.10	23.94	8.62	15.32
21	0.08235	0.0300	0.02619	-0.47461	19.27	-0.01283	0.57671	42.61	61.88	23.34	8.43	14.91
22	0.10251	0.0350	0.02619	-0.47461	19.46	-0.01283	0.57671	42.22	61.68	22.76	8.24	14.52
23	0.14013	0.0400	0.02619	-0.47461	19.65	-0.00298	0.16301	41.28	60.93	21.63	8.05	13.58
24	0.18918	0.0450	0.02619	-0.47461	19.84	-0.00422	0.21109	39.36	59.20	19.52	7.86	11.66
25	0.20810	0.0500	0.03316	-0.61401	20.02	-0.01124	0.48487	38.69	58.71	18.67	7.68	10.99
26	0.21095	0.0550	0.03316	-0.61401	20.18	-0.01124	0.48487	38.24	58.42	18.06	7.52	10.54
27	0.20324	0.0600	0.03316	-0.61401	20.33	-0.00851	0.38113	37.74	58.07	17.41	7.37	10.04
28 ³³	0.21055	0.0650	0.03316	-0.61401	20.48	-0.00851	0.38113	37.15	57.63	16.67	7.22	9.45
29	0.18117	0.0700	0.03316	-0.61401	20.63	-0.01160	0.49546	36.68	57.31	16.05	7.07	8.98
30	0.16795	0.0750	0.03316	-0.61401	20.78	-0.01160	0.49546	36.25	57.03	15.47	6.92	8.55
31	0.15274	0.0800	0.03316	-0.61401	20.93	-0.01662	0.67618	35.87	56.80	14.94	6.77	8.17
32	0.14691	0.0850	0.02016	-0.34101	21.13	-0.01662	0.67618	35.57	56.70	14.44	6.70	7.74
33	0.11874	0.0900	0.02016	-0.34101	21.38	-0.01662	0.67618	35.27	56.65	13.89	6.32	7.57
34	0.09911	0.0950	0.02016	-0.34101	21.63	-0.00463	0.25653	34.89	56.52	13.26	6.07	7.19
35	0.09448	0.1000	0.02016	-0.34101	21.88	-0.01963	0.76653	33.95	55.83	12.07	5.82	6.25
36	0.07786	0.1050	0.03762	-0.72513	22.07	-0.01963	0.76653	33.70	55.77	11.63	5.63	6.00
37	0.06626	0.1100	0.03762	-0.72513	22.20	-0.01963	0.76653	33.45	55.65	11.25	5.50	5.75
38	0.05775	0.1150	0.03762	-0.72513	22.33	-0.01963	0.76653	33.19	55.52	10.86	5.37	5.49
39	0.04651	0.1200	0.03762	-0.72513	22.46	-0.02817	1.04835	32.96	55.42	10.50	5.24	5.26
40 ³⁴	0.04833	0.1250	0.03762	-0.72513	22.60	-0.02817	1.04835	32.78	55.38	10.18	5.10	5.08
41	0.04083	0.1300	0.03762	-0.72513	22.73	-0.02817	1.04835	32.60	55.33	9.87	4.97	4.90
42	0.03785	0.1350	0.03762	-0.72513	22.86	-0.02817	1.04835	32.42	55.28	9.56	4.84	4.72
43	0.02502	0.1400	0.03762	-0.72513	23.00	-0.02817	1.04835	32.25	55.25	9.25	4.70	4.55
44	0.02398	0.1450	0.04905	-0.98802	23.10	-0.02817	1.04835	32.07	55.17	8.97	4.60	4.37
45	0.01926	0.1500	0.04905	-0.98802	23.20	-0.00583	0.33347	31.47	54.67	8.27	4.50	3.77
46 ³⁵	0.01980	0.1550	0.04905	-0.98802	23.30	-0.01521	0.62425	30.85	54.15	7.55	4.40	3.15
47	0.01388	0.1600	0.04905	-0.98802	23.41	-0.01521	0.62425	30.52	53.93	7.11	4.29	2.82
48	0.01365	0.1650	0.04905	-0.98802	23.51	-0.01521	0.62425	30.19	53.70	6.68	4.19	2.49
49	0.01106	0.1700	0.04905	-0.98802	23.61	-0.01322	0.56455	29.84	53.45	6.23	4.09	2.14
		0.1750	0.04905	-0.98802	23.71	-0.01322	0.56455	29.47	53.18	5.76	3.99	1.77
		0.1800	0.04905	-0.98802	23.81	-0.01322	0.56455	29.09	52.90	5.28	3.89	1.39
		0.1850	0.04905	-0.98802	23.91	-0.01195	0.52772	28.68	52.59	4.77	3.79	0.98
		0.1900	0.01892	-0.26490	24.04	-0.01195	0.52772	28.26	52.30	4.22	3.66	0.56
		0.1950	0.01892	-0.26490	24.31	-0.01012	0.47648	27.81	52.12	3.50	3.39	0.11

³³ A 28 éves korra vonatkozó 0.21055 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.19312 lett.

³⁴ A 40 éves korra vonatkozó 0.04833 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.04229 lett.

³⁵ A 46 éves korra vonatkozó 0.01980 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01582 lett.

2.3 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1927-ben született magyarországi férfiak első házasságai megkötésének független korszecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_t értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	x_1+x_2	x_2-x_1	x_M-x_1	x_2-x_M
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15	-	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	11.33	23.67
16	0.00007	0.0050	0.00672	-0.11346	17.63	-	-	-	-	-	-	-
17	0.00078	0.0100	0.01577	-0.27636	18.16	-0.00332	0.17142	48.62	66.78	30.46	8.17	22.29
18	0.00750	0.0150	0.01577	-0.27636	18.48	-0.00248	0.12928	46.08	64.56	27.60	7.85	19.75
19	0.02327	0.0200	0.01577	-0.27636	18.79	-0.00362	0.17909	43.95	62.74	25.16	7.54	17.62
20	0.05210	0.0250	0.02883	-0.52450	19.06	-0.01273	0.55896	41.95	61.01	22.89	7.27	15.62
21	0.07894	0.0300	0.02883	-0.52450	19.23	-0.01273	0.55896	41.55	60.78	22.32	7.10	15.22
22	0.10269	0.0350	0.02883	-0.52450	19.41	-0.01273	0.55896	41.16	60.57	21.75	6.92	14.83
23	0.15533	0.0400	0.02883	-0.52450	19.58	-0.00392	0.19775	40.24	59.82	20.66	6.75	13.91
24	0.19738	0.0450	0.02883	-0.52450	19.75	-0.00660	0.30495	39.39	59.14	19.64	6.58	13.06
25	0.21271	0.0500	0.02883	-0.52450	19.93	-0.00798	0.35877	38.69	58.62	18.76	6.40	12.36
26	0.21769	0.0550	0.02684	-0.48470	20.11	-0.00798	0.35877	38.07	58.18	17.96	6.22	11.74
27	0.21667	0.0600	0.02684	-0.48470	20.29	-0.00556	0.26681	37.20	57.49	16.91	6.04	10.87
28	0.19990	0.0650	0.02684	-0.48470	20.48	-0.00769	0.34562	36.49	56.97	16.01	5.85	10.16
29	0.18617	0.0700	0.02684	-0.48470	20.67	-0.01417	0.57890	35.91	56.58	15.24	5.66	9.58
30	0.16463	0.0750	0.02684	-0.48470	20.85	-0.01417	0.57890	35.56	56.41	14.71	5.48	9.23
31	0.15227	0.0800	0.02375	-0.41981	21.04	-0.01417	0.57890	35.21	56.25	14.17	5.29	8.88
32	0.13353	0.0850	0.02375	-0.41981	21.26	-0.01121	0.47530	34.82	56.08	13.56	5.07	8.49
33	0.10277	0.0900	0.02375	-0.41981	21.47	-0.01121	0.47530	34.37	55.84	12.90	4.86	8.04
34	0.09416	0.0950	0.02375	-0.41981	21.68	-0.00861	0.38690	33.90	55.58	12.22	4.65	7.57
35	0.08295	0.1000	0.02375	-0.41981	21.89	-0.00861	0.38690	33.32	55.21	11.43	4.44	6.99
36	0.06878	0.1050	0.05264	-1.05539	22.04	-0.03076	1.11785	32.93	54.97	10.89	4.29	6.60
37	0.06109	0.1100	0.05264	-1.05539	22.14	-0.03076	1.11785	32.76	54.90	10.62	4.19	6.43
38	0.05553	0.1150	0.05264	-1.05539	22.23	-0.03076	1.11785	32.60	54.83	10.37	4.10	6.27
39	0.04755	0.1200	0.05264	-1.05539	22.33	-0.03076	1.11785	32.44	54.77	10.11	4.00	6.11
40	0.04095	0.1250	0.05264	-1.05539	22.42	-0.03076	1.11785	32.28	54.70	9.86	3.91	5.95
41	0.03703	0.1300	0.05264	-1.05539	22.52	-0.03076	1.11785	32.11	54.63	9.59	3.81	5.78
42	0.02430	0.1350	0.05264	-1.05539	22.61	-0.01874	0.73321	31.92	54.53	9.31	3.72	5.59
43	0.02343	0.1400	0.05264	-1.05539	22.71	-0.01874	0.73321	31.65	54.36	8.94	3.62	5.32
44	0.01981	0.1450	0.05264	-1.05539	22.80	-0.01874	0.73321	31.39	54.19	8.59	3.53	5.06
45 ³⁶	0.02161	0.1500	0.05264	-1.05539	22.90	-0.01874	0.73321	31.12	54.02	8.22	3.43	4.79
46	0.01520	0.1550	0.05264	-1.05539	22.99	-0.01236	0.53543	30.78	53.77	7.79	3.34	4.45
47	0.01272	0.1600	0.04205	-0.81182	23.11	-0.01236	0.53543	30.37	53.48	7.26	3.22	4.04
48	0.01206	0.1650	0.04205	-0.81182	23.23	-0.02154	0.81083	29.98	53.21	6.75	3.10	3.65
49	0.00874	0.1700	0.04205	-0.81182	23.35	-0.02154	0.81083	29.75	53.10	6.40	2.98	3.42
		0.1750	0.04205	-0.81182	23.47	-0.02154	0.81083	29.52	52.99	6.05	2.86	3.19
		0.1800	0.04205	-0.81182	23.59	-0.02154	0.81083	29.29	52.88	5.70	2.74	2.96
		0.1850	0.04205	-0.81182	23.71	-0.02154	0.81083	29.05	52.76	5.34	2.62	2.72
		0.1900	0.04205	-0.81182	23.82	-0.01373	0.58434	28.72	52.54	4.90	2.51	2.39
		0.1950	0.04205	-0.81182	23.94	-0.01373	0.58434	28.36	52.30	4.42	2.39	2.03
		0.2000	0.01533	-0.17054	24.17	-0.01677	0.66946	27.99	52.16	3.82	2.16	1.66
		0.2050	0.01533	-0.17054	24.50	-0.01677	0.66946	27.70	52.20	3.20	1.83	1.37
		0.2100	0.01533	-0.17054	24.82	-0.01677	0.66946	27.40	52.22	2.58	1.51	1.07
		0.2150	0.00498	-0.08821	25.46	-0.01677	0.66946	27.10	52.56	1.64	0.87	0.77

³⁶ A 45 éves korra vonatkozó 0.02161 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01732 lett.

2.4 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1928-ban született magyarországi férfiak első házasságai megkötésének független korszecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvivalens házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15	-	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	10.48	24.52
16	0.00007	0.0050	0.00690	-0.11652	17.61	-	-	-	-	-	-	-
17	0.00078	0.0100	0.01524	-0.26664	18.15	-0.00514	0.25949	48.54	66.69	30.39	7.33	23.06
18	0.00768	0.0150	0.01524	-0.26664	18.48	-0.00681	0.32077	44.90	63.38	26.42	7.00	19.42
19	0.02292	0.0200	0.01524	-0.26664	18.81	-0.00681	0.32077	44.17	62.98	25.36	6.67	18.69
20	0.04855	0.0250	0.02563	-0.46405	19.08	-0.00438	0.20969	42.17	61.25	23.09	6.40	16.69
21	0.08352	0.0300	0.02563	-0.46405	19.28	-0.00567	0.26387	41.25	60.53	21.97	6.20	15.77
22	0.10538	0.0350	0.02563	-0.46405	19.47	-0.00411	0.19991	40.12	59.59	20.65	6.01	14.64
23	0.15840	0.0400	0.02563	-0.46405	19.67	-0.01422	0.60431	39.68	59.35	20.01	5.81	14.20
24	0.21158	0.0450	0.02563	-0.46405	19.86	-0.01422	0.60431	39.33	59.19	19.47	5.62	13.85
25	0.23121	0.0500	0.03497	-0.65085	20.04	-0.00213	0.13280	38.87	58.91	18.83	5.44	13.39
26	0.23073	0.0550	0.03497	-0.65085	20.18	-0.00987	0.42692	37.68	57.86	17.50	5.30	12.20
27	0.21238	0.0600	0.03497	-0.65085	20.33	-0.00987	0.42692	37.18	57.51	16.85	5.15	11.70
28	0.20627	0.0650	0.03497	-0.65085	20.47	-0.01370	0.56863	36.76	57.23	16.29	5.01	11.28
29	0.18308	0.0700	0.03497	-0.65085	20.61	-0.01370	0.56863	36.40	57.01	15.79	4.87	10.92
30	0.17162	0.0750	0.03497	-0.65085	20.76	-0.01370	0.56863	36.03	56.79	15.27	4.72	10.55
31	0.14252	0.0800	0.03497	-0.65085	20.90	-0.00595	0.28963	35.23	56.13	14.33	4.58	9.75
32	0.12206	0.0850	0.02186	-0.37554	21.07	-0.01668	0.66518	34.78	55.85	13.71	4.41	9.30
33	0.10461	0.0900	0.02186	-0.37554	21.30	-0.01668	0.66518	34.48	55.78	13.18	4.18	9.00
34	0.09806	0.0950	0.02186	-0.37554	21.53	-0.01668	0.66518	34.18	55.71	12.65	3.95	8.70
35	0.08138	0.1000	0.02186	-0.37554	21.75	-0.00655	0.32076	33.70	55.45	11.95	3.73	8.22
36	0.07543	0.1050	0.02186	-0.37554	21.98	-0.01745	0.68046	32.98	54.96	11.00	3.50	7.50
37	0.06173	0.1100	0.05302	-1.06106	22.09	-0.01745	0.68046	32.69	54.78	10.60	3.39	7.21
38	0.05186	0.1150	0.05302	-1.06106	22.18	-0.01745	0.68046	32.40	54.58	10.22	3.30	6.92
39	0.04973	0.1200	0.05302	-1.06106	22.28	-0.01745	0.68046	32.12	54.40	9.84	3.20	6.64
40	0.03551	0.1250	0.05302	-1.06106	22.37	-0.02046	0.77678	31.86	54.23	9.49	3.11	6.38
41	0.03140	0.1300	0.05302	-1.06106	22.46	-0.02046	0.77678	31.61	54.07	9.15	3.02	6.13
42 ³⁷	0.03295	0.1350	0.05302	-1.06106	22.56	-0.02046	0.77678	31.37	53.93	8.81	2.92	5.89
43	0.02135	0.1400	0.05302	-1.06106	22.65	-0.02046	0.77678	31.12	53.77	8.47	2.83	5.64
44	0.02113	0.1450	0.05302	-1.06106	22.75	-0.02910	1.04462	30.91	53.66	8.16	2.73	5.43
45	0.01432	0.1500	0.05302	-1.06106	22.84	-0.02910	1.04462	30.74	53.58	7.90	2.64	5.26
46 ³⁸	0.01183	0.1550	0.05302	-1.06106	22.94	-0.02910	1.04462	30.57	53.51	7.63	2.54	5.09
47	0.01304	0.1600	0.05318	-1.06474	23.03	-0.02910	1.04462	30.40	53.43	7.37	2.45	4.92
48	0.01277	0.1650	0.05318	-1.06474	23.12	-0.02910	1.04462	30.23	53.35	7.11	2.36	4.75
49	0.00763	0.1700	0.05318	-1.06474	23.22	-0.02910	1.04462	30.06	53.28	6.84	2.26	4.58
		0.1750	0.05318	-1.06474	23.31	-0.01146	0.51542	29.71	53.02	6.40	2.17	4.23
		0.1800	0.05318	-1.06474	23.41	-0.01146	0.51542	29.27	52.68	5.86	2.07	3.79
		0.1850	0.05318	-1.06474	23.50	-0.02319	0.85559	28.92	52.42	5.42	1.98	3.44
		0.1900	0.05318	-1.06474	23.59	-0.02319	0.85559	28.70	52.29	5.11	1.89	3.22
		0.1950	0.05318	-1.06474	23.69	-0.02319	0.85559	28.49	52.18	4.80	1.79	3.01
		0.2000	0.05318	-1.06474	23.78	-0.02319	0.85559	28.27	52.05	4.49	1.70	2.79
		0.2050	0.05318	-1.06474	23.88	-0.02319	0.85559	28.05	51.93	4.17	1.60	2.57
		0.2100	0.05318	-1.06474	23.97	-0.00611	0.37735	27.39	51.36	3.42	1.51	1.91
		0.2150	0.01963	-0.25954	24.17	-0.01835	0.70783	26.86	51.03	2.69	1.31	1.38
		0.2200	0.01963	-0.25954	24.43	-0.01835	0.70783	26.58	51.01	2.15	1.05	1.10
		0.2250	0.01963	-0.25954	24.68	-0.01835	0.70783	26.31	50.99	1.63	0.80	0.83
		0.2300	0.01963	-0.25954	24.94	-0.01835	0.70783	26.04	50.98	1.10	0.54	0.56

³⁷ A 42 éves korra vonatkozó 0.03295 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.02573 lett.

³⁸ A 46 éves korra vonatkozó 0.01183 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01356 lett.

2.5 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1929-ben született magyarországi férfiak első házasságai megkötésének független korszpecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_i értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_i	b_i	x_i	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_{M1} - x_1$	$x_2 - x_{M1}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15	-	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	10.34	24.66
16	0.00007	0.0050	0.00681	-0.11488	17.60	-	-	-	66.62	30.30	7.18	23.12
17	0.00089	0.0100	0.01459	-0.25492	18.16	-0.00155	0.08512	48.46	66.62	30.30	7.18	23.12
18	0.00770	0.0150	0.01459	-0.25492	18.50	-0.00247	0.12726	45.45	63.95	26.95	6.84	20.11
19	0.02229	0.0200	0.01459	-0.25492	18.84	-0.00594	0.28341	44.35	63.19	25.51	6.50	19.01
20	0.05027	0.0250	0.02798	-0.50933	19.10	-0.00690	0.32565	43.57	62.67	24.47	6.24	18.23
21	0.08996	0.0300	0.02798	-0.50933	19.28	-0.00217	0.12226	42.52	61.80	23.24	6.06	17.18
22	0.09381	0.0350	0.02798	-0.50933	19.45	-0.00630	0.29140	40.70	60.15	21.25	5.89	15.36
23	0.12923	0.0400	0.02798	-0.50933	19.63	-0.00248	0.13860	39.76	59.39	20.13	5.71	14.42
24	0.19950	0.0450	0.02798	-0.50933	19.81	-0.00921	0.40107	38.66	58.47	18.85	5.53	13.32
25	0.25603	0.0500	0.02798	-0.50933	19.99	-0.00921	0.40107	38.12	58.11	18.13	5.35	12.78
26	0.24531	0.0550	0.03969	-0.74353	20.12	-0.00862	0.37865	37.55	57.67	17.43	5.22	12.21
27	0.23635	0.0600	0.03969	-0.74353	20.25	-0.00999	0.42934	36.97	57.22	16.72	5.09	11.63
28	0.21022	0.0650	0.03969	-0.74353	20.37	-0.00999	0.42934	36.47	56.84	16.10	4.97	11.13
29	0.18655	0.0700	0.03969	-0.74353	20.50	-0.01335	0.55030	35.98	56.48	15.48	4.84	10.64
30	0.17346	0.0750	0.03969	-0.74353	20.62	-0.01335	0.55030	35.60	56.22	14.98	4.72	10.26
31	0.14339	0.0800	0.03969	-0.74353	20.75	-0.01335	0.55030	35.23	55.98	14.48	4.59	9.89
32	0.12365	0.0850	0.03969	-0.74353	20.88	-0.01647	0.65950	34.88	55.76	14.00	4.46	9.54
33	0.10802	0.0900	0.00385	-0.00911	21.01	-0.01647	0.65950	34.58	55.59	13.57	4.33	9.24
34	0.09952	0.0950	0.03542	-0.68543	22.03	-0.01647	0.65950	34.27	56.30	12.24	3.31	8.93
35	0.08305	0.1000	0.03542	-0.68543	22.17	-0.00850	0.38852	33.94	56.11	11.77	3.17	8.60
36	0.06970	0.1050	0.03542	-0.68543	22.32	-0.00850	0.38852	33.36	55.68	11.04	3.02	8.02
37 ³⁹	0.07054	0.1100	0.03542	-0.68543	22.46	-0.01563	0.62381	32.87	55.33	10.41	2.88	7.53
38	0.05109	0.1150	0.03542	-0.68543	22.60	-0.01563	0.62381	32.55	55.15	9.95	2.74	7.21
39	0.04188	0.1200	0.03542	-0.68543	22.74	-0.01563	0.62381	32.23	54.97	9.49	2.60	6.89
40 ⁴⁰	0.03940	0.1250	0.03542	-0.68543	22.88	-0.01974	0.75533	31.93	54.81	9.05	2.46	6.59
41	0.03310	0.1300	0.07027	-1.48698	23.01	-0.01974	0.75533	31.68	54.69	8.67	2.33	6.34
42	0.02286	0.1350	0.07027	-1.48698	23.08	-0.01974	0.75533	31.43	54.51	8.35	2.26	6.09
43	0.02895	0.1400	0.07027	-1.48698	23.15	-0.01974	0.75533	31.17	54.32	8.02	2.19	5.83
44	0.02205	0.1450	0.07027	-1.48698	23.22	-0.03007	1.07556	30.95	54.17	7.73	2.12	5.61
45	0.01611	0.1500	0.07027	-1.48698	23.30	-0.03007	1.07556	30.78	54.08	7.48	2.04	5.44
46	0.01364	0.1550	0.07027	-1.48698	23.37	-0.03007	1.07556	30.61	53.98	7.24	1.97	5.27
47	0.01266	0.1600	0.07027	-1.48698	23.44	-0.03007	1.07556	30.45	53.89	7.01	1.90	5.11
48 ⁴¹	0.01682	0.1650	0.07027	-1.48698	23.51	-0.03007	1.07556	30.28	53.79	6.77	1.83	4.94
49	0.00917	0.1700	0.07027	-1.48698	23.58	-0.03007	1.07556	30.12	53.70	6.54	1.76	4.78
		0.1750	0.07027	-1.48698	23.65	-0.01309	0.56616	29.88	53.53	6.23	1.69	4.54
		0.1800	0.07027	-1.48698	23.72	-0.01309	0.56616	29.50	53.22	5.78	1.62	4.16
		0.1850	0.07027	-1.48698	23.79	-0.01309	0.56616	29.12	52.91	5.33	1.55	3.78
		0.1900	0.07027	-1.48698	23.86	-0.02367	0.87298	28.85	52.71	4.99	1.48	3.51
		0.1950	0.07027	-1.48698	23.94	-0.02367	0.87298	28.64	52.58	4.70	1.40	3.30
		0.2000	0.05653	-1.15722	24.01	-0.02367	0.87298	28.43	52.44	4.42	1.33	3.09
		0.2050	0.05653	-1.15722	24.10	-0.02367	0.87298	28.22	52.32	4.12	1.24	2.88
		0.2100	0.05653	-1.15722	24.19	-0.02367	0.87298	28.01	52.20	3.82	1.15	2.67
		0.2150	0.05653	-1.15722	24.27	-0.02613	0.94186	27.82	52.09	3.55	1.07	2.48
		0.2200	0.05653	-1.15722	24.36	-0.02613	0.94186	27.63	51.99	3.27	0.98	2.29
		0.2250	0.05653	-1.15722	24.45	-0.02613	0.94186	27.43	51.88	2.98	0.89	2.09
		0.2300	0.05653	-1.15722	24.54	-0.02613	0.94186	27.24	51.78	2.70	0.80	1.90
		0.2350	0.05653	-1.15722	24.63	-0.02613	0.94186	27.05	51.68	2.42	0.71	1.71
		0.2400	0.05653	-1.15722	24.72	-0.00896	0.47827	26.59	51.31	1.87	0.62	1.25
		0.2450	0.05653	-1.15722	24.80	-0.00896	0.47827	26.03	50.83	1.23	0.54	0.69
		0.2500	0.05653	-1.15722	24.89	-0.01072	0.52403	25.56	50.45	0.67	0.45	0.22

³⁹ A 37 éves korra vonatkozó 0.07054 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.05971 lett.

⁴⁰ A 42 éves korra vonatkozó 0.02286 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.03112 lett.

⁴¹ A 48 éves korra vonatkozó 0.01682 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01702 lett.

2.6 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1930-ban született magyarországi férfiak első házasságai megkötésének független korszpecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15	-	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	9.78	25.22
16	0.00002	0.0050	0.00558	-0.09418	17.77	-	-	-	-	-	-	-
17	0.00068	0.0100	0.01593	-0.28048	18.23	-0.00233	0.12240	48.24	66.47	30.01	6.55	23.46
18	0.00626	0.0150	0.01593	-0.28048	18.55	-0.00157	0.08520	44.71	63.26	26.16	6.23	19.93
19	0.02219	0.0200	0.01593	-0.28048	18.86	-0.00402	0.19300	43.03	61.89	24.17	5.92	18.25
20	0.06279	0.0250	0.04060	-0.74921	19.07	-0.00555	0.25879	42.12	61.19	23.05	5.71	17.34
21	0.07129	0.0300	0.04060	-0.74921	19.19	-0.00683	0.30788	40.69	59.88	21.50	5.59	15.91
22	0.10736	0.0350	0.04060	-0.74921	19.32	-0.00777	0.34548	39.96	59.28	20.64	5.46	15.18
23	0.17814	0.0400	0.04060	-0.74921	19.44	-0.00777	0.34548	39.32	58.76	19.88	5.34	14.54
24	0.24118	0.0450	0.04060	-0.74921	19.56	-0.00989	0.42816	38.74	58.30	19.18	5.22	13.96
25	0.24163	0.0500	0.04060	-0.74921	19.68	-0.00989	0.42816	38.24	57.92	18.56	5.10	13.46
26	0.24045	0.0550	0.04060	-0.74921	19.81	-0.00843	0.37268	37.68	57.49	17.87	4.37	13.50
27	0.21433	0.0600	0.04060	-0.74921	19.93	-0.00843	0.37268	37.09	57.02	17.16	4.85	12.31
28	0.18881	0.0650	0.00850	-0.10721	20.26	-0.00633	0.29498	36.33	56.59	16.07	4.52	11.55
29	0.18145	0.0700	0.00850	-0.10721	20.85	-0.01132	0.47462	35.74	56.59	14.89	3.93	10.96
30	0.16388	0.0750	0.03607	-0.68618	21.10	-0.01132	0.47462	35.30	56.40	14.20	3.68	10.52
31	0.13185	0.0800	0.03607	-0.68618	21.24	-0.01491	0.60027	34.89	56.13	13.65	3.54	10.11
32	0.11844	0.0850	0.03607	-0.68618	21.38	-0.01491	0.60027	34.56	55.94	13.18	3.40	9.78
33	0.10774	0.0900	0.03607	-0.68618	21.52	-0.01491	0.60027	34.22	55.74	12.70	3.26	9.44
34	0.09333	0.0950	0.03607	-0.68618	21.66	-0.01441	0.58327	33.88	55.54	12.22	3.12	9.10
35	0.07842	0.1000	0.03607	-0.68618	21.80	-0.01441	0.58327	33.54	55.34	11.74	2.98	8.76
36	0.06710	0.1050	0.03607	-0.68618	21.93	-0.01441	0.58327	33.19	55.12	11.26	2.85	8.41
37	0.06077	0.1100	0.07078	-1.44980	22.04	-0.01070	0.46084	32.79	54.83	10.75	2.74	8.01
38	0.05234	0.1150	0.07078	-1.44980	22.11	-0.01070	0.46084	32.32	54.43	10.21	2.67	7.54
39	0.04245	0.1200	0.07078	-1.44980	22.18	-0.01341	0.54756	31.88	54.06	9.70	2.60	7.10
40	0.03468	0.1250	0.07078	-1.44980	22.25	-0.01341	0.54756	31.51	53.76	9.26	2.53	6.73
41	0.02785	0.1300	0.07078	-1.44980	22.32	-0.01341	0.54756	31.14	53.46	8.82	2.46	6.36
42	0.02569	0.1350	0.07078	-1.44980	22.39	-0.03203	1.12478	30.90	53.29	8.51	2.39	6.12
43	0.02014	0.1400	0.07078	-1.44980	22.46	-0.03203	1.12478	30.75	53.21	8.29	2.32	5.97
44	0.01612	0.1450	0.07078	-1.44980	22.53	-0.03203	1.12478	30.59	53.12	8.06	2.25	5.81
45	0.01455	0.1500	0.07078	-1.44980	22.60	-0.03203	1.12478	30.43	53.03	7.83	2.18	5.65
46	0.01341	0.1550	0.07078	-1.44980	22.67	-0.03203	1.12478	30.28	52.95	7.61	2.11	5.50
47	0.01123	0.1600	0.07078	-1.44980	22.74	-0.03203	1.12478	30.12	52.86	7.38	2.04	5.34
48	0.01056	0.1650	0.07078	-1.44980	22.81	-0.01757	0.69098	29.94	52.75	7.13	1.97	5.16
49	0.00823	0.1700	0.07078	-1.44980	22.88	-0.01757	0.69098	29.65	52.53	6.77	1.90	4.87
		0.1750	0.07078	-1.44980	22.96	-0.01757	0.69098	29.37	52.33	6.41	1.82	4.59
		0.1800	0.06304	-1.27178	23.03	-0.01757	0.69098	29.08	52.11	6.05	1.75	4.30
		0.1850	0.06304	-1.27178	23.11	-0.00736	0.39489	28.52	51.63	5.41	1.67	3.74
		0.1900	0.06304	-1.27178	23.19	-0.02552	0.90337	27.95	51.14	4.76	1.59	3.17
		0.1950	0.06304	-1.27178	23.27	-0.02552	0.90337	27.76	51.03	4.49	1.52	2.97
		0.2000	0.06304	-1.27178	23.35	-0.02552	0.90337	27.56	50.91	4.21	1.43	2.78
		0.2050	0.06304	-1.27178	23.43	-0.02552	0.90337	27.37	50.80	3.94	1.35	2.59
		0.2100	0.06304	-1.27178	23.51	-0.02552	0.90337	27.17	50.68	3.66	1.27	2.39
		0.2150	0.06304	-1.27178	23.58	-0.02612	0.91957	26.97	50.55	3.39	1.20	2.19
		0.2200	0.06304	-1.27178	23.66	-0.02612	0.91957	26.78	50.44	3.12	1.12	2.00
		0.2250	0.06304	-1.27178	23.74	-0.02612	0.91957	26.59	50.33	2.85	1.04	1.81
		0.2300	0.06304	-1.27178	23.82	-0.02612	0.91957	26.40	50.22	2.58	0.96	1.62
		0.2350	0.06304	-1.27178	23.90	-0.02612	0.91957	26.21	50.11	2.31	0.88	1.43
		0.2400	0.06304	-1.27178	23.98	-0.02612	0.91957	26.02	50.00	2.04	0.82	1.24

2.7 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1931-ben született magyarországi férfiak első házasságai megkötésének független korszecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztrans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15	-	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	10.00	25.00
16	0.00005	0.0050	0.00612	-0.10340	17.71	-	-	-	65.47	29.29	6.91	22.38
17	0.00064	0.0100	0.03468	-0.61748	18.09	-0.00064	0.04032	47.38	62.18	25.70	6.76	18.94
18	0.00676	0.0150	0.03468	-0.61748	18.24	-0.00975	0.44343	43.94	61.81	25.05	6.62	18.43
19	0.04144	0.0200	0.03468	-0.61748	18.38	-0.00975	0.44343	43.43	60.84	23.78	6.47	17.31
20	0.06213	0.0250	0.03468	-0.61748	18.53	-0.00119	0.07535	42.31	58.98	21.64	6.33	15.31
21	0.06964	0.0300	0.03468	-0.61748	18.67	-0.00550	0.25169	40.31	58.39	20.77	6.19	14.58
22	0.11171	0.0350	0.03468	-0.61748	18.81	-0.00780	0.03437	39.58	57.89	19.09	5.83	13.26
23	0.23152	0.0400	0.03468	-0.61748	18.96	-0.00744	0.32965	38.26	57.24	18.42	5.59	12.83
24	0.23848	0.0450	0.02069	-0.35167	19.17	-0.00744	0.32965	37.83	57.17	17.37	5.10	12.27
25	0.25707	0.0500	0.02069	-0.35167	19.41	-0.01784	0.72485	37.27	56.31	14.79	3.99	10.80
26	0.23883	0.0550	0.02069	-0.35167	19.66	-0.01784	0.72485	36.94	55.94	14.05	3.87	10.18
27	0.19956	0.0600	0.02069	-0.35167	19.90	-0.01784	0.72485	36.94	55.63	13.44	3.75	9.69
28	0.19167	0.0650	0.00751	-0.08807	20.38	-0.00356	0.19649	35.80	55.33	12.89	3.63	9.26
29	0.17486	0.0700	0.04207	-0.81383	21.01	-0.00815	0.36173	35.80	54.87	12.38	3.52	8.86
30	0.15162	0.0750	0.04207	-0.81383	21.13	-0.00815	0.36173	34.69	55.10	11.90	3.40	8.50
31	0.14186	0.0800	0.04207	-0.81383	21.25	-0.01152	0.47968	34.69	55.10	11.43	3.28	8.15
32	0.12146	0.0850	0.04207	-0.81383	21.37	-0.01152	0.47968	33.15	54.87	11.01	3.16	7.85
33	0.10206	0.0900	0.04207	-0.81383	21.48	-0.01406	0.56604	33.15	54.55	10.63	3.04	7.59
34	0.08800	0.0950	0.04207	-0.81383	21.60	-0.01406	0.56604	32.33	54.36	10.30	2.97	7.33
35	0.07648	0.1000	0.04207	-0.81383	21.72	-0.01406	0.56604	32.08	54.15	10.01	2.93	7.08
36	0.06833	0.1050	0.04207	-0.81383	21.84	-0.01940	0.74226	31.83	53.94	9.72	2.89	6.83
37	0.06477	0.1100	0.04207	-0.81383	21.96	-0.01940	0.74226	31.58	53.73	9.43	2.85	6.58
38	0.04693	0.1150	0.11981	-2.52411	22.03	-0.01940	0.74226	31.34	53.53	9.15	2.81	6.34
39	0.03949	0.1200	0.11981	-2.52411	22.07	-0.01940	0.74226	31.09	53.33	8.85	2.76	6.09
40	0.03169	0.1250	0.11981	-2.52411	22.11	-0.02040	0.77426	30.68	52.96	8.40	2.72	5.68
41	0.02619	0.1300	0.11981	-2.52411	22.15	-0.02040	0.77426	30.17	52.49	7.85	2.68	5.17
42	0.02537	0.1350	0.11981	-2.52411	22.19	-0.02040	0.77426	29.85	52.21	7.49	2.64	4.85
43	0.02418	0.1400	0.11981	-2.52411	22.24	-0.02040	0.77426	29.21	51.70	6.72	2.51	4.21
44	0.01443	0.1450	0.11981	-2.52411	22.28	-0.00976	0.44442	28.99	51.52	6.46	2.47	3.99
45	0.01127	0.1500	0.11981	-2.52411	22.32	-0.00976	0.44442	28.69	51.26	6.12	2.43	3.69
46 ⁴²	0.01627	0.1550	0.11981	-2.52411	22.36	-0.02324	0.84882	28.40	51.01	5.79	2.39	3.40
47 ⁴³	0.01134	0.1600	0.11981	-2.52411	22.40	-0.02324	0.84882	28.10	50.75	5.45	2.35	3.10
48	0.00960	0.1650	0.11981	-2.52411	22.44	-0.02324	0.84882	27.58	50.28	4.88	2.30	2.58
49	0.00803	0.1700	0.11981	-2.52411	22.49	-0.02324	0.84882	26.99	49.73	4.25	2.26	1.99
		0.1750	0.11981	-2.52411	22.53	-0.01681	0.66235	26.86	49.64	4.08	2.22	1.86
		0.1800	0.11981	-2.52411	22.57	-0.01681	0.66235	26.73	49.55	3.91	2.18	1.73
		0.1850	0.11981	-2.52411	22.61	-0.01681	0.66235	26.61	49.47	3.75	2.14	1.61
		0.1900	0.11981	-2.52411	22.65	-0.01681	0.66235	26.48	49.38	3.58	2.10	1.48
		0.1950	0.11981	-2.52411	22.70	-0.00789	0.41259	26.35	49.30	3.40	2.05	1.35
		0.2000	0.11981	-2.52411	22.74	-0.03927	1.25985	26.22	49.21	3.23	2.01	1.22
		0.2050	0.11981	-2.52411	22.78	-0.03927	1.25985	26.10	49.60	2.60	1.50	1.10
		0.2100	0.11981	-2.52411	22.82	-0.03927	1.25985	25.94	50.02	1.86	0.92	0.94
		0.2150	0.11981	-2.52411	22.86	-0.03927	1.25985	25.66	50.01	1.31	0.65	0.66
		0.2200	0.11981	-2.52411	22.90	-0.03927	1.25985	25.39	50.01	0.77	0.38	0.39
		0.2250	0.11981	-2.52411	22.95	-0.03927	1.25985	25.11	50.00	0.22	0.11	0.11
		0.2300	0.11981	-2.52411	22.99	-0.03927	1.25985					
		0.2350	0.00696	0.07144	23.50	-0.03927	1.25985					
		0.2400	0.01859	-0.20768	24.08	-0.01824	0.71307					
		0.2450	0.01859	-0.20768	24.35	-0.01824	0.71307					
		0.2500	0.01859	-0.20768	24.62	-0.01824	0.71307					
		0.2550	0.01859	-0.20768	24.89	-0.01824	0.71307					

⁴² A 46 éves korra vonatkozó 0.01627 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01058 lett.

⁴³ A 47 éves korra vonatkozó 0.01134 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01024 lett.

2.8 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1932-ben született magyarországi férfiak első házasságai megkötésének független korszpecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15	-	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	9.44	25.56
16	0.00008	0.0050	0.01603	-0.27179	17.27	-	-	-	-	-	-	-
17	0.00072	0.0100	0.01603	-0.27179	17.59	-0.00153	0.08169	46.86	64.45	29.27	6.86	22.41
18	0.01675	0.0150	0.01603	-0.27179	17.89	-0.00405	0.18912	42.99	60.88	25.10	6.55	18.55
19	0.04338	0.0200	0.02663	-0.46259	18.12	-0.00607	0.27396	41.84	59.96	23.72	6.32	17.40
20 ⁴⁴	0.04608	0.0250	0.02663	-0.46259	18.31	-0.00883	0.27396	41.01	59.32	22.70	6.13	16.57
21	0.05792	0.0300	0.02663	-0.46259	18.50	-0.00385	0.38712	40.44	58.94	21.94	5.94	16.00
22	0.11196	0.0350	0.02663	-0.46259	18.69	-0.00698	0.18792	39.72	58.41	21.03	5.75	15.28
23	0.20323	0.0400	0.02663	-0.46259	18.87	-0.00358	0.30999	38.68	57.55	19.81	5.57	14.24
24	0.24777	0.0450	0.00270	-0.00792	19.60	-0.01019	0.18079	37.93	57.53	18.33	4.84	13.49
25	0.24514	0.0500	0.01184	-0.19072	20.33	-0.01019	0.42536	36.84	57.17	16.51	4.11	12.40
26	0.23599	0.0550	0.01184	-0.19072	20.75	-0.01806	0.42536	36.35	57.10	15.60	3.69	11.91
27	0.21959	0.0600	0.05404	-1.07692	21.04	-0.01806	0.70868	35.92	56.96	14.88	3.40	11.48
28	0.19803	0.0650	0.05404	-1.07692	21.13	-0.01806	0.70868	35.64	56.77	14.51	3.31	11.20
29	0.17567	0.0700	0.05404	-1.07692	21.22	-0.01806	0.70868	35.36	56.58	14.14	3.22	10.92
30	0.15076	0.0750	0.05404	-1.07692	21.32	-0.01806	0.70868	35.09	56.41	13.77	3.12	10.65
31	0.12795	0.0800	0.05404	-1.07692	21.41	-0.01909	0.72713	33.90	55.31	12.49	3.03	9.46
32	0.10943	0.0850	0.05404	-1.07692	21.50	-0.01909	0.72713	33.64	55.14	12.14	2.94	9.20
33	0.09716	0.0900	0.05404	-1.07692	21.59	-0.01909	0.72713	33.38	54.97	11.79	2.85	8.94
34	0.07807	0.0950	0.05404	-1.07692	21.69	-0.01909	0.72713	33.11	54.80	11.42	2.75	8.67
35	0.07658	0.1000	0.05404	-1.07692	21.78	-0.01227	0.50207	32.77	54.55	10.99	2.66	8.33
36	0.05852	0.1050	0.05404	-1.07692	21.87	-0.01227	0.50207	32.36	54.23	10.49	2.57	7.92
37	0.04833	0.1100	0.05404	-1.07692	21.96	-0.01852	0.70207	31.97	53.93	10.01	2.48	7.53
38	0.04475	0.1150	0.09127	-1.89598	22.03	-0.01852	0.70207	31.70	53.73	9.67	2.41	7.26
39	0.03777	0.1200	0.09127	-1.89598	22.09	-0.01852	0.70207	31.43	53.52	9.34	2.35	6.99
40	0.03392	0.1250	0.09127	-1.89598	22.14	-0.01852	0.70207	31.16	53.30	9.02	2.30	6.72
41	0.02509	0.1300	0.09127	-1.89598	22.20	-0.02281	0.83506	30.91	53.11	8.71	2.24	6.47
42	0.01902	0.1350	0.09127	-1.89598	22.25	-0.02281	0.83506	30.69	52.94	8.44	2.19	6.25
43	0.01497	0.1400	0.09127	-1.89598	22.31	-0.02281	0.83506	30.47	52.78	8.16	2.13	6.03
44	0.01386	0.1450	0.09127	-1.89598	22.36	-0.02281	0.83506	30.25	52.61	7.89	2.08	5.81
45 ⁴⁵	0.01265	0.1500	0.09127	-1.89598	22.42	-0.02281	0.83506	30.03	52.45	7.61	2.02	5.59
46	0.01131	0.1550	0.09127	-1.89598	22.47	-0.02491	0.89806	29.83	52.30	7.36	1.97	5.39
47	0.00978	0.1600	0.09127	-1.89598	22.53	-0.02491	0.89806	29.63	52.16	7.10	1.91	5.19
48	0.00819	0.1650	0.09127	-1.89598	22.58	-0.02491	0.89806	29.43	52.01	6.85	1.86	4.99
49	0.00699	0.1700	0.09127	-1.89598	22.64	-0.02491	0.89806	29.23	51.87	6.59	1.80	4.79
		0.1750	0.09127	-1.89598	22.69	-0.02491	0.89806	29.03	51.72	6.34	1.75	4.59
		0.1800	0.09127	-1.89598	22.75	-0.02236	0.82411	28.81	51.56	6.06	1.69	4.37
		0.1850	0.09127	-1.89598	22.80	-0.02236	0.82411	28.58	51.38	5.78	1.64	4.14
		0.1900	0.09127	-1.89598	22.86	-0.02236	0.82411	28.36	51.22	5.50	1.58	3.92
		0.1950	0.09127	-1.89598	22.91	-0.02236	0.82411	28.14	51.05	5.23	1.53	3.70
		0.2000	0.09127	-1.89598	22.96	-0.02156	0.80171	27.91	50.87	4.95	1.48	3.47
		0.2050	0.04454	-0.82119	23.04	-0.02156	0.80171	27.68	50.72	4.64	1.40	3.24
		0.2100	0.04454	-0.82119	23.15	-0.02156	0.80171	27.44	50.59	4.29	1.29	3.00
		0.2150	0.04454	-0.82119	23.26	-0.02156	0.80171	27.21	50.47	3.95	1.18	2.77
		0.2200	0.04454	-0.82119	23.38	-0.01640	0.66239	26.98	50.36	3.60	1.06	2.54
		0.2250	0.04454	-0.82119	23.49	-0.01640	0.66239	26.67	50.16	3.18	0.95	2.23
		0.2300	0.04454	-0.82119	23.60	-0.01640	0.66239	26.37	49.97	2.77	0.84	1.93
		0.2350	0.04454	-0.82119	23.71	-0.01640	0.66239	26.06	49.77	2.35	0.73	1.62
		0.2400	0.04454	-0.82119	23.83	-0.00915	0.47389	25.56	49.39	1.73	0.61	1.12
		0.2450	0.04454	-0.82119	23.94	-0.00915	0.47389	25.02	48.96	1.08	0.50	0.58

⁴⁴ A 20 éves korra vonatkozó 0.06009 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.04608 lett.

⁴⁵ A 45 éves korra vonatkozó 0.01517 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01265 lett.

2.9 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1933-ban született magyarországi férfiak első házasságai megkötésének független korszpecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_j	b_j	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15	0.00001	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	9.91	25.09
16	0.00004	0.0050	0.01128	-0.18813	17.12	-	-	-	-	-	-	-
17	0.00363	0.0100	0.01128	-0.18813	17.56	-0.00187	0.09745	46.76	64.32	29.20	7.35	21.85
18	0.01491	0.0150	0.03095	-0.54219	18.00	-0.00166	0.08815	44.07	62.07	26.07	6.91	19.16
19	0.04586	0.0200	0.03095	-0.54219	18.16	-0.00546	0.25270	42.62	60.78	24.46	6.75	17.71
20	0.05513	0.0250	0.03095	-0.54219	18.33	-0.00325	0.15988	41.50	59.83	23.17	6.58	16.59
21 ⁴⁶	0.06699	0.0300	0.03095	-0.54219	18.49	-0.00452	0.20838	39.46	57.95	20.97	6.42	14.55
22	0.11111	0.0350	0.03095	-0.54219	18.65	-0.01398	0.57732	38.79	57.44	20.14	6.26	13.88
23	0.21713	0.0400	0.03095	-0.54219	18.81	-0.01398	0.57732	38.43	57.24	19.62	6.10	13.52
24	0.24838	0.0450	0.03095	-0.54219	18.97	-0.01398	0.57732	38.08	57.05	19.11	5.94	13.17
25	0.26029	0.0500	0.00927	-0.13027	19.45	-0.00905	0.38125	36.60	56.05	17.15	5.46	11.69
26	0.24319	0.0550	0.00927	-0.13027	19.99	-0.00905	0.38125	36.05	56.04	16.06	4.92	11.14
27	0.22324	0.0600	0.01186	-0.18207	20.41	-0.01479	0.58789	35.69	56.10	15.28	4.50	10.78
28	0.19727	0.0650	0.01186	-0.18207	20.83	-0.01479	0.58789	35.35	56.18	14.52	4.08	10.44
29	0.17413	0.0700	0.04412	-0.85953	21.07	-0.01479	0.58789	35.02	56.09	13.95	3.84	10.11
30	0.14884	0.0750	0.04412	-0.85953	21.18	-0.01983	0.76429	34.76	55.94	13.58	3.73	9.85
31	0.13377	0.0800	0.04412	-0.85953	21.29	-0.01983	0.76429	34.51	55.80	13.22	3.62	9.60
32	0.11574	0.0850	0.04412	-0.85953	21.41	-0.01983	0.76429	34.26	55.67	12.85	3.50	9.35
33	0.10304	0.0900	0.04412	-0.85953	21.52	-0.01983	0.76429	34.00	55.52	12.48	3.39	9.09
34	0.09007	0.0950	0.04412	-0.85953	21.63	-0.01297	0.53105	33.62	55.25	11.99	3.28	8.71
35	0.07024	0.1000	0.04412	-0.85953	21.75	-0.01297	0.53105	33.23	54.98	11.48	3.16	8.32
36	0.05545	0.1050	0.04412	-0.85953	21.86	-0.01270	0.52214	32.85	54.71	10.99	3.05	7.94
37	0.04640	0.1100	0.04412	-0.85953	21.97	-0.01270	0.52214	32.45	54.42	10.48	2.94	7.54
38	0.04608	0.1150	0.10602	-2.22133	22.04	-0.01270	0.52214	32.06	54.10	10.02	2.87	7.15
39	0.03210	0.1200	0.10602	-2.22133	22.08	-0.01803	0.69270	31.76	53.84	9.68	2.83	6.85
40 ⁴⁷	0.02758	0.1250	0.10602	-2.22133	22.13	-0.01803	0.69270	31.49	53.62	9.36	2.78	6.58
41	0.02663	0.1300	0.10602	-2.22133	22.18	-0.01803	0.69270	31.21	53.39	9.03	2.73	6.30
42	0.02338	0.1350	0.10602	-2.22133	22.23	-0.01507	0.60094	30.92	53.15	8.69	2.68	6.01
43	0.01792	0.1400	0.10602	-2.22133	22.27	-0.01507	0.60094	30.59	52.86	8.32	2.64	5.68
44 ⁴⁸	0.01511	0.1450	0.10602	-2.22133	22.32	-0.01507	0.60094	30.25	52.57	7.93	2.59	5.34
45	0.01345	0.1500	0.10602	-2.22133	22.37	-0.02529	0.90754	29.95	52.32	7.58	2.54	5.04
46	0.01143	0.1550	0.10602	-2.22133	22.41	-0.02529	0.90754	29.76	52.17	7.35	2.50	4.85
47	0.00956	0.1600	0.10602	-2.22133	22.46	-0.02529	0.90754	29.56	52.02	7.10	2.45	4.65
48	0.00831	0.1650	0.10602	-2.22133	22.51	-0.02529	0.90754	29.36	51.87	6.85	2.40	4.45
49	0.00747	0.1700	0.10602	-2.22133	22.56	-0.02529	0.90754	29.16	51.72	6.60	2.35	4.25
		0.1750	0.10602	-2.22133	22.60	-0.02314	0.84519	28.96	51.56	6.36	2.31	4.05
		0.1800	0.10602	-2.22133	22.65	-0.02314	0.84519	28.75	51.40	6.10	2.26	3.84
		0.1850	0.10602	-2.22133	22.70	-0.02314	0.84519	28.53	51.23	5.83	2.21	3.62
		0.1900	0.10602	-2.22133	22.74	-0.02314	0.84519	28.31	51.05	5.57	2.17	3.40
		0.1950	0.10602	-2.22133	22.79	-0.02314	0.84519	28.10	50.89	5.31	2.12	3.19
		0.2000	0.10602	-2.22133	22.84	-0.02597	0.92443	27.89	50.73	5.05	2.07	2.98
		0.2050	0.10602	-2.22133	22.89	-0.02597	0.92443	27.70	50.59	4.81	2.02	2.79
		0.2100	0.10602	-2.22133	22.93	-0.02597	0.92443	27.51	50.44	4.58	1.98	2.60
		0.2150	0.10602	-2.22133	22.98	-0.02597	0.92443	27.32	50.30	4.34	1.93	2.41
		0.2200	0.03125	-0.50162	23.09	-0.02597	0.92443	27.12	50.21	4.03	1.82	2.21
		0.2250	0.03125	-0.50162	23.25	-0.01995	0.76189	26.91	50.16	3.66	1.66	2.00
		0.2300	0.03125	-0.50162	23.41	-0.01995	0.76189	26.66	50.07	3.25	1.50	1.75
		0.2350	0.03125	-0.50162	23.57	-0.01995	0.76189	26.41	49.98	2.84	1.34	1.50
		0.2400	0.03125	-0.50162	23.73	-0.01995	0.76189	26.16	49.89	2.43	1.18	1.25
		0.2450	0.03125	-0.50162	23.89	-0.01710	0.68779	25.89	49.78	2.00	1.02	0.98
		0.2500	0.01191	-0.03746	24.14	-0.01710	0.68779	25.60	49.74	1.46	0.77	0.69
		0.2550	0.01191	-0.03746	24.56	-0.01710	0.68779	25.31	49.87	0.75	0.35	0.40

⁴⁶ A 21 éves korra vonatkozó 0.04991 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.06699 lett.

⁴⁷ A 40 éves korra vonatkozó 0.03446 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.02758 lett.

⁴⁸ A 44 éves korra vonatkozó 0.01884 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01511 lett.

2.10 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1934-ben született magyarországi férfiak első házasságai megkötésének független korszecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_i értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_{21} - x_1$	$x_2 - x_{21}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15	0.00003	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	9.90	25.10
16	0.00022	0.0050	0.01455	-0.24449	17.15	-	-	-	-	-	-	-
17	0.00286	0.0100	0.01455	-0.24449	17.49	-0.00155	0.08157	46.17	63.66	28.68	7.41	21.27
18	0.01741	0.0150	0.01455	-0.24449	17.83	-0.00245	0.12279	44.00	61.83	26.17	7.07	19.10
19	0.04662	0.0200	0.02921	-0.50837	17.09	-0.00194	0.10014	41.31	58.40	24.22	7.81	16.41
20	0.05275	0.0250	0.02921	-0.50837	18.26	-0.00461	0.20961	40.05	58.31	21.79	6.64	15.15
21 ⁴⁹	0.08125	0.0300	0.02921	-0.50837	18.43	-0.00926	0.03956	39.48	57.91	21.05	6.47	14.58
22	0.13756	0.0350	0.02921	-0.50837	18.60	-0.00443	0.20724	38.88	57.48	20.28	6.30	13.98
23	0.22712	0.0400	0.02921	-0.50837	18.77	-0.00901	0.38128	37.88	56.65	19.11	6.13	12.98
24	0.24624	0.0450	0.02921	-0.50837	18.94	-0.00901	0.38128	37.32	56.26	18.38	5.96	12.42
25	0.25777	0.0500	0.00613	-0.06985	19.55	-0.00292	0.15595	36.28	55.83	16.73	5.35	11.38
26	0.24022	0.0550	0.02850	-0.51725	20.08	-0.01572	0.60502	34.99	55.07	14.91	4.82	10.09
27	0.21185	0.0600	0.02850	-0.51725	20.25	-0.01572	0.60502	34.67	54.92	14.42	4.65	9.77
28	0.19194	0.0650	0.02850	-0.51725	20.43	-0.01572	0.60502	34.35	54.78	13.92	4.47	9.45
29	0.17092	0.0700	0.02850	-0.51725	20.61	-0.01572	0.60502	34.03	54.64	13.42	4.29	9.13
30	0.14155	0.0750	0.02850	-0.51725	20.78	-0.02094	0.78250	33.79	54.57	13.01	4.12	8.89
31	0.12474	0.0800	0.02850	-0.51725	20.96	-0.02094	0.78250	33.55	54.51	12.59	3.94	8.65
32	0.11113	0.0850	0.05631	-1.10126	21.07	-0.02094	0.78250	33.31	54.38	12.24	3.83	8.41
33	0.09148	0.0900	0.05631	-1.10126	21.16	-0.02094	0.78250	33.07	54.23	11.91	3.74	8.17
34 ⁵⁰	0.07054	0.0950	0.05631	-1.10126	21.24	-0.01965	0.73993	32.82	54.06	11.58	3.66	7.92
35	0.05482	0.1000	0.05631	-1.10126	21.33	-0.01965	0.73993	32.57	53.90	11.24	3.57	7.67
36	0.05083	0.1050	0.05631	-1.10126	21.42	-0.01965	0.73993	32.31	53.73	10.89	3.48	7.41
37	0.04791	0.1100	0.05631	-1.10126	21.51	-0.01965	0.73993	32.06	53.57	10.55	3.39	7.16
38	0.03890	0.1150	0.05631	-1.10126	21.60	-0.01361	0.54665	31.72	53.32	10.12	3.30	6.82
39	0.03447	0.1200	0.05631	-1.10126	21.69	-0.01361	0.54665	31.35	53.04	9.66	3.21	6.45
40	0.02521	0.1250	0.05631	-1.10126	21.78	-0.01681	0.64585	30.98	52.76	9.20	3.12	6.08
41 ⁵¹	0.02060	0.1300	0.05631	-1.10126	21.85	-0.01681	0.64585	30.69	52.54	8.84	3.05	5.79
42	0.01866	0.1350	0.05631	-1.10126	21.95	-0.01681	0.64585	30.39	52.34	8.44	2.95	5.49
43	0.01744	0.1400	0.08956	-1.83276	22.03	-0.01681	0.64585	30.09	52.12	8.06	2.87	5.19
44	0.01499	0.1450	0.08956	-1.83276	22.08	-0.02937	1.02265	29.88	51.96	7.80	2.82	4.98
45	0.01218	0.1500	0.08956	-1.83276	22.14	-0.02937	1.02265	29.71	51.85	7.57	2.76	4.81
46	0.01027	0.1550	0.08956	-1.83276	22.19	-0.02937	1.02265	29.54	51.73	7.35	2.71	4.64
47	0.00872	0.1600	0.08956	-1.83276	22.25	-0.02937	1.02265	29.37	51.62	7.12	2.65	4.47
48	0.00775	0.1650	0.08956	-1.83276	22.31	-0.02937	1.02265	29.20	51.51	6.89	2.59	4.30
49	0.00696	0.1700	0.08956	-1.83276	22.36	-0.02937	1.02265	29.03	51.39	6.67	2.54	4.13
		0.1750	0.08956	-1.83276	22.42	-0.02102	0.78050	28.81	51.23	6.39	2.48	3.91
		0.1800	0.08956	-1.83276	22.47	-0.02102	0.78050	28.57	51.04	6.10	2.43	3.67
		0.1850	0.08956	-1.83276	22.53	-0.02102	0.78050	28.33	50.86	5.80	2.37	3.43
		0.1900	0.08956	-1.83276	22.59	-0.02102	0.78050	28.09	50.68	5.50	2.31	3.19
		0.1950	0.08956	-1.83276	22.64	-0.01991	0.74942	27.85	50.49	5.21	2.26	2.95
		0.2000	0.08956	-1.83276	22.70	-0.01991	0.74942	27.60	50.30	4.90	2.20	2.70
		0.2050	0.08956	-1.83276	22.75	-0.01991	0.74942	27.34	50.09	4.59	2.15	2.44
		0.2100	0.08956	-1.83276	22.81	-0.01991	0.74942	27.09	49.90	4.28	2.09	2.19
		0.2150	0.08956	-1.83276	22.86	-0.02837	0.97784	26.89	49.75	4.03	2.04	1.99
		0.2200	0.08956	-1.83276	22.92	-0.02837	0.97784	26.71	49.63	3.79	1.98	1.81
		0.2250	0.08956	-1.83276	22.98	-0.02837	0.97784	26.54	49.52	3.56	1.92	1.64
		0.2300	0.01912	-0.21264	23.15	-0.02837	0.97784	26.36	49.51	3.21	1.75	1.46
		0.2350	0.01912	-0.21264	23.41	-0.02837	0.97784	26.18	49.59	2.77	1.49	1.28
		0.2400	0.01912	-0.21264	23.67	-0.02837	0.97784	26.01	49.68	2.34	1.23	1.11
		0.2450	0.01912	-0.21264	23.94	-0.01755	0.69652	25.73	49.67	1.79	0.96	0.83
		0.2500	0.01153	-0.03048	24.33	-0.01755	0.69652	25.44	49.77	1.11	0.57	0.54
		0.2550	0.01153	-0.03048	24.76	-0.01755	0.69652	25.16	49.92	0.40	0.14	0.26

⁴⁹ A 21 éves korra vonatkozó 0.05118 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.08125 lett.

⁵⁰ A 34 éves korra vonatkozó 0.09423 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.07054 lett.

⁵¹ A 41 éves korra vonatkozó 0.02689 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.02060 lett.

2.11 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1935-ben született magyarországi férfiak első házasságai megkötésének független korszecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_i értékek	Az ekvidiszians házasságkötési valószínűségek	m_i	b_i	x_i	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_{M1} - x_1$	$x_2 - x_{M1}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15	-	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	9.30	25.70
16	0.00038	0.0050	0.01379	-0.23087	17.10	-	-	-	-	-	-	-
17	0.00356	0.0100	0.01379	-0.23087	17.47	-0.00189	0.09588	45.44	62.91	27.97	6.83	21.14
18	0.01735	0.0150	0.01379	-0.23087	17.83	-0.00226	0.11227	43.04	60.87	25.21	6.47	18.74
19	0.04735	0.0200	0.03000	-0.52265	18.09	-0.00541	0.24431	41.46	59.55	23.37	6.21	17.16
20	0.05234	0.0250	0.03000	-0.52265	18.26	-0.00402	0.18732	40.38	58.64	22.12	6.04	16.08
21	0.07204	0.0300	0.03000	-0.52265	18.42	-0.00674	0.29612	39.48	57.90	21.06	5.88	15.18
22	0.14212	0.0350	0.03000	-0.52265	18.59	-0.00707	0.30213	37.78	56.37	19.19	5.71	13.48
23	0.22411	0.0400	0.03000	-0.52265	18.76	-0.00707	0.30213	37.08	55.84	18.32	5.54	12.78
24	0.25077	0.0450	0.03000	-0.52265	18.92	-0.00620	0.26994	36.28	55.20	17.36	5.38	11.98
25	0.24419	0.0500	0.00499	-0.04746	19.53	-0.00857	0.35526	35.62	55.15	16.09	4.77	11.32
26	0.22170	0.0550	0.01970	-0.34166	20.14	-0.00857	0.35526	35.04	55.18	14.90	4.16	10.74
27	0.19905	0.0600	0.01970	-0.34166	20.39	-0.01352	0.52851	34.65	55.04	14.26	3.91	10.35
28	0.17742	0.0650	0.01970	-0.34166	20.64	-0.01352	0.52851	34.28	54.92	13.64	3.66	9.98
29	0.16031	0.0700	0.01970	-0.34166	20.90	-0.22240	0.82499	33.95	54.85	13.05	3.40	9.65
30	0.13891	0.0750	0.07008	-1.39964	21.04	-0.22240	0.82499	33.72	54.76	12.68	3.26	9.42
31	0.12552	0.0800	0.07008	-1.39964	21.11	-0.22240	0.82499	33.50	54.61	12.39	3.19	9.20
32	0.11020	0.0850	0.07008	-1.39964	21.18	-0.22240	0.82499	33.27	54.45	12.09	3.12	8.97
33	0.09107	0.0900	0.07008	-1.39964	21.26	-0.22240	0.82499	33.05	54.31	11.79	3.04	8.75
34	0.06883	0.0950	0.07008	-1.39964	21.33	-0.01913	0.72236	32.79	54.12	11.46	2.97	8.49
35	0.05531	0.1000	0.07008	-1.39964	21.40	-0.01913	0.72236	32.53	53.93	11.13	2.90	8.23
36	0.04674	0.1050	0.07008	-1.39964	21.47	-0.01913	0.72236	32.27	53.74	10.80	2.83	7.97
37	0.04054	0.1100	0.07008	-1.39964	21.54	-0.01913	0.72236	32.01	53.55	10.47	2.76	7.71
38	0.03347	0.1150	0.07008	-1.39964	21.61	-0.01532	0.60044	31.69	53.30	10.08	2.69	7.39
39	0.03326	0.1200	0.07008	-1.39964	21.68	-0.01532	0.60044	31.36	53.04	9.68	2.62	7.06
40	0.02652	0.1250	0.07008	-1.39964	21.76	-0.01532	0.60044	31.03	52.79	9.27	2.54	6.73
41	0.02250	0.1300	0.07008	-1.39964	21.83	-0.01339	0.54061	30.67	52.50	8.84	2.47	6.37
42	0.01709	0.1350	0.07008	-1.39964	21.90	-0.01339	0.54061	30.29	52.19	8.39	2.40	5.99
43	0.01509	0.1400	0.07008	-1.39964	21.97	-0.02140	0.78091	29.95	51.92	7.98	2.33	5.65
44	0.01283	0.1450	0.08199	-1.66166	22.04	-0.02140	0.78091	29.72	51.76	7.68	2.26	5.42
45	0.01083	0.1500	0.08199	-1.66166	22.10	-0.02140	0.78091	29.48	51.58	7.38	2.20	5.18
46	0.00893	0.1550	0.08199	-1.66166	22.16	-0.02140	0.78091	29.25	51.41	7.09	2.14	4.95
47	0.00773	0.1600	0.08199	-1.66166	22.22	-0.02140	0.78091	29.01	51.23	6.79	2.08	4.71
48	0.06860	0.1650	0.08199	-1.66166	22.28	-0.01711	0.65650	28.73	51.01	6.45	2.02	4.43
49	0.00616	0.1700	0.08199	-1.66166	22.34	-0.01711	0.65650	28.43	50.77	6.09	1.96	4.13
		0.1750	0.08199	-1.66166	22.40	-0.01711	0.65650	28.14	50.54	5.74	1.90	3.84
		0.1800	0.08199	-1.66166	22.46	-0.02163	0.78306	27.88	50.34	5.42	1.84	3.58
		0.1850	0.08199	-1.66166	22.52	-0.02163	0.78306	27.65	50.17	5.13	1.78	3.35
		0.1900	0.08199	-1.66166	22.58	-0.02163	0.78306	27.42	50.00	4.84	1.72	3.12
		0.1950	0.08199	-1.66166	22.64	-0.02163	0.78306	27.19	49.83	4.55	1.66	2.89
		0.2000	0.08199	-1.66166	22.71	-0.02265	0.81060	26.96	49.67	4.25	1.59	2.66
		0.2050	0.08199	-1.66166	22.77	-0.02265	0.81060	26.74	49.51	3.97	1.53	2.44
		0.2100	0.08199	-1.66166	22.83	-0.02265	0.81060	26.52	49.35	3.69	1.47	2.22
		0.2150	0.08199	-1.66166	22.89	-0.02265	0.81060	26.30	49.19	3.41	1.41	2.00
		0.2200	0.08199	-1.66166	22.95	-0.02265	0.81060	26.08	49.03	3.13	1.35	1.78
		0.2250	0.02666	-0.38907	23.03	-0.02249	0.80644	25.85	48.88	2.82	1.27	1.55
		0.2300	0.02666	-0.38907	23.22	-0.02249	0.80644	25.63	48.85	2.41	1.08	1.33
		0.2350	0.02666	-0.38907	23.41	-0.02249	0.80644	25.41	48.82	2.00	0.89	1.11
		0.2400	0.02666	-0.38907	23.60	-0.02249	0.80644	25.19	48.79	1.59	0.70	0.89
		0.2450	0.02666	-0.38907	23.78	-0.00685	0.40869	24.88	48.66	1.10	0.52	0.58

**2. AZ EKVIVALENCIA SZÁMÍTÁS FŐBB EREDMÉNYEI AZ 1925-1935 ÉVEKBEN
SZÜLETETT MAGYARORSZÁGI NŐK ELSŐ HÁZASSÁGAI MEGKÖTÉSÉNEK
FÜGGETLEN KORSPECIFIKUS VALÓSZÍNŰSÉGEI ALAPJÁN**

3.2 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1926-ban született magyarországi nők első házasságai megkötésének független korszecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
14	0.00030	0.0000	-	-	14.00	-	-	50.00	64.00	36.00	9.05	26.95
15	0.00558	0.0050	0.0053	-0.07362	14.89	-	-	-	-	-	-	-
16	0.02748	0.0100	0.0219	-0.32292	15.20	-0.0041	0.20214	46.52	61.72	31.32	7.85	23.47
17	0.05000	0.0150	0.0219	-0.32292	15.43	-0.0050	0.24170	45.43	60.86	30.00	7.62	22.38
18	0.07500	0.0200	0.0219	-0.32292	15.66	-0.0059	0.27865	43.84	59.50	28.18	7.39	20.79
19	0.11500	0.0250	0.0219	-0.32292	15.89	-0.0036	0.17846	42.99	58.88	27.10	7.16	19.94
20	0.15602	0.0300	0.0225	-0.33284	16.11	-0.0027	0.14024	41.44	57.55	25.33	6.94	18.39
21	0.17642	0.0350	0.0225	-0.33284	16.33	-0.0050	0.23488	39.81	56.14	23.48	6.72	16.76
22	0.18372	0.0400	0.0225	-0.33284	16.56	-0.0065	0.29143	38.86	55.42	22.30	6.49	15.81
23	0.20516	0.0450	0.0225	-0.33284	16.78	-0.0065	0.29143	38.09	54.87	21.31	6.27	15.04
24	0.18792	0.0500	0.0225	-0.33284	17.00	-0.0055	0.25267	37.19	54.19	20.19	6.05	14.14
25	0.17290	0.0550	0.0250	-0.37500	17.20	-0.0078	0.33229	35.60	52.80	18.40	5.85	12.55
26	0.16342	0.0600	0.0250	-0.37500	17.40	-0.0078	0.33089	34.95	52.35	17.55	5.65	11.90
27	0.14233	0.0650	0.0250	-0.37500	17.60	-0.0078	0.33089	34.31	51.91	16.71	5.45	11.26
28 ³²	0.14567	0.0700	0.0250	-0.37500	17.80	-0.0134	0.52299	33.81	51.61	16.01	5.25	10.76
29	0.12268	0.0750	0.0250	-0.37500	18.00	-0.0134	0.52299	33.43	51.43	15.43	5.05	10.38
30	0.10773	0.0800	0.0400	-0.64500	18.13	-0.0134	0.52299	33.06	51.19	14.93	4.92	10.01
31	0.09879	0.0850	0.0400	-0.64500	18.25	-0.0059	0.27582	32.29	50.54	14.04	4.80	9.24
32	0.08670	0.0900	0.0400	-0.64500	18.38	-0.0121	0.47359	31.73	50.11	13.35	4.67	8.68
33	0.08079	0.0950	0.0400	-0.64500	18.50	-0.0121	0.47359	31.31	49.81	12.81	4.55	8.26
34	0.06739	0.1000	0.0400	-0.64500	18.63	-0.0089	0.37593	30.86	49.49	12.23	4.42	7.81
35	0.05964	0.1050	0.0400	-0.64500	18.75	-0.0089	0.37593	30.30	49.05	11.55	4.30	7.25
36	0.05185	0.1100	0.0400	-0.64500	18.88	-0.0150	0.55623	29.85	48.73	10.97	4.17	6.80
37	0.05102	0.1150	0.0400	-0.64500	19.00	-0.0150	0.55623	29.51	48.51	10.51	4.05	6.46
38	0.04557	0.1200	0.0410	-0.66438	19.12	-0.0150	0.55623	29.18	48.30	10.06	3.93	6.13
39	0.03910	0.1250	0.0410	-0.66438	19.24	-0.0088	0.37788	28.74	47.98	9.50	3.81	5.69
40	0.03408	0.1300	0.0410	-0.66438	19.37	-0.0088	0.37788	28.17	47.54	8.80	3.68	5.12
41	0.03118	0.1350	0.0410	-0.66438	19.49	-0.0109	0.43528	27.68	47.17	8.19	3.56	4.63
42	0.02852	0.1400	0.0410	-0.66438	19.61	-0.0109	0.43529	27.21	46.82	7.60	3.44	4.16
43	0.02495	0.1450	0.0410	-0.66438	19.73	0.0211	0.71176	26.87	46.60	7.14	3.32	3.82
44	0.01905	0.1500	0.0410	-0.66438	19.85	-0.0211	0.71176	26.64	46.49	6.79	3.20	3.59
45	0.01715	0.1550	0.0410	-0.66438	19.98	-0.0211	0.71176	26.40	46.38	6.42	3.07	3.35
46	0.01216	0.1600	0.0204	-0.25198	20.20	-0.0211	0.71176	26.16	46.36	5.96	2.85	3.11
47 ³³	0.01596	0.1650	0.0204	-0.25198	20.44	-0.0095	0.40990	25.83	46.27	5.39	2.61	2.78
48	0.00731	0.1700	0.0204	-0.25198	20.69	-0.0095	0.40990	25.31	46.00	4.62	2.36	2.26
(49	0.01255)	0.1750	0.0204	-0.25198	20.93	-0.0150	0.54840	24.86	45.79	3.93	2.12	1.81
		0.1800	0.0073	-0.02312	21.49	-0.0150	0.54840	24.53	46.02	3.04	1.56	1.48
		0.1850	0.0214	-0.28796	22.06	-0.0150	0.54840	24.29	46.35	2.23	0.99	1.24
		0.1900	0.0214	-0.28796	22.29	-0.0172	0.60168	23.88	46.17	1.59	0.76	0.83
		0.1950	0.0214	-0.28796	22.53	-0.0172	0.60168	23.59	46.12	1.06	0.52	0.54
		0.2000	0.0214	-0.28796	22.76	-0.0172	0.60168	23.30	46.06	0.54	0.29	0.25

³² A 28 éves korra vonatkozó 0.14567 valószínűség a kiegészítés következtében 0.13148 lett.

³³ A 47 éves korra vonatkozó 0.01596 valószínűség a kiegészítés következtében 0.00803 lett.

3.3 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1927-ben született magyarországi nők első házasságai megkötésének független korszpecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_{2t} - x_{1t}$	$x_2 - x_{2t}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
14	0.00030	0.0000	-	-	14.00	-	-	50.00	64.00	36.00	8.42	27.58
15	0.00558	0.0050	0.0053	-0.07362	14.89	-	-	-	-	-	-	-
16	0.02748	0.0100	0.0219	-0.32292	15.20	-0.0077	0.36838	46.79	61.99	31.59	7.22	24.37
17	0.05321	0.0150	0.0219	-0.32292	15.43	-0.0077	0.36838	46.13	61.56	30.70	6.99	23.71
18	0.09346	0.0200	0.0219	-0.32292	15.66	-0.0034	0.16837	43.38	59.04	27.72	6.76	20.96
19	0.12819	0.0250	0.0219	-0.32292	15.89	-0.0064	0.29479	42.42	58.31	26.53	6.53	20.00
20	0.15780	0.0300	0.0257	-0.38420	16.10	-0.0065	0.29453	40.70	56.80	24.60	6.32	18.28
21	0.17341	0.0350	0.0257	-0.38420	16.29	-0.0044	0.20893	39.89	56.18	23.60	6.13	17.47
22	0.20015	0.0400	0.0257	-0.38420	16.49	-0.0012	0.08569	38.08	54.57	21.59	5.93	15.66
23	0.19780	0.0450	0.0257	-0.38420	16.68	-0.0062	0.27201	36.73	53.41	20.05	5.74	14.31
24	0.18874	0.0500	0.0257	-0.38420	16.88	-0.0090	0.37281	35.95	52.83	19.07	5.54	13.53
25	0.17023	0.0550	0.0403	-0.63104	17.04	-0.0090	0.37281	35.39	52.43	18.35	5.38	12.97
26	0.15519	0.0600	0.0403	-0.63104	17.17	-0.0130	0.51287	34.89	52.06	17.72	5.25	12.47
27 ⁵⁴	0.16072	0.0650	0.0403	-0.63104	17.29	-0.0130	0.51281	34.50	51.79	17.21	5.13	12.08
28	0.13456	0.0700	0.0403	-0.63104	17.42	-0.0130	0.51281	34.11	51.53	16.69	5.00	11.69
29	0.11651	0.0750	0.0403	-0.63104	17.54	-0.0051	0.24353	33.31	50.85	15.77	4.88	10.89
30	0.11123	0.0800	0.0403	-0.63104	17.67	-0.0087	0.36266	32.60	50.27	14.93	4.75	10.18
31	0.09127	0.0850	0.0403	-0.63104	17.79	-0.0087	0.36266	32.03	49.82	14.24	4.63	9.61
32	0.08522	0.0900	0.0403	-0.63104	17.91	-0.0061	0.27882	31.21	49.12	13.30	4.51	8.79
33	0.07655	0.0950	0.0347	-0.53168	18.04	-0.0200	0.71003	30.81	48.85	12.77	4.38	8.39
34	0.07149	0.1000	0.0347	-0.53168	18.19	-0.0200	0.71003	30.56	48.75	12.37	4.23	8.14
35	0.05851	0.1050	0.0347	-0.53168	18.33	-0.0200	0.71003	30.31	48.64	11.98	4.09	7.89
36	0.04953	0.1100	0.0347	-0.53168	18.48	-0.0200	0.71003	30.06	48.54	11.58	3.94	7.64
37	0.04335	0.1150	0.0347	-0.53168	18.62	-0.0053	0.26963	29.29	47.91	10.67	3.80	6.87
38	0.04009	0.1200	0.0347	-0.53168	18.76	-0.0181	0.63996	28.81	47.57	10.05	3.66	6.39
39	0.03889	0.1250	0.0347	-0.53168	18.91	-0.0181	0.63996	28.53	47.44	9.62	3.51	6.11
40	0.03453	0.1300	0.0296 ⁵⁵	-0.43440	19.06	-0.0181	0.63996	28.25	47.31	9.19	3.36	5.83
41	0.02803	0.1350	0.0296	-0.43440	19.23	-0.0108	0.43752	27.96	47.19	8.73	3.19	5.54
42	0.02767	0.1400	0.0296	-0.43440	19.40	-0.0108	0.43752	27.50	46.90	8.10	3.02	5.08
43	0.02131	0.1450	0.0296	-0.43440	19.57	-0.0108	0.43752	27.04	46.61	7.47	2.85	4.62
44 ⁵⁵	0.01607	0.1500	0.0296	-0.43440	19.74	-0.0098	0.41025	26.53	46.27	6.79	2.68	4.11
45	0.01645	0.1550	0.0296	-0.43440	19.91	-0.0098	0.41025	26.02	45.93	6.11	2.51	3.60
46	0.01602	0.1600	0.0156	-0.15440	20.14	-0.0150	0.54623	25.68	45.82	5.54	2.28	3.26
47	0.00836	0.1650	0.0156	-0.15440	20.46	-0.0150	0.54623	25.35	45.81	4.89	1.96	2.93
48 ⁵⁶	0.01064	0.1700	0.0156	-0.15440	20.78	-0.0150	0.54623	25.02	45.80	4.24	1.64	2.60
49	0.00743	0.1750	0.0267	-0.38813	21.06	-0.0185	0.63298	24.74	45.80	3.68	1.36	2.32
		0.1800	0.0267	-0.38813	21.25	-0.0185	0.63298	24.47	45.72	3.22	1.17	2.05
		0.1850	0.0267	-0.38813	21.43	-0.0185	0.63298	24.20	45.63	2.77	0.99	1.78
		0.1900	0.0267	-0.38813	21.62	-0.0091	0.40618	23.86	45.48	2.24	0.80	1.44
		0.1950	0.0267	-0.38813	21.81	-0.0091	0.40618	23.31	45.12	1.50	0.61	0.89
		0.2000	0.0267	-0.38813	21.99	-0.0091	0.25185	22.96	44.95	0.97	0.52	0.45

⁵⁴ A 27 éves korra vonatkozó 0.16072 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.14538 lett.

⁵⁵ A 44 éves korra vonatkozó 0.01607 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01789 lett.

⁵⁶ A 48 éves korra vonatkozó 0.01064 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.00823 lett.

3.4 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1928-ban született magyarországi nők első házasságai megkötésének független korszecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A lényeges n_i értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_{M1} - x_1$	$x_2 - x_{M1}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
14	0.00030	0.0000	-	-	14.00	-	-	50.00	64.00	36.00	7.85	28.15
15	0.00558	0.0050	0.0053	-0.07362	14.89	-	-	-	-	-	-	-
16	0.02748	0.0100	0.0219	-0.32292	15.20	-	-	-	-	-	-	-
17	0.05321	0.0150	0.0219	-0.32292	15.43	-0.0017	0.09196	44.23	59.66	28.80	6.42	22.38
18	0.09346	0.0200	0.0219	-0.32292	15.66	-0.0059	0.27544	43.22	58.88	27.56	6.19	21.37
19	0.13145	0.0250	0.0219	-0.32292	15.89	-0.0082	0.35742	40.74	56.63	24.85	5.96	18.89
20	0.15743	0.0300	0.0257	-0.38420	16.10	-0.0082	0.35742	40.13	56.23	24.03	5.75	18.28
21	0.19724	0.0350	0.0257	-0.38420	16.29	-0.0072	0.31822	39.45	55.74	23.16	5.56	17.60
22	0.20354	0.0400	0.0257	-0.38420	16.49	-0.0020	0.11698	38.11	54.60	21.62	5.36	16.26
23	0.19184	0.0450	0.0257	-0.38420	16.68	-0.0104	0.43466	37.54	54.22	20.86	5.17	15.69
24	0.18249	0.0500	0.0257	-0.38420	16.88	-0.0104	0.43466	37.06	53.94	20.18	4.97	15.21
25	0.17661	0.0550	0.0403	-0.63104	17.04	-0.0097	0.39406	34.95	51.99	17.91	4.81	13.10
26 ⁵⁷	0.17858	0.0600	0.0403	-0.63104	17.17	-0.0097	0.39406	34.44	51.61	17.27	4.68	12.59
27	0.15689	0.0650	0.0403	-0.63104	17.29	-0.0104	0.41718	33.93	51.22	16.64	4.56	12.08
28	0.13543	0.0700	0.0403	-0.63104	17.42	-0.0104	0.41718	33.45	50.87	16.03	4.43	11.60
29	0.12292	0.0750	0.0403	-0.63104	17.54	-0.0047	0.22809	32.92	50.46	15.38	4.31	11.07
30	0.10860	0.0800	0.0403	-0.63104	17.67	-0.0223	0.79289	31.97	49.64	14.30	4.18	10.12
31	0.10159	0.0850	0.0403	-0.63104	17.79	-0.0223	0.79289	31.74	49.53	13.95	4.06	9.89
32	0.07929	0.0900	0.0403	-0.63104	17.91	-0.0223	0.79289	31.52	49.43	13.61	3.94	9.67
33	0.07464	0.0950	0.0380	-0.59036	18.04	-0.0223	0.79289	31.30	49.34	13.26	3.81	9.45
34	0.06426	0.1000	0.0380	-0.59036	18.17	-0.0223	0.79289	31.07	49.24	12.90	3.68	9.22
35	0.05456	0.1050	0.0380	-0.59036	18.30	-0.0070	0.31890	30.51	48.81	12.21	3.55	8.66
36 ⁵⁸	0.05703	0.1100	0.0380	-0.59036	18.44	-0.0143	0.53820	29.90	48.34	11.46	3.41	8.05
37	0.05060	0.1150	0.0380	-0.59036	18.57	-0.0143	0.53820	29.55	48.12	10.98	3.28	7.70
38	0.04022	0.1200	0.0380	-0.59036	18.70	-0.0143	0.53820	29.20	47.90	10.50	3.15	7.35
39	0.03820	0.1250	0.0380	-0.59036	18.83	-0.0125	0.48571	28.83	47.66	10.00	3.02	6.98
40	0.03102	0.1300	0.0380	-0.59036	18.96	-0.0125	0.48571	28.43	47.39	9.47	2.89	6.58
41	0.02286	0.1350	0.0260	-0.43440	19.14	-0.0125	0.48571	28.03	47.17	8.89	2.71	6.18
42	0.02160	0.1400	0.0260	-0.43440	19.44	-0.0215	0.73631	27.79	47.23	8.35	2.41	5.94
43	0.02131	0.1450	0.0260	-0.43440	19.52	-0.0215	0.73631	27.55	47.07	8.03	2.33	5.70
44	0.01540	0.1500	0.0260	-0.43440	19.71	-0.0215	0.73631	27.32	47.03	7.61	2.14	5.47
45	0.01366	0.1550	0.0260	-0.43440	19.91	-0.0215	0.73631	27.09	47.00	7.18	1.94	5.24
46	0.01271	0.1600	0.0398	-0.15440	20.06	-0.0125	0.49331	26.75	46.81	6.69	1.79	4.90
47 ⁵⁹	0.01076	0.1650	0.0398	-0.15440	20.19	-0.0125	0.49331	26.35	46.54	6.16	1.66	4.50
48	0.01192	0.1700	0.0398	-0.15440	20.32	-0.0073	0.35811	25.91	46.23	5.59	1.53	4.06
49	0.01151	0.1750	0.0398	-0.38813	20.44	-0.0073	0.35811	25.22	45.66	4.78	1.41	3.37
		0.1800	0.0398	-0.38813	20.57	-0.0059	0.32361	24.42	44.99	3.85	1.28	2.57
		0.1850	0.0398	-0.38813	20.69	-0.0094	0.40589	23.73	44.42	3.04	1.16	1.88
		0.1900	0.0398	-0.38813	20.82	-0.0094	0.40589	23.20	44.02	2.38	1.03	1.35
		0.1950	0.0398	-0.38813	20.94	-0.0117	0.46094	22.73	43.67	1.79	0.91	0.88
		0.2000	0.0063	-0.38813	21.44	-0.0117	0.46094	22.30	43.74	0.86	0.41	0.45

⁵⁷ A 26 éves korra vonatkozó 0.17858 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.16935 lett.

⁵⁸ A 36 éves korra vonatkozó 0.05703 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.05269 lett.

⁵⁹ A 47 éves korra vonatkozó 0.01076 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01223 lett.

3.5 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1929-ben született magyarországi nők első házasságai megkötésének független korszpecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
14	0.00030	0.0000	-	-	14.00	-	-	50.00	64.00	36.00	7.50	28.50
15	0.00558	0.0050	0.0053	-0.07362	14.89	-	-	-	-	-	-	-
16	0.02748	0.0100	0.0219	-0.32292	15.20	0.00	0.10	46.12	61.32	30.92	6.30	24.62
17	0.05321	0.0150	0.0219	-0.32292	15.43	-0.0025	0.12635	44.54	59.97	29.11	6.07	23.04
18	0.09476	0.0200	0.0219	-0.32292	15.66	-0.0023	0.11967	42.59	58.25	26.93	5.84	21.09
19	0.12805	0.0250	0.0219	-0.32292	15.89	-0.0065	0.28851	40.67	56.56	24.78	5.61	19.17
20	0.17675	0.0300	0.0257	-0.38420	16.10	-0.0040	0.18931	39.84	55.93	23.74	5.40	18.34
21	0.20661	0.0350	0.0257	-0.38420	16.29	-0.0081	0.34960	38.79	55.08	22.50	5.21	17.29
22	0.20651	0.0400	0.0257	-0.38420	16.49	-0.0081	0.22952	38.18	54.67	21.69	5.01	16.68
23	0.20510	0.0450	0.0257	-0.38420	16.68	-0.0050	0.23063	37.28	53.96	20.60	4.82	15.78
24	0.19937	0.0500	0.0257	-0.38420	16.88	-0.0050	0.21119	36.27	53.15	19.39	4.62	14.77
25 ⁶⁰	0.19018	0.0550	0.0416	-0.65314	17.04	-0.0044	0.67948	35.18	52.22	18.14	4.46	13.68
26	0.17595	0.0600	0.0416	-0.65314	17.16	-0.0183	0.67948	33.81	50.97	16.65	4.34	12.31
27	0.15513	0.0650	0.0416	-0.65314	17.28	-0.0183	0.67948	33.54	50.82	16.26	4.22	12.04
28	0.13834	0.0700	0.0416	-0.65314	17.40	-0.0183	0.22959	33.26	50.66	15.86	4.10	11.76
29	0.11684	0.0750	0.0416	-0.65314	17.52	-0.0047	0.16175	32.96	50.48	15.44	3.98	11.46
30	0.10561	0.0800	0.0416	-0.65314	17.64	-0.0026	0.81151	31.81	49.45	14.17	3.86	10.31
31	0.08208	0.0850	0.0416	-0.65314	17.77	-0.0235	0.81151	30.88	48.65	13.11	3.73	9.38
32	0.07951	0.0900	0.0416	-0.65314	17.89	-0.0235	0.81151	30.66	48.55	12.77	3.61	9.16
33	0.07482	0.0950	0.0333	-0.50446	18.01	-0.0235	0.81151	30.45	48.46	12.44	3.49	8.95
34	0.05650	0.1000	0.0333	-0.50446	18.16	-0.0235	0.81151	30.24	48.40	12.08	3.34	8.74
35	0.05579	0.1050	0.0333	-0.50446	18.31	-0.0235	0.81151	30.03	48.34	11.72	3.19	8.53
36	0.05135	0.1100	0.0333	-0.50446	18.46	-0.0112	0.44251	29.61	48.07	11.15	3.04	8.11
37	0.04637	0.1150	0.0333	-0.50446	18.61	-0.0112	0.44251	29.16	47.77	10.55	2.89	7.66
38	0.04142	0.1200	0.0333	-0.50446	18.76	-0.0215	0.74034	28.85	47.61	10.09	2.74	7.35
39	0.03331	0.1250	0.0333	-0.50446	18.91	-0.0215	0.74034	28.62	47.53	9.71	2.59	7.12
40	0.02931	0.1300	0.0487	-0.79725	19.04	-0.0215	0.74034	28.39	47.43	9.35	2.46	6.89
41	0.02283	0.1350	0.0487	-0.79725	19.14	-0.0215	0.74034	28.16	47.30	9.02	2.36	6.66
42	0.02139	0.1400	0.0487	-0.79725	19.25	-0.0168	0.60846	27.90	47.15	8.65	2.25	6.40
43 ⁶¹	0.01905	0.1450	0.0487	-0.79725	19.35	-0.0168	0.60846	27.60	46.95	8.25	2.15	6.10
44	0.01635	0.1500	0.0487	-0.79725	19.45	-0.0168	0.60846	27.31	46.76	7.86	2.05	5.81
45	0.01385	0.1550	0.0487	-0.79725	19.55	-0.0168	0.60846	27.01	46.56	7.46	1.95	5.51
46	0.01022	0.1600	0.0487	-0.79725	19.66	-0.0208	0.71727	26.77	46.43	7.11	1.84	5.27
47 ⁶²	0.00845	0.1650	0.0487	-0.79725	19.76	-0.0208	0.71727	26.53	46.29	6.77	1.74	5.03
48	0.00687	0.1700	0.0487	-0.79725	19.86	-0.0208	0.71727	26.29	46.15	6.43	1.64	4.79
49	0.00768	0.1750	0.0487	-0.79725	19.96	-0.0208	0.71727	26.05	46.01	6.09	1.54	4.55
		0.1800	0.0299	-0.42045	20.11	-0.0142	0.54593	25.72	45.83	5.61	1.39	4.22
		0.1850	0.0299	-0.42045	20.28	-0.0142	0.54593	25.36	45.64	5.08	1.22	3.86
		0.1900	0.0299	-0.42045	20.44	-0.0142	0.54593	25.01	45.45	4.57	1.06	3.51
		0.1950	0.0299	-0.42045	20.61	-0.0092	0.41993	24.48	45.09	3.87	0.89	2.98
		0.2000	0.0299	-0.42045	20.78	-0.0057	0.33689	23.89	44.67	3.11	0.72	2.39
		0.2050	0.0299	-0.42045	20.95	-0.00570	0.33689	23.02	43.97	2.07	0.55	1.52

⁶⁰ A 25 éves korra vonatkozó 0.20186 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.19018 lett.

⁶¹ A 43 éves korra vonatkozó 0.02168 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01905 lett.

⁶² A 47 éves korra vonatkozó 0.01177 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.00845 lett.

3.6 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1930-ban született magyarországi nők első házasságai megkötésének független korszecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A lényeges n_1 értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
14	0.00030	0.0000	-	-	14.00	-	-	50.00	64.00	36.00	9.90	26.10
15	0.00558	0.0050	0.0053	-0.07362	14.89	-	-	-	-	-	-	-
16	0.02193	0.0100	0.0164	-0.23967	15.27	-	-	-	-	-	-	-
17	0.05453	0.0150	0.0164	-0.23967	15.58	-0.0019	0.09980	43.71	59.29	28.13	8.32	19.81
18	0.09393	0.0200	0.0164	-0.23967	15.88	-0.0056	0.25580	41.96	57.84	26.08	8.02	18.06
19	0.14424	0.0250	0.0326	-0.49967	16.09	-0.0056	0.25580	41.07	57.16	24.98	7.81	17.17
20	0.18686	0.0300	0.0326	-0.49967	16.25	-0.0087	0.37455	39.79	56.04	23.54	7.65	15.89
21	0.19473	0.0350	0.0326	-0.49967	16.40	-0.0087	0.37455	39.21	55.61	22.81	7.50	15.31
22	0.20146	0.0400	0.0326	-0.49967	16.55	-0.0083	0.35498	37.86	54.41	21.31	7.35	13.96
23	0.20495	0.0450	0.0326	-0.49967	16.71	-0.0083	0.35498	37.26	53.97	20.55	7.19	13.36
24	0.21279	0.0500	0.0326	-0.49967	16.86	-0.0012	0.09118	35.20	52.06	18.34	7.04	11.30
25	0.20085	0.0550	0.0394	-0.61527	17.01	-0.0062	0.26688	34.26	51.27	17.25	6.89	10.36
26	0.17335	0.0600	0.0394	-0.61527	17.14	-0.0170	0.63408	33.79	50.93	16.65	6.76	9.89
27	0.14470	0.0650	0.0394	-0.61527	17.27	-0.0170	0.63408	33.49	50.76	16.22	6.63	9.59
28	0.13593	0.0700	0.0394	-0.61527	17.39	-0.0170	0.63408	33.20	50.59	15.81	6.51	9.30
29	0.11706	0.0750	0.0394	-0.61527	17.52	-0.0045	0.22224	32.65	50.17	15.13	6.38	8.75
30	0.10166	0.0800	0.0394	-0.61527	17.65	-0.0082	0.34032	31.75	49.40	14.10	6.25	7.85
31	0.08612	0.0850	0.0394	-0.61527	17.77	-0.0082	0.34032	31.14	48.91	13.37	6.13	7.24
32	0.07792	0.0900	0.0394	-0.61527	17.90	-0.0155	0.56786	30.75	48.65	12.85	6.00	6.85
33	0.07341	0.0950	0.0503	-0.81165	18.02	-0.0155	0.56786	30.43	48.45	12.41	5.88	6.53
34	0.05642	0.1000	0.0503	-0.81165	18.12	-0.0155	0.56786	30.11	48.23	11.99	5.78	6.21
35 ⁶³	0.05023	0.1050	0.0503	-0.81165	18.20	-0.0154	0.56366	29.78	47.98	11.58	5.70	5.88
36	0.04906	0.1100	0.0503	-0.81165	18.32	-0.0154	0.56366	29.46	47.78	11.14	5.58	5.56
37	0.04714	0.1150	0.0503	-0.81165	18.42	-0.0154	0.56366	29.13	47.55	10.71	5.48	5.23
38	0.03882	0.1200	0.0503	-0.81165	18.52	-0.0189	0.66429	28.84	47.36	10.32	5.38	4.94
39	0.03681	0.1250	0.0503	-0.81165	18.62	-0.0189	0.66429	28.58	47.20	9.96	5.28	4.68
40	0.02815	0.1300	0.0503	-0.81165	18.72	-0.0189	0.66429	28.31	47.03	9.59	5.18	4.41
41	0.02538	0.1350	0.0503	-0.81165	18.82	-0.0189	0.66429	28.05	46.87	9.23	5.08	4.15
42	0.01976	0.1400	0.0503	-0.81165	18.92	-0.0088	0.38149	27.54	46.46	8.62	4.98	3.64
43 ⁶⁴	0.01638	0.1450	0.0426	-0.66554	19.02	-0.0287	0.91825	26.99	46.01	7.97	4.88	3.09
44	0.01444	0.1500	0.0426	-0.66554	19.14	-0.0287	0.91825	26.82	45.96	7.68	4.76	2.92
45	0.01312	0.1550	0.0426	-0.66554	19.25	-0.0287	0.91825	26.64	45.89	7.39	4.65	2.74
46	0.01240	0.1600	0.0426	-0.66554	19.37	-0.0287	0.91825	26.47	45.84	7.10	4.53	2.57
47	0.01125	0.1650	0.0426	-0.66554	19.49	-0.0287	0.91825	26.29	45.78	6.80	4.41	2.39
48 ⁶⁵	0.01084	0.1700	0.0426	-0.66554	19.60	-0.0287	0.91825	26.12	45.72	6.52	4.30	2.22
49	0.01051	0.1750	0.0426	-0.66554	19.72	-0.0275	0.88835	25.94	45.66	6.22	4.18	2.04
		0.1800	0.0426	-0.66554	19.84	-0.0275	0.88835	25.76	45.60	5.92	4.06	1.86
		0.1850	0.0426	-0.66554	19.96	-0.0275	0.88835	25.58	45.54	5.62	3.94	1.68
		0.1900	0.0079	0.02946	20.40	-0.0275	0.88835	25.39	45.79	4.99	3.50	1.49
		0.1950	0.0067	0.05340	21.04	-0.0275	0.88835	25.21	46.25	4.17	2.86	1.31
		0.2000	0.0067	0.05340	21.78	-0.0275	0.88835	25.03	46.81	3.25	2.12	1.13
		0.2050	0.0078	0.02463	23.01	-0.01190	0.49935	24.65	47.66	1.64	0.89	0.75
		0.2100	0.0078	0.02463	23.64	-0.01190	0.49935	24.23	47.87	0.59	0.26	0.33

⁶³ A 35 éves korra vonatkozó 0.05979 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.05023 lett.

⁶⁴ A 43 éves korra vonatkozó 0.02242 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01638 lett.

⁶⁵ A 48 éves korra vonatkozó 0.01181 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01084 lett.

3.7 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1931-ben született magyarországi nők első házasságai megkötésének független korszecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
	0.00030	0.0000		-	14.00	-	-	50.00	64.00	36.00	8.90	27.10
15	0.00455	0.0050	0.0206	-0.30445	15.02	-	-	-	-	-	-	-
16	0.02515	0.0100	0.0206	-0.30445	15.26	-0.0005	0.03320	48.33	63.59	33.07	7.64	25.43
17	0.05701	0.0150	0.0206	-0.30445	15.51	-0.0036	0.17621	44.91	60.42	29.40	7.39	22.01
18	0.10804	0.0200	0.0206	-0.30445	15.75	-0.0019	0.10097	43.07	58.82	27.32	7.15	20.17
19	0.16363	0.0250	0.0206	-0.30445	15.99	-0.0030	0.14860	40.79	56.78	24.80	6.91	17.89
20	0.18781	0.0300	0.0319	-0.48461	16.15	-0.0052	0.23430	39.50	55.65	23.35	6.75	16.60
21	0.20313	0.0350	0.0319	-0.48461	16.31	-0.0036	0.17375	38.33	54.64	22.02	6.59	15.43
22	0.22167	0.0400	0.0319	-0.48461	16.47	-0.0058	0.25161	36.61	53.08	20.14	6.43	13.71
23	0.23651	0.0450	0.0319	-0.48461	16.62	-0.0163	0.62997	35.91	52.53	19.29	6.28	13.01
24	0.21437	0.0500	0.0319	-0.48461	16.78	-0.0163	0.62997	35.60	52.38	18.82	6.12	12.70
25	0.19262	0.0550	0.0319	-0.48461	16.94	-0.0163	0.62997	35.30	52.24	18.36	5.96	12.40
26	0.17231	0.0600	0.0510	-0.81050	17.05	-0.0010	0.09517	34.82	51.87	17.77	5.84	11.93
27	0.15066	0.0650	0.0510	-0.81050	17.16	-0.0093	0.37635	33.55	50.71	16.39	5.74	10.65
28	0.13757	0.0700	0.0510	-0.81050	17.25	-0.0093	0.37635	33.01	50.26	15.76	5.65	10.11
29	0.12487	0.0750	0.0510	-0.81050	17.35	-0.0096	0.38658	32.49	49.84	15.14	5.55	9.59
30	0.09721	0.0800	0.0510	-0.81050	17.45	-0.0006	0.09826	31.48	48.93	14.03	5.45	8.58
31	0.08028	0.0850	0.0510	-0.81050	17.55	-0.0169	0.60511	30.72	48.27	13.17	5.35	7.82
32	0.06970	0.0900	0.0510	-0.81050	17.65	-0.0169	0.60511	30.43	48.08	12.78	5.25	7.53
33	0.07011	0.0950	0.0510	-0.81050	17.74	-0.0169	0.92701	30.13	47.87	12.39	5.16	7.23
34	0.06083	0.1000	0.0510	-0.81050	17.84	-0.0277	0.92701	29.90	47.74	12.06	5.06	7.00
35	0.05982	0.1050	0.0510	-0.81050	17.94	-0.0277	0.92701	29.72	47.66	11.78	4.96	6.82
36	0.04353	0.1100	0.0556	-0.89258	18.04	-0.0277	0.92701	29.54	47.58	11.50	4.86	6.64
37 ⁶⁶	0.03775	0.1150	0.0556	-0.89258	18.13	-0.0277	0.92701	29.36	47.49	11.23	4.77	6.46
38	0.03619	0.1200	0.0556	-0.89258	18.22	-0.0277	0.92701	29.18	47.40	10.96	4.68	6.28
39	0.03257	0.1250	0.0556	-0.89258	18.31	-0.0127	0.49317	28.99	47.30	10.68	4.59	6.09
40	0.02740	0.1300	0.0556	-0.89258	18.40	-0.0127	0.49317	28.60	47.00	10.20	4.50	5.70
41	0.02437	0.1350	0.0556	-0.89258	18.48	-0.0127	0.49317	28.20	46.68	9.72	4.42	5.30
42	0.02171	0.1400	0.0556	-0.89258	18.57	-0.0131	0.50409	27.81	46.38	9.24	4.33	4.91
43 ⁶⁷	0.02013	0.1450	0.0556	-0.89258	18.66	-0.0131	0.50409	27.43	46.09	8.77	4.24	4.53
44	0.01825	0.1500	0.0556	-0.89258	18.75	-0.0217	0.50409	27.05	45.80	8.30	4.15	4.15
45	0.01466	0.1550	0.0556	-0.89258	18.84	-0.0217	0.73521	26.80	45.64	7.96	4.06	3.90
46	0.01424	0.1600	0.0556	-0.89258	18.93	-0.0217	0.73521	26.57	45.50	7.64	3.97	3.67
47	0.01036	0.1650	0.0242	-0.29579	19.06	-0.0217	0.73521	26.34	45.40	7.28	3.84	3.44
48 ⁶⁸	0.01016	0.1700	0.0242	-0.29579	19.26	-0.0217	0.73521	26.11	45.37	6.85	3.64	3.21
49	0.00968	0.1750	0.0242	-0.29579	19.47	-0.0203	0.70037	25.87	45.34	6.40	3.43	2.97
		0.1800	0.0242	-0.29579	19.68	-0.0203	0.70037	25.62	45.30	5.94	3.22	2.72
		0.1850	0.0242	-0.02958	19.88	-0.0203	0.70037	25.38	45.26	5.50	3.02	2.48
		0.1900	0.0153	-0.11859	20.14	-0.0203	0.70037	25.13	45.27	4.99	2.76	2.23
		0.1950	0.0153	-0.11859	20.47	-0.0218	0.73637	24.89	45.36	4.42	2.43	1.99
		0.2000	0.0153	-0.11859	20.80	-0.0218	0.73637	24.66	45.46	3.86	2.10	1.76
		0.2050	0.0185	-0.18621	21.10	-0.0218	0.73637	24.43	45.53	3.33	1.80	1.53
		0.2100	0.0185	-0.18621	21.37	-0.0218	0.73637	24.20	45.57	2.83	1.53	1.30
		0.2150	0.0185	-0.18621	21.64	-0.0221	0.74573	23.97	45.61	2.33	1.26	1.07
		0.2200	0.0185	-0.18621	21.91	-0.0221	0.74573	23.75	45.66	1.84	0.99	0.85
		0.2250	0.0148	-0.10481	22.22	-0.0221	0.74573	23.52	45.74	1.30	0.68	0.62
		0.2300	0.0148	-0.10481	22.56	-0.0221	0.74573	23.29	45.85	0.73	0.34	0.39
		0.2350	0.0148	-0.10481	22.90	-0.0221	0.74573	23.07	45.97	0.17	0.00	0.17

⁶⁶ A 37 éves korra vonatkozó 0.04429 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.03775 lett.

⁶⁷ A 43 éves korra vonatkozó 0.01571 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.02013 lett.

⁶⁸ A 48 éves korra vonatkozó 0.01080 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01016 lett.

3.8 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1932-ben született magyarországi nők első házasságai megkötésének független korszpecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A lényeges n_x értékek	Az ekvidisztáns házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_{M1} - x_1$	$x_2 - x_{M1}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
14	0.00030	0.0000	-	-	14.00	-	-	50.00	64.00	36.00	8.16	27.84
15	0.00527	0.0050	0.0050	-0.06928	14.95	-	-	-	-	-	-	-
16	0.02498	0.0100	0.0197	-0.29038	15.24	-	-	-	-	-	-	-
17	0.06411	0.0150	0.0197	-0.29038	15.49	-0.0014	0.07921	45.22	60.71	29.73	6.67	23.06
18	0.12454	0.0200	0.0197	-0.29038	15.75	-0.0023	0.11442	41.96	57.71	26.21	6.41	19.80
19	0.16150	0.0250	0.0391	-0.60110	16.00	-0.0075	0.32844	40.62	56.62	24.62	6.16	18.46
20	0.19002	0.0300	0.0391	-0.60110	16.13	-0.0012	0.07884	39.71	55.84	23.58	6.03	17.55
21	0.22106	0.0350	0.0391	-0.60110	16.26	-0.0081	0.34677	38.49	54.75	22.23	5.90	16.33
22	0.24776	0.0400	0.0391	-0.60110	16.38	-0.0027	0.14081	37.62	54.00	21.24	5.78	15.46
23	0.23373	0.0450	0.0391	-0.60110	16.51	-0.0043	0.20038	36.22	52.73	19.71	5.65	14.06
24	0.21185	0.0500	0.0391	-0.60110	16.64	-0.0044	0.20470	35.08	51.72	18.44	5.52	12.92
25	0.19274	0.0550	0.0391	-0.60110	16.77	-0.0068	0.28800	34.32	51.09	17.55	5.39	12.16
26	0.17063	0.0600	0.0391	-0.60110	16.89	-0.0114	0.44508	33.75	50.64	16.86	5.27	11.59
27	0.14356	0.0650	0.0604	-0.96320	17.01	-0.0114	0.44508	33.31	50.32	16.30	5.15	11.15
28	0.12326	0.0700	0.0604	-0.96320	17.10	-0.0119	0.46224	32.88	49.98	15.78	5.06	10.72
29	0.11430	0.0750	0.0604	-0.96320	17.18	-0.0119	0.46224	32.46	49.64	15.28	4.98	10.30
30	0.09658	0.0800	0.0604	-0.96320	17.26	-0.0119	0.46224	32.04	49.30	14.78	4.90	9.88
31	0.09492	0.0850	0.0604	-0.96320	17.35	-0.0144	0.54256	31.69	49.04	14.34	4.81	9.53
32	0.08048	0.0900	0.0604	-0.96320	17.43	-0.0144	0.54256	31.34	48.77	13.91	4.73	9.18
33	0.06855	0.0950	0.0604	-0.96320	17.51	-0.0017	0.14638	30.95	48.46	13.44	4.65	8.79
34	0.05714	0.1000	0.0604	-0.96320	17.59	-0.0177	0.62818	29.81	47.40	12.22	4.57	7.65
35 ⁶⁹	0.05035	0.1050	0.0604	-0.96320	17.68	-0.0177	0.62818	29.52	47.20	11.84	4.48	7.36
36	0.04594	0.1100	0.0604	-0.96320	17.76	-0.0177	0.62818	29.24	47.00	11.48	4.40	7.08
37	0.04165	0.1150	0.0604	-0.96320	17.84	-0.0090	0.37414	28.92	46.76	11.08	4.32	6.76
38	0.03897	0.1200	0.0604	-0.96320	17.92	-0.0090	0.37414	28.36	46.28	10.44	4.24	6.20
39	0.03087	0.1250	0.0370	-0.54074	18.01	-0.0203	0.69166	27.91	45.92	9.90	4.15	5.75
40	0.02964	0.1300	0.0370	-0.54074	18.15	-0.0203	0.69166	27.67	45.82	9.52	4.01	5.51
41	0.02217	0.1350	0.0370	-0.54074	18.28	-0.0203	0.69166	27.42	45.70	9.14	3.88	5.26
42	0.01992	0.1400	0.0370	-0.54074	18.42	-0.0203	0.69166	27.18	45.60	8.76	3.74	5.02
43 ⁷⁰	0.01718	0.1450	0.0370	-0.54074	18.55	-0.0271	0.87445	26.95	45.50	8.40	3.61	4.79
44	0.01712	0.1500	0.0370	-0.54074	18.69	-0.0271	0.87445	26.76	45.45	8.07	3.47	4.60
45 ⁷¹	0.01531	0.1550	0.0370	-0.54074	18.82	-0.0271	0.87445	26.58	45.40	7.76	3.34	4.42
46	0.01389	0.1600	0.0370	-0.54074	18.96	-0.0271	0.87445	26.39	45.35	7.43	3.20	4.23
47	0.01169	0.1650	0.0285	-0.38038	19.12	-0.0271	0.87445	26.21	45.33	7.09	3.04	4.05
48	0.01080	0.1700	0.0285	-0.38038	19.30	-0.0271	0.87445	26.02	45.32	6.72	2.86	3.86
49	0.01066	0.1750	0.0285	-0.38038	19.47	-0.0221	0.74549	25.80	45.27	6.33	2.69	3.64
		0.1800	0.0285	-0.38038	19.65	-0.0221	0.74549	25.58	45.23	5.93	2.51	3.42
		0.1850	0.0285	-0.38038	19.82	-0.0221	0.74549	25.35	45.17	5.53	2.34	3.19
		0.1900	0.0285	-0.38038	20.00	-0.0221	0.74549	25.12	45.12	5.12	2.16	2.96
		0.1950	0.0310	-0.43078	20.16	-0.0191	0.67049	24.88	45.04	4.72	2.00	2.72
		0.2000	0.0310	-0.43078	20.32	-0.0191	0.67049	24.62	44.94	4.30	1.84	2.46
		0.2050	0.0310	-0.43078	20.48	-0.0191	0.67049	24.36	44.84	3.88	1.68	2.20
		0.2100	0.0310	-0.43078	20.64	-0.0191	0.67049	24.10	44.74	3.46	1.52	1.94
		0.2150	0.0310	-0.43078	20.80	-0.0219	0.73697	23.86	44.66	3.06	1.36	1.70
		0.2200	0.0310	-0.43078	20.97	-0.0219	0.73697	23.63	44.60	2.66	1.19	1.47
		0.2250	0.0267	-0.33964	21.15	-0.0219	0.73697	23.40	44.55	2.25	1.01	1.24
		0.2300	0.0267	-0.33964	21.33	-0.0219	0.73697	23.17	44.50	1.84	0.83	1.01
		0.2350	0.0267	-0.33964	21.52	-0.0140	0.55642	22.91	44.43	1.39	0.64	0.75
		0.2400	0.0267	-0.33964	21.71	-0.0140	0.55642	22.55	44.26	0.84	0.45	0.39
		0.2450	0.0267	-0.33964	21.90	-0.0140	0.55642	22.20	44.10	0.30	0.26	0.04

⁶⁹ A 35 éves korra vonatkozó 0.06102 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.05035 lett.

⁷⁰ A 43 éves korra vonatkozó 0.01673 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01718 lett.

⁷¹ A 45 éves korra vonatkozó 0.01128 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01531 lett.

3.9 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1933-ban született magyarországi nők első házasságai megkötésének független korszecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
14	0.00066	0.0000	-	-	14.00	-	-	50.00	64.00	36.00	8.05	27.95
15	0.00518	0.0050	0.0045	-0.62620	15.96	-	-	-	-	-	-	-
16	0.02708	0.0100	0.0219	-0.32332	15.22	-	-	-	-	-	-	-
17	0.08009	0.0150	0.0219	-0.32332	15.45	-0.0027	0.13742	45.34	60.79	29.89	6.60	23.29
18	0.12541	0.0200	0.0219	-0.32332	15.68	-0.0022	0.11433	43.67	59.35	27.99	6.37	21.62
19	0.16799	0.0250	0.0219	-0.32332	15.91	-0.0014	0.08320	41.87	57.78	25.96	6.14	19.82
20	0.20715	0.0300	0.0530	-0.82108	16.06	-0.0051	0.23695	40.26	56.32	24.20	5.99	18.21
21	0.24474	0.0350	0.0530	-0.82108	16.15	-0.0050	0.22110	37.60	53.75	21.45	5.90	15.55
22	0.25289	0.0400	0.0530	-0.82108	16.24	-0.0075	0.31471	36.73	52.97	20.49	5.81	14.68
23	0.24615	0.0450	0.0530	-0.82108	16.34	-0.0075	0.31471	36.06	52.40	19.72	5.71	14.01
24	0.21653	0.0500	0.0530	-0.82108	16.43	-0.0074	0.30791	34.81	51.24	18.38	5.62	12.76
25	0.19040	0.0550	0.0530	-0.82108	16.53	-0.0074	0.30791	34.13	50.66	17.60	5.52	12.08
26	0.16406	0.0600	0.0530	-0.82108	16.62	-0.0080	0.32865	33.50	50.12	16.88	5.43	11.45
27	0.13275	0.0650	0.0530	-0.82108	16.72	-0.0050	0.22800	32.80	49.52	16.08	5.33	10.75
28	0.11984	0.0700	0.0530	-0.82108	16.81	-0.0095	0.37232	31.89	48.70	15.08	5.24	9.84
29	0.10947	0.0750	0.0530	-0.82108	16.90	-0.0095	0.37232	31.36	48.26	14.46	5.15	9.31
30	0.10287	0.0800	0.0530	-0.82108	17.00	-0.0244	0.83577	30.94	47.94	13.94	5.05	8.89
31	0.07844	0.0850	0.0453	-0.69035	17.11	-0.0244	0.83577	30.73	47.84	13.62	4.94	8.68
32	0.06896	0.0900	0.0453	-0.69035	17.22	-0.0244	0.83577	30.53	47.75	13.31	4.83	8.48
33	0.06399	0.0950	0.0453	-0.69035	17.33	-0.0244	0.83577	30.32	47.65	12.99	4.72	8.27
34 ⁷²	0.05597	0.1000	0.0453	-0.69035	17.44	-0.0244	0.83577	30.12	47.56	12.68	4.61	8.07
35	0.04856	0.1050	0.0453	-0.69035	17.55	-0.0066	0.30087	29.68	47.23	12.13	4.50	7.63
36	0.04543	0.1100	0.0453	-0.69035	17.66	-0.0104	0.41020	28.95	46.61	11.29	4.39	6.90
37	0.03790	0.1150	0.0453	-0.69035	17.77	-0.0104	0.41020	28.47	46.24	10.70	4.28	6.42
38	0.03300	0.1200	0.0453	-0.69035	17.88	-0.0129	0.48132	27.99	45.87	10.11	4.17	5.94
39 ⁷³	0.03221	0.1250	0.0453	-0.69035	17.99	-0.0129	0.48132	27.60	45.59	9.61	4.06	5.55
40	0.03135	0.1300	0.0426	-0.64103	18.11	-0.0129	0.48132	27.21	45.32	9.10	3.94	5.16
41	0.02621	0.1350	0.0426	-0.64103	18.23	-0.0313	0.97812	26.93	45.16	8.70	3.82	4.88
42	0.02482	0.1400	0.0426	-0.64103	18.34	-0.0313	0.97812	26.77	45.11	8.43	3.71	4.72
43 ⁷⁴	0.02145	0.1450	0.0426	-0.64103	18.46	-0.0313	0.97812	26.61	45.07	8.15	3.59	4.56
44	0.01929	0.1500	0.0426	-0.64103	18.58	-0.0313	0.97812	26.45	45.03	7.87	3.47	4.40
45 ⁷⁵	0.01592	0.1550	0.0426	-0.64103	18.69	-0.0313	0.97812	26.29	44.98	7.60	3.36	4.24
46	0.01322	0.1600	0.0426	-0.64103	18.81	-0.0313	0.97812	26.13	44.94	7.32	3.24	4.08
47	0.01211	0.1650	0.0426	-0.64103	18.93	-0.0263	0.84890	25.96	44.89	7.03	3.12	3.91
48	0.01095	0.1700	0.0392	-0.57605	19.05	-0.0263	0.84890	25.77	44.82	6.72	3.00	3.72
49	0.01081	0.1750	0.0392	-0.57605	19.18	-0.0263	0.84890	25.58	44.76	6.40	2.87	3.53
		0.1800	0.0392	-0.57605	19.31	-0.0263	0.84890	25.39	44.70	6.08	2.74	3.34
		0.1850	0.0392	-0.57605	19.43	-0.0263	0.84890	25.21	44.64	5.78	2.62	3.16
		0.1900	0.0392	-0.57605	19.56	-0.0263	0.84890	25.02	44.58	5.46	2.49	2.97
		0.1950	0.0392	-0.57605	19.69	-0.0261	0.84365	24.82	44.51	5.13	2.36	2.77
		0.2000	0.0392	-0.57605	19.82	-0.0261	0.84365	24.63	44.45	4.81	2.23	2.58
		0.2050	0.0392	-0.57605	19.95	-0.0261	0.84365	24.44	44.39	4.49	2.10	2.39
		0.2100	0.0376	-0.54465	20.08	-0.0261	0.84365	24.25	44.33	4.17	1.97	2.20
		0.2150	0.0376	-0.54465	20.21	-0.0261	0.92741	24.06	44.27	3.85	1.84	2.01
		0.2200	0.0376	-0.54465	20.34	-0.0296	0.92741	23.88	44.22	3.54	1.71	1.83
		0.2250	0.0376	-0.54465	20.47	-0.0296	0.92741	23.71	44.18	3.24	1.58	1.66
		0.2300	0.0376	-0.54465	20.61	-0.0296	0.92741	23.55	44.16	2.94	1.44	1.50
		0.2350	0.0376	-0.54465	20.74	-0.0296	0.92741	23.38	44.12	2.64	1.31	1.33
		0.2400	0.0376	-0.54465	20.87	-0.0296	0.92741	23.21	44.08	2.34	1.18	1.16
		0.2450	0.0072	-0.09459	21.04	-0.0296	0.92741	23.04	44.08	2.00	1.01	0.99
		0.2500	0.0072	-0.09459	21.74	-0.00570	0.37817	22.33	44.07	0.59	0.31	0.28

⁷² A 34 éves korra vonatkozó 0.04643 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.05597 lett.

⁷³ A 39 éves korra vonatkozó 0.03458 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.03221 lett.

⁷⁴ A 43 éves korra vonatkozó 0.01577 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.02145 lett.

⁷⁵ A 45 éves korra vonatkozó 0.01196 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01592 lett.

3.10 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1934-ben született magyarországi nők első házasságai megkötésének független korszpecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_x értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
14	0.00046	0.0000	-	-	14.00	-	-	50.00	64.00	36.00	7.91	28.19
15	0.00541	0.0050	0.0050	-0.68840	14.92	-	-	-	-	-	-	-
16	0.03884	0.0100	0.0334	-0.49604	15.14	-	-	-	-	-	-	-
17	0.07883	0.0150	0.0334	-0.49604	15.29	-0.0029	0.13941	43.20	58.49	27.91	6.62	21.29
18	0.12706	0.0200	0.0334	-0.49604	15.44	-0.0033	0.15534	40.89	56.33	25.45	6.47	18.98
19	0.17637	0.0250	0.0334	-0.49604	15.59	-0.0060	0.26134	39.65	55.24	24.06	6.32	17.74
20	0.22895	0.0300	0.0334	-0.49604	15.74	-0.0057	0.25237	38.81	54.55	23.07	6.17	16.90
21	0.24871	0.0350	0.0334	-0.49604	15.89	-0.0041	0.18853	37.91	53.80	22.02	6.02	16.00
22	0.26190	0.0400	0.0400	-0.60100	16.03	-0.0050	0.22331	36.74	52.77	20.71	5.88	14.83
23	0.24293	0.0450	0.0400	-0.60100	16.15	-0.0045	0.20531	35.70	51.85	19.55	5.76	13.79
24	0.21375	0.0500	0.0400	-0.60100	16.28	-0.0066	0.27916	34.72	51.00	18.44	5.63	12.81
25	0.18744	0.0550	0.0400	-0.60100	16.40	-0.0140	0.53076	33.98	50.38	17.58	5.51	12.07
26	0.15583	0.0600	0.0400	-0.60100	16.53	-0.0140	0.53076	33.63	50.16	17.10	5.38	11.72
27	0.14106	0.0650	0.0400	-0.60100	16.65	-0.0140	0.53076	33.27	49.92	16.62	5.26	11.36
28	0.11956	0.0700	0.0400	-0.60100	16.78	-0.0126	0.48390	32.90	49.68	16.12	5.13	10.99
29	0.11286	0.0750	0.0400	-0.60100	16.90	-0.0126	0.48390	32.50	49.40	15.60	5.01	10.59
30	0.09509	0.0800	0.0482	-0.74108	17.02	-0.0126	0.48390	32.11	49.13	15.09	4.89	10.20
31 ⁷⁶	0.08735	0.0850	0.0482	-0.74108	17.13	-0.0060	0.27366	31.39	48.52	14.26	4.78	9.48
32	0.08134	0.0900	0.0482	-0.74108	17.23	-0.0077	0.32729	30.66	47.89	13.43	4.68	8.75
33	0.06876	0.0950	0.0482	-0.74108	17.34	-0.0077	0.32729	30.01	47.35	12.67	4.57	8.10
34	0.05476	0.1000	0.0482	-0.74108	17.44	-0.0178	0.62819	29.72	47.16	12.28	4.47	7.81
35	0.04816	0.1050	0.0482	-0.74108	17.54	-0.0178	0.62819	29.44	46.98	11.90	4.37	7.53
36	0.04367	0.1100	0.0482	-0.74108	17.65	-0.0178	0.62819	29.16	46.81	11.51	4.26	7.25
37 ⁷⁷	0.04868	0.1150	0.0482	-0.74108	17.75	-0.0067	0.30716	28.68	46.43	10.93	4.16	6.77
38	0.03463	0.1200	0.0482	-0.74108	17.85	-0.0215	0.72156	27.98	45.83	10.13	4.06	6.07
39 ⁷⁸	0.02890	0.1250	0.0482	-0.74108	17.96	-0.0215	0.72156	27.75	45.71	9.79	3.95	5.84
40	0.22940	0.1300	0.0493	-0.76052	18.06	-0.0215	0.72156	27.51	45.57	9.45	3.85	5.60
41 ⁷⁹	0.19630	0.1350	0.0493	-0.76052	18.16	-0.0215	0.72156	27.28	45.44	9.12	3.75	5.37
42	0.01628	0.1400	0.0493	-0.76052	18.26	-0.0215	0.72156	27.05	45.31	8.79	3.65	5.14
43	0.01557	0.1450	0.0493	-0.76052	18.36	-0.0148	0.53985	26.73	45.09	8.37	3.55	4.82
44	0.01269	0.1500	0.0493	-0.76052	18.47	-0.0148	0.53985	26.39	44.86	7.92	3.44	4.48
45	0.01219	0.1550	0.0493	-0.76052	18.57	-0.0148	0.53985	26.06	44.63	7.49	3.34	4.15
46	0.01180	0.1600	0.0493	-0.76052	18.67	-0.0316	0.97769	25.87	44.54	7.20	3.24	3.96
47	0.01140	0.1650	0.0493	-0.76052	18.77	-0.0316	0.97769	25.71	44.48	6.94	3.14	3.80
48	0.01126	0.1700	0.0493	-0.76052	18.87	-0.0316	0.97769	25.55	44.42	6.68	3.04	3.64
49	0.01111	0.1750	0.0493	-0.76052	18.97	-0.0316	0.97769	25.39	44.36	6.42	2.94	3.48
		0.1800	0.0526	-0.82265	19.07	-0.0316	0.97769	25.24	44.31	6.17	2.84	3.33
		0.1850	0.0526	-0.82265	19.16	-0.0316	0.97769	25.08	44.24	5.92	2.75	3.17
		0.1900	0.0526	-0.82265	19.26	-0.0263	0.84519	24.90	44.16	5.64	2.65	2.99
		0.1950	0.0526	-0.82265	19.35	-0.0263	0.84519	24.71	44.06	5.36	2.56	2.80
		0.2000	0.0526	-0.82265	19.45	-0.0263	0.84519	24.52	43.97	5.07	2.46	2.61
		0.2050	0.0526	-0.82265	19.54	-0.0263	0.84519	24.33	43.87	4.79	2.37	2.42
		0.2100	0.0526	-0.82265	19.64	-0.0263	0.84519	24.14	43.78	4.50	2.27	2.23
		0.2150	0.0526	-0.82265	19.73	-0.0292	0.91407	23.96	43.69	4.23	2.18	2.05
		0.2200	0.0526	-0.82265	19.83	-0.0292	0.91407	23.79	43.62	3.96	2.08	1.88
		0.2250	0.0526	-0.82265	19.92	-0.0292	0.91407	23.61	43.53	3.69	1.99	1.70
		0.2300	0.0198	-0.16625	20.05	-0.0292	0.91407	23.44	43.49	3.39	1.86	1.53
		0.2350	0.0198	-0.16625	20.31	-0.0292	0.91407	23.27	43.58	2.96	1.60	1.36
		0.2400	0.0198	-0.16625	20.56	-0.0292	0.91407	23.10	43.66	2.54	1.35	1.19
		0.2450	0.0198	-0.16625	20.81	-0.0190	0.67924	22.89	43.70	2.08	1.10	0.98
		0.2500	0.0132	-0.02828	21.10	-0.0190	0.67924	22.63	43.73	1.53	0.81	0.72
		0.2550	0.0132	-0.02828	21.48	-0.0190	0.67924	22.36	43.84	0.88	0.43	0.45
		0.2600	0.0132	-0.02828	21.86	-0.0190	0.67924	22.10	43.96	0.24	0.05	0.19

⁷⁶ A 31 éves korra vonatkozó 0.07916 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.08735 lett.

⁷⁷ A 37 éves korra vonatkozó 0.03455 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.04868 lett.

⁷⁸ A 39 éves korra vonatkozó 0.02165 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.02890 lett.

⁷⁹ A 41 éves korra vonatkozó 0.02547 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01963 lett.

3.11 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az 1935-ben született magyarországi nők első házasságai megkötésének független korszecifikus valószínűségei alapján

Életkor (év)	A tényleges n_i értékek	Az ekvidisztans házasságkötési valószínűségek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
14	0.00167	0.0000	-	-	14.00	-	-	50.00	64.00	36.00	7.34	28.66
15	0.00916	0.0050	0.0075	-0.10319	14.44	-	-	-	-	-	-	-
16	0.03871	0.0100	0.0296	-0.43409	15.03	-	-	-	-	-	-	-
17	0.07581	0.0150	0.0296	-0.43409	15.20	-0.0033	0.16260	44.19	59.39	28.99	6.14	22.85
18	0.13290	0.0200	0.0296	-0.43409	15.37	-0.0015	0.08148	41.54	56.91	26.17	5.97	20.20
19	0.18816	0.0250	0.0296	-0.43409	15.54	-0.0029	0.14048	39.55	55.09	24.01	5.80	18.21
20	0.22638	0.0300	0.0296	-0.43409	15.71	-0.0041	0.18650	38.17	53.88	22.46	5.63	16.83
21	0.26073	0.0350	0.0296	-0.43409	15.87	-0.0092	0.37470	36.88	52.75	21.01	5.47	15.54
22	0.25425	0.0400	0.0371	-0.55489	16.03	-0.0092	0.37470	36.34	52.37	20.31	5.31	15.00
23	0.23434	0.0450	0.0371	-0.55489	16.17	-0.0029	0.14646	35.35	51.52	19.18	5.17	14.01
24	0.20862	0.0500	0.0371	-0.55489	16.30	-0.0124	0.47931	34.68	50.98	18.38	5.04	13.34
25	0.17926	0.0550	0.0371	-0.55489	16.44	-0.0124	0.47931	34.27	50.71	17.83	4.90	12.93
26	0.14402	0.0600	0.0371	-0.55489	16.57	-0.0087	0.35249	33.81	50.38	17.24	4.77	12.47
27	0.13137	0.0650	0.0371	-0.55489	16.71	-0.0087	0.35249	33.24	49.95	16.53	4.63	11.90
28	0.12944	0.0700	0.0371	-0.55489	16.84	-0.0055	0.24788	32.46	49.30	15.62	4.50	11.12
29	0.09885	0.0750	0.0371	-0.55489	16.97	-0.0151	0.55668	31.84	48.81	14.87	4.37	10.50
30	0.09282	0.0800	0.0571	-0.89472	17.07	-0.0151	0.55668	31.51	48.58	14.44	4.27	10.17
31	0.08765	0.0850	0.0571	-0.89472	17.16	-0.0151	0.55668	31.18	48.34	14.02	4.18	9.84
32	0.07252	0.0900	0.0571	-0.89472	17.25	-0.0052	0.24792	30.55	47.80	13.30	4.09	9.21
33	0.06706	0.0950	0.0571	-0.89472	17.34	-0.0060	0.27372	29.64	46.98	12.30	4.00	8.30
34	0.05839	0.1000	0.0571	-0.89472	17.42	-0.0306	0.98596	28.96	46.38	11.54	3.92	7.62
35	0.04601	0.1050	0.0571	-0.89472	17.51	-0.0306	0.98596	28.80	46.31	11.29	3.83	7.46
36	0.04314	0.1100	0.0571	-0.89472	17.60	-0.0306	0.98596	28.64	46.24	11.04	3.74	7.30
37	0.03393	0.1150	0.0571	-0.89472	17.69	-0.0306	0.98596	28.47	46.16	10.78	3.65	7.13
38 ⁸⁰	0.03070	0.1200	0.0571	-0.89472	17.77	-0.0306	0.98596	28.31	46.08	10.54	3.57	6.97
39	0.02660	0.1250	0.0571	-0.89472	17.86	-0.0306	0.98596	28.15	46.01	10.29	3.48	6.81
40 ⁸¹	0.02368	0.1300	0.0571	-0.89472	17.95	-0.0029	0.21148	27.81	45.76	9.86	3.39	6.47
41	0.02080	0.1350	0.0553	-0.86178	18.04	-0.0117	0.44692	26.77	44.81	8.73	3.30	5.43
42 ⁸²	0.01932	0.1400	0.0553	-0.86178	18.13	-0.0117	0.44692	26.35	44.48	8.22	3.21	5.01
43	0.01713	0.1450	0.0553	-0.86178	18.22	-0.0352	1.06026	25.97	44.19	7.75	3.12	4.63
44	0.01564	0.1500	0.0553	-0.86178	18.31	-0.0352	1.06026	25.83	44.14	7.52	3.03	4.49
45	0.12300	0.1550	0.0553	-0.86178	18.40	-0.0352	1.06026	25.69	44.09	7.29	2.94	4.35
46	0.11410	0.1600	0.0553	-0.86178	18.49	-0.0352	1.06026	25.55	44.04	7.06	2.85	4.21
47	0.11020	0.1650	0.0553	-0.86178	18.58	-0.0352	1.06026	25.40	43.98	6.82	2.76	4.06
48	0.10870	0.1700	0.0553	-0.86178	18.67	-0.0352	1.06026	25.26	43.93	6.59	2.67	3.92
49	0.01046	0.1750	0.0553	-0.86178	18.76	-0.0352	1.06026	25.12	43.88	6.36	2.58	3.78
		0.1800	0.0553	-0.86178	18.85	-0.0294	0.91326	24.97	43.82	6.12	2.49	3.63
		0.1850	0.0553	-0.86178	18.94	-0.0294	0.91326	24.80	43.74	5.86	2.40	3.46
		0.1900	0.0382	-0.53802	19.05	-0.0294	0.91326	24.63	43.68	5.58	2.29	3.29
		0.1950	0.0382	-0.53802	19.18	-0.0294	0.91326	24.46	43.64	5.28	2.16	3.12
		0.2000	0.0382	-0.53802	19.31	-0.0294	0.91326	24.29	43.60	4.98	2.03	2.95
		0.2050	0.0382	-0.53802	19.44	-0.0294	0.91326	24.12	43.56	4.68	1.90	2.78
		0.2100	0.0382	-0.53802	19.57	-0.0257	0.82590	23.95	43.52	4.38	1.77	2.61
		0.2150	0.0382	-0.53802	19.70	-0.0257	0.82590	23.75	43.45	4.05	1.64	2.41
		0.2200	0.0382	-0.53802	19.83	-0.0257	0.82590	23.56	43.39	3.73	1.51	2.22
		0.2250	0.0382	-0.53802	19.96	-0.0257	0.82590	23.36	43.32	3.40	1.38	2.02
		0.2300	0.0344	-0.46062	20.11	-0.0257	0.82590	23.17	43.28	3.06	1.23	1.83
		0.2350	0.0344	-0.46062	20.25	-0.0199	0.69227	22.97	43.22	2.72	1.09	1.63
		0.2400	0.0344	-0.46062	20.40	-0.0199	0.69227	22.72	43.12	2.32	0.94	1.38
		0.2450	0.0344	-0.46062	20.54	-0.0199	0.69227	22.46	43.00	1.92	0.80	1.12
		0.2500	0.0344	-0.46062	20.69	-0.0199	0.69227	22.21	42.90	1.52	0.65	0.87
		0.2550	0.0344	-0.46062	20.83	-0.0065	0.39681	21.88	42.71	1.05	0.51	0.54

⁸⁰ A 38 éves korra vonatkozó 0.03561 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.03070 lett.

⁸¹ A 40 éves korra vonatkozó 0.02027 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.02368 lett.

⁸² A 42 éves korra vonatkozó 0.01449 valószínűség a kiegyenlítés következtében 0.01932 lett.

**3. AZ EKVIVALENCIA SZÁMÍTÁS FŐBB EREDMÉNYEI AZ ÁLTALÁNOS
KORSPECIFIKUS TERMÉKENYSÉGI ARÁNYSZÁMOK 1974-1983 ÉVEKRE
VONATKOZÓ MAGYARORSZÁGI ÉRTÉKEI ALAPJÁN**

6.1 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok 1974. évi magyarországi értékei alapján

Életkor (év)	A tényleges $f_p(y)$ értékek	Az ekvivalencia szintek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15.5	0.0078	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	7.52	27.48
16.5	0.0218	0.0050	0.0156	-0.23400	15.32	-0.0023	0.10165	42.02	57.34	26.70	7.20	19.50
17.5	0.0484	0.0100	0.0140	-0.20920	15.66	-0.0032	0.13800	40.00	55.66	24.34	6.86	17.48
18.5	0.0878	0.0150	0.0140	-0.20920	16.01	-0.0035	0.14985	38.43	54.44	22.42	6.51	15.91
19.5	0.1414	0.0200	0.0140	-0.20920	16.38	-0.0050	0.20660	37.32	53.70	20.94	6.14	14.80
20.5	0.1676	0.0250	0.0266	-0.41710	16.62	-0.0062	0.25040	36.35	52.97	19.73	5.90	13.83
21.5	0.1853	0.0300	0.0266	-0.41710	16.81	-0.0062	0.25040	35.55	52.36	18.74	5.71	13.03
22.5	0.1909	0.0350	0.0266	-0.41710	17.00	-0.0100	0.38530	35.03	52.03	18.03	5.52	12.51
23.5	0.1857	0.0400	0.0266	-0.41710	17.18	-0.0100	0.38530	34.53	51.71	17.35	5.34	12.01
24.5	0.1744	0.0450	0.0266	-0.41710	17.37	-0.0058	0.24040	33.69	51.06	16.32	5.15	11.17
25.5	0.1613	0.0500	0.0394	-0.64110	17.54	-0.0132	0.48830	33.20	50.74	15.66	4.98	10.68
26.5	0.1422	0.0550	0.0394	-0.64110	17.67	-0.0132	0.48830	32.83	50.50	15.16	4.85	10.31
27.5	0.1301	0.0600	0.0394	-0.64110	17.79	-0.0090	0.35180	32.42	50.21	14.63	4.73	9.90
28.5	0.1070	0.0650	0.0394	-0.64110	17.92	-0.0090	0.35180	31.87	49.79	13.95	4.60	9.35
29.5	0.0959	0.0700	0.0394	-0.64110	18.05	-0.0154	0.55340	31.38	49.43	13.33	4.47	8.86
30.5	0.0837	0.0750	0.0394	-0.64110	18.18	-0.0154	0.55340	31.06	49.24	12.88	4.34	8.54
31.5	0.0683	0.0800	0.0394	-0.64110	18.30	-0.0154	0.55340	30.74	49.04	12.44	4.22	8.22
32.5	0.0593	0.0850	0.0394	-0.64110	18.43	-0.0122	0.45580	30.39	48.82	11.96	4.09	7.87
33.5	0.0461	0.0900	0.0536	-0.90380	18.54	-0.0122	0.45580	29.98	48.52	11.44	3.98	7.46
34.5	0.0403	0.0950	0.0536	-0.90380	18.63	-0.0122	0.45580	29.57	48.20	10.94	3.89	7.05
35.5	0.0303	0.1000	0.0536	-0.90380	18.73	-0.0111	0.42335	29.13	47.86	10.40	3.79	6.61
36.5	0.0241	0.1050	0.0536	-0.90380	18.82	-0.0111	0.42335	28.68	47.50	9.86	3.70	6.16
37.5	0.0191	0.1100	0.0536	-0.90380	18.91	-0.0231	0.76535	28.37	47.28	9.46	3.61	5.85
38.5	0.0151	0.1150	0.0536	-0.90380	19.01	-0.0231	0.76535	28.15	47.16	9.14	3.51	5.63
39.5	0.0116	0.1200	0.0536	-0.90380	19.10	-0.0231	0.76535	27.94	47.04	8.84	3.42	5.42
40.5	0.0084	0.1250	0.0536	-0.90380	19.19	-0.0231	0.76535	27.72	46.91	8.53	3.33	5.20
41.5	0.0062	0.1300	0.0536	-0.90380	19.29	-0.0231	0.76535	27.50	46.79	8.21	3.23	4.98
42.5	0.0039	0.1350	0.0536	-0.90380	19.38	-0.0121	0.46285	27.10	46.48	7.72	3.14	4.58
43.5	0.0023	0.1400	0.0536	-0.90380	19.47	-0.0121	0.46285	26.68	46.15	7.21	3.05	4.16
44.5	0.0015	0.1450	0.0262	-0.36950	19.64	-0.0191	0.64835	26.35	45.99	6.71	2.88	3.83
45.5	0.0005	0.1500	0.0262	-0.36950	19.83	-0.0191	0.64835	26.09	45.92	6.26	2.69	3.57
46.5	0.0003	0.1550	0.0262	-0.36950	20.02	-0.0191	0.64835	25.83	45.85	5.81	2.50	3.31
47.5	0.0001	0.1600	0.0262	-0.36950	20.21	-0.0191	0.64835	25.57	45.78	5.36	2.31	3.05
48.5	0.0000	0.1650	0.0262	-0.36950	20.40	-0.0131	0.49535	25.22	45.62	4.82	2.12	2.70
49.5	0.0001	0.1700	0.0177	-0.19525	20.64	-0.0131	0.49535	24.84	45.48	4.20	1.88	2.32
50.0	-	0.1750	0.0177	-0.19525	20.92	-0.0113	0.45125	24.45	45.37	3.53	1.60	1.93
51.5	-	0.1800	0.0177	-0.19525	21.20	-0.0113	0.45125	24.00	45.20	2.80	1.32	1.48
52.5	-	0.1850	0.0177	-0.19525	21.48	-0.0113	0.45125	23.56	45.04	2.08	1.04	1.04
53.5	-	0.1900	0.0056	0.06490	22.34	-0.0052	0.30790	22.67	45.01	0.33	0.18	0.15

6.2 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok 1975. évi magyarországi értékei alapján

Életkor (év)	A tényleges $f_y(y)$ értékek	Az ekvivalens termékenységi szintek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15.5	0.0093	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	7.69	27.31
16.5	0.0246	0.0050	0.0186	-0.27900	15.27	-0.0019	0.08455	41.87	57.14	26.60	7.42	19.18
17.5	0.0560	0.0100	0.0153	-0.22785	15.55	-0.0021	0.09365	39.83	55.38	24.28	7.14	17.14
18.5	0.1006	0.0150	0.0153	-0.22785	15.87	-0.0039	0.16505	38.47	54.34	22.60	6.82	15.78
19.5	0.1441	0.0200	0.0153	-0.22785	16.20	-0.0062	0.25130	37.31	53.51	21.11	6.49	14.62
20.5	0.1762	0.0250	0.0314	-0.49350	16.51	-	0.02500	36.50	53.01	19.99	6.18	13.81
21.5	0.1840	0.0300	0.0314	-0.49350	16.67	-0.0063	0.25495	35.71	52.38	19.04	6.02	13.02
22.5	0.1911	0.0350	0.0314	-0.49350	16.83	-0.0071	0.28335	34.98	51.81	18.15	5.86	12.29
23.5	0.1879	0.0400	0.0314	-0.49350	16.99	-0.0120	0.45240	34.37	51.36	17.38	5.70	11.68
24.5	0.1789	0.0450	0.0314	-0.49350	17.15	-0.0120	0.45240	33.95	51.10	16.80	5.54	11.26
25.5	0.1681	0.0500	0.0314	-0.49350	17.31	-0.0120	0.45240	33.53	50.84	16.22	5.38	10.84
26.5	0.1496	0.0550	0.0314	-0.49350	17.47	-0.0099	0.38205	33.04	50.51	15.57	5.22	10.35
27.5	0.1307	0.0600	0.0446	-0.72450	17.59	-0.0099	0.38205	32.53	50.12	14.94	5.10	9.84
28.5	0.1152	0.0650	0.0446	-0.72450	17.70	-0.0141	0.51855	32.17	49.87	14.47	4.99	9.48
29.5	0.0968	0.0700	0.0446	-0.72450	17.81	-0.0141	0.51855	31.81	49.62	14.00	4.88	9.12
30.5	0.0855	0.0750	0.0446	-0.72450	17.93	-0.0111	0.42405	31.45	49.38	13.52	4.76	8.76
31.5	0.0744	0.0800	0.0446	-0.72450	18.04	-0.0111	0.42405	31.00	49.04	12.96	4.65	8.31
32.5	0.0603	0.0850	0.0446	-0.72450	18.15	-0.0111	0.42405	30.55	48.70	12.40	4.54	7.86
33.5	0.0504	0.0900	0.0446	-0.72450	18.26	-0.0113	0.43015	30.10	48.36	11.84	4.43	7.41
34.5	0.0384	0.0950	0.0446	-0.72450	18.37	-0.0113	0.43015	29.66	48.03	11.29	4.32	6.97
35.5	0.0313	0.1000	0.0446	-0.72450	18.49	-0.0184	0.63960	29.33	47.82	10.84	4.20	6.64
36.5	0.0250	0.1050	0.0435	-0.70415	18.60	-0.0184	0.63960	29.05	47.65	10.45	4.09	6.36
37.5	0.0188	0.1100	0.0435	-0.70415	18.72	-0.0184	0.63960	28.78	47.50	10.06	3.97	6.09
38.5	0.0149	0.1150	0.0435	-0.70415	18.83	-0.0184	0.63960	28.51	47.34	9.68	3.86	5.82
39.5	0.0107	0.1200	0.0435	-0.70415	18.95	-0.0155	0.55695	28.19	47.14	9.24	3.74	5.50
40.5	0.0086	0.1250	0.0435	-0.70415	19.06	-0.0155	0.55695	27.87	46.93	8.81	3.63	5.18
41.5	0.0057	0.1300	0.0435	-0.70415	19.18	-0.0155	0.55695	27.55	46.73	8.37	3.51	4.86
42.5	0.0038	0.1350	0.0435	-0.70415	19.29	-0.0189	0.65045	27.27	46.56	7.98	3.40	4.58
43.5	0.0019	0.1400	0.0435	-0.70415	19.41	-0.0189	0.65045	27.01	46.42	7.60	3.28	4.32
44.5	0.0013	0.1450	0.0321	-0.48185	19.53	-0.0189	0.65045	26.74	46.27	7.21	3.16	4.05
45.5	0.0007	0.1500	0.0321	-0.48185	19.68	-0.0185	0.63985	26.48	46.16	6.80	3.01	3.79
46.5	0.0002	0.1550	0.0321	-0.48185	19.84	-0.0185	0.63985	26.21	46.05	6.37	2.85	3.52
47.5	0.0001	0.1600	0.0321	-0.48185	20.00	-0.0185	0.63985	25.94	45.94	5.94	2.69	3.25
48.5	0.0001	0.1650	0.0321	-0.48185	20.15	-0.0185	0.63985	25.67	45.82	5.52	2.54	2.98
49.5	0.0000	0.1700	0.0321	-0.48185	20.31	-0.0108	0.44350	25.32	45.63	5.01	2.38	2.63
50.5	-	0.1750	0.0321	-0.48185	20.46	-0.0108	0.44350	24.86	45.32	4.40	2.23	2.17
51.5	-	0.1800	0.0078	0.01630	20.99	-0.0090	0.39940	24.38	45.37	3.39	1.70	1.69
52.5	-	0.1850	0.0071	0.03135	21.64	-0.0090	0.39940	23.82	45.46	2.18	1.05	1.13
53.5	-	0.1900	0.0071	0.03135	22.35	-0.0032	0.26310	22.84	45.19	0.49	0.34	0.15

6.3 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korszecifikus termékenységi arányszámok 1976. évi magyarországi értékei alapján

Életkor (év)	A tényleges $f_y(y)$ értékek	Az ekvivalens termékenységi szintek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15.5	0.0094	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	6.83	28.17
16.5	0.0280	0.0050	0.0188	-0.28200	15.27	-0.0026	0.11280	41.46	56.73	26.19	6.56	19.63
17.5	0.0599	0.0100	0.0186	-0.27890	15.53	-0.0026	0.11280	39.54	55.07	24.01	6.30	17.71
18.5	0.1075	0.0150	0.0186	-0.27890	15.80	-0.0033	0.14125	38.26	54.06	22.46	6.03	16.43
19.5	0.1494	0.0200	0.0186	-0.27890	16.07	-0.0046	0.19000	36.96	53.03	20.89	5.76	15.13
20.5	0.1733	0.0250	0.0186	-0.27890	16.34	-0.0052	0.21190	35.94	52.28	19.60	5.49	14.11
21.5	0.1875	0.0300	0.0319	-0.49835	16.56	-0.0085	0.32905	35.18	51.74	18.62	5.27	13.35
22.5	0.1846	0.0350	0.0319	-0.49835	16.72	-0.0085	0.32905	34.59	51.28	17.84	5.11	12.73
23.5	0.1772	0.0400	0.0319	-0.49835	16.88	-0.0077	0.30145	33.95	50.83	17.07	4.95	12.12
24.5	0.1659	0.0450	0.0319	-0.49835	17.03	-0.0124	0.45890	33.38	50.41	16.35	4.80	11.55
25.5	0.1526	0.0500	0.0319	-0.49835	17.19	-0.0124	0.45890	43.98	61.17	26.79	4.64	22.15
26.5	0.1375	0.0550	0.0319	-0.49835	17.35	-0.0124	0.45890	32.57	49.92	15.22	4.48	10.74
27.5	0.1191	0.0600	0.0476	-0.77310	17.50	-0.0078	0.30940	31.97	49.47	14.47	4.33	10.14
28.5	0.1040	0.0650	0.0476	-0.77310	17.61	-0.0093	0.35665	32.36	49.97	14.75	4.22	10.53
29.5	0.0915	0.0700	0.0476	-0.77310	17.17	-0.0093	0.35665	30.82	47.99	13.65	4.66	8.99
30.5	0.0730	0.0750	0.0476	-0.77310	17.82	-0.0185	0.63725	30.39	48.21	12.57	4.01	8.56
31.5	0.0637	0.0800	0.0476	-0.77310	17.92	-0.0185	0.63725	30.12	48.04	12.20	3.91	8.29
32.5	0.0559	0.0850	0.0476	-0.77310	18.03	-0.0185	0.63725	29.85	47.88	11.82	3.80	8.02
33.5	0.0435	0.0900	0.0476	-0.77310	18.13	-0.0185	0.63725	29.58	47.71	11.45	3.70	7.75
34.5	0.0358	0.0950	0.0476	-0.77310	18.24	-0.0125	0.46025	29.22	47.46	10.98	3.59	7.39
35.5	0.0273	0.1000	0.0476	-0.77310	18.34	-0.0125	0.46025	28.82	47.16	10.48	3.49	6.99
36.5	0.0221	0.1050	0.0476	-0.77310	18.45	-0.0151	0.53435	28.43	46.88	9.98	3.38	6.60
37.5	0.0175	0.1100	0.0419	-0.66765	18.56	-0.0151	0.53435	28.10	46.66	9.54	3.27	6.27
38.5	0.0142	0.1150	0.0419	-0.66765	18.68	-0.0151	0.53435	27.77	46.45	9.09	3.15	5.94
39.5	0.0101	0.1200	0.0419	-0.66765	18.80	-0.0184	0.62510	27.45	46.25	8.65	3.03	5.62
40.5	0.0075	0.1250	0.0419	-0.66765	18.92	-0.0184	0.62510	27.18	46.10	8.26	2.91	5.35
41.5	0.0049	0.1300	0.0419	-0.66765	19.04	-0.0184	0.62510	26.91	45.95	7.87	2.79	5.08
42.5	0.0036	0.1350	0.0419	-0.66765	19.16	-0.0184	0.62510	26.64	45.80	7.48	2.67	4.81
43.5	0.0019	0.1400	0.0419	-0.66765	19.28	-0.0151	0.53765	26.33	45.61	7.05	2.55	4.50
44.5	0.0012	0.1450	0.0419	-0.66765	19.39	-0.0151	0.53765	26.00	45.39	6.61	2.44	4.17
45.5	0.0005	0.1500	0.0239	-0.31665	19.53	-0.0151	0.53765	25.67	45.20	6.14	2.30	3.84
46.5	0.0002	0.1550	0.0239	-0.31665	19.73	-0.0133	0.49175	25.32	45.05	5.59	2.10	3.49
47.5	0.0001	0.1600	0.0239	-0.31665	19.94	-0.0133	0.49175	24.94	44.88	5.00	1.89	3.11
48.5	0.0000	0.1650	0.0239	-0.31665	20.15	-0.0133	0.49175	24.57	44.72	4.42	1.68	2.74
49.5	0.0000	0.1700	0.0239	-0.31665	20.36	-0.0113	0.44275	24.14	44.50	3.78	1.47	2.31
50.5	-	0.1750	0.0142	-0.11780	20.62	-0.0113	0.44275	23.69	44.31	3.07	1.21	1.86
51.5	-	0.1800	0.0142	-0.11780	20.97	-0.0074	0.35110	23.12	44.09	2.15	0.86	1.29
52.5	-	0.1850	0.0142	-0.11780	21.32	-0.0029	0.24985	22.36	43.68	1.04	0.51	0.53

6.4 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok 1977. évi magyarországi értékei alapján

Életkor (év)	A tényleges $f_y(y)$ értékek	Az ekvivalens termékenységi szintek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15.5	0.0104	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	7.27	27.73
16.5	0.0279	0.0050	0.0208	-0.31200	15.24	-0.0014	0.06320	41.57	56.81	26.33	7.03	19.30
17.5	0.0641	0.0100	0.0208	-0.31200	15.48	-0.0034	0.14360	39.29	54.77	23.81	6.79	17.02
18.5	0.1038	0.0150	0.0175	-0.26085	15.76	-0.0028	0.12050	37.68	53.44	21.92	6.51	15.41
19.5	0.1480	0.0200	0.0175	-0.26085	16.05	-0.0052	0.21050	36.63	52.68	20.58	6.22	14.36
20.5	0.1723	0.0250	0.0175	-0.26085	16.33	-0.0073	0.28715	35.91	52.24	19.58	5.94	13.64
21.5	0.1783	0.0300	0.0362	-0.56940	16.56	-0.0057	0.23035	35.15	51.71	18.59	5.71	12.88
22.5	0.1817	0.0350	0.0362	-0.56940	16.70	-0.0075	0.29245	34.33	51.03	17.63	5.57	12.06
23.5	0.1723	0.0400	0.0362	-0.56940	16.87	-0.0075	0.29245	33.66	50.53	16.79	5.40	11.39
24.5	0.1576	0.0450	0.0362	-0.56940	16.97	-0.0092	0.24940	33.09	50.06	16.12	5.30	10.82
25.5	0.1463	0.0500	0.0362	-0.56940	17.11	-0.0092	0.34940	32.54	49.65	15.43	5.16	10.27
26.5	0.1298	0.0550	0.0362	-0.56940	17.25	-0.0078	0.30390	31.91	49.16	14.66	5.02	9.64
27.5	0.1148	0.0600	0.0362	-0.56940	17.39	-0.0144	0.51180	31.38	48.77	13.99	4.88	9.11
28.5	0.0986	0.0650	0.0397	-0.63065	17.52	-0.0144	0.51180	31.03	48.55	13.51	4.75	8.76
29.5	0.0815	0.0700	0.0397	-0.63065	17.65	-0.0144	0.51180	30.68	48.33	13.03	4.62	8.41
30.5	0.0726	0.0750	0.0397	-0.63065	17.77	-0.0089	0.34405	30.23	48.00	12.46	4.50	7.96
31.5	0.0582	0.0800	0.0397	-0.63065	17.90	-0.0089	0.34405	29.67	47.57	11.77	4.37	7.40
32.5	0.0504	0.0850	0.0397	-0.63065	18.03	-0.0170	0.58595	29.30	47.33	11.27	4.24	7.03
33.5	0.0412	0.0900	0.0397	-0.63065	18.15	-0.0171	0.58595	29.00	47.15	10.85	4.12	6.73
34.5	0.0337	0.0950	0.0397	-0.63065	18.28	-0.0171	0.58595	28.71	46.99	10.43	3.99	6.44
35.5	0.0280	0.1000	0.0442	-0.71390	18.40	-0.0162	0.56030	28.41	46.81	10.01	3.87	6.14
36.5	0.0207	0.1050	0.0442	-0.71390	18.53	-0.0162	0.56030	28.10	46.63	9.57	3.74	5.83
37.5	0.0155	0.1100	0.0442	-0.71390	18.64	-0.0162	0.56030	27.80	46.44	9.16	3.63	5.53
38.5	0.0127	0.1150	0.0442	-0.71390	18.75	-0.0150	0.52730	27.49	46.24	8.74	3.52	5.22
39.5	0.0093	0.1200	0.0442	-0.71390	18.87	-0.0150	0.52730	27.15	46.02	8.28	3.40	4.88
40.5	0.0071	0.1250	0.0442	-0.71390	18.98	-0.0150	0.52730	26.82	45.80	7.84	3.29	4.55
41.5	0.0051	0.1300	0.0442	-0.71390	19.09	-0.0165	0.56705	26.49	45.58	7.40	3.18	4.22
42.5	0.0037	0.1350	0.0442	-0.71390	19.21	-0.0165	0.56705	26.18	45.39	6.97	3.06	3.91
43.5	0.0023	0.1400	0.0442	-0.71390	19.32	-0.0165	0.56705	25.88	45.20	6.56	2.95	3.61
44.5	0.0014	0.1450	0.0442	-0.71390	19.43	-0.0165	0.56705	25.58	45.01	6.15	2.84	3.31
45.5	0.0005	0.1500	0.0243	-0.32585	19.58	-0.0113	0.43445	25.17	44.75	5.59	2.69	2.90
46.5	0.0004	0.1550	0.0243	-0.32585	19.79	-0.0113	0.43445	24.73	44.52	4.94	2.48	2.46
47.5	0.0001	0.1600	0.0243	-0.32585	19.99	-0.0147	0.51775	24.35	44.34	4.36	2.28	2.08
48.5	0.0000	0.1650	0.0243	-0.32585	20.20	-0.0147	0.51775	24.00	44.20	3.80	2.07	1.73
49.5	0.0000	0.1700	0.0243	-0.32585	20.41	-0.0147	0.51775	23.66	44.07	3.25	1.86	1.39
50.5	-	0.1750	0.0060	0.04930	20.95	-0.0094	0.39320	23.21	44.16	2.26	1.32	0.94
51.5	-	0.1800	0.0034	0.10520	22.00	-0.0094	0.39320	22.68	44.68	0.68	0.27	0.41

6.5 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korspecifikus termékenységi arányszámok 1978. évi magyarországi értékei alapján

Életkor (év)	A tényleges $f_y(y)$ értékek	Az ekvivalens termékenységi szintek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15.5	0.0106	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	6.62	28.38
16.5	0.0298	0.0050	0.0212	-0.31800	15.24	-0.0012	0.05450	41.25	56.49	26.01	6.38	19.63
17.5	0.0629	0.0100	0.0212	-0.31800	15.47	-0.0026	0.11160	39.08	54.55	23.61	6.15	17.46
18.5	0.1047	0.0150	0.0192	-0.28700	15.73	-0.0055	0.22045	37.35	53.08	21.62	5.89	15.73
19.5	0.1450	0.0200	0.0192	-0.28700	15.99	-0.0036	0.15110	36.42	52.41	20.43	5.63	14.80
20.5	0.1733	0.0250	0.0192	-0.28700	16.25	-0.0078	0.30020	35.28	51.53	19.03	5.37	13.66
21.5	0.1777	0.0300	0.0331	-0.51635	16.51	-0.0078	0.30020	34.64	51.15	18.13	5.11	13.02
22.5	0.1750	0.0350	0.0331	-0.51635	16.66	-0.0061	0.24155	33.86	50.52	17.20	4.96	12.24
23.5	0.1687	0.0400	0.0331	-0.51635	16.81	-0.0065	0.25495	33.07	49.88	16.26	4.81	11.45
24.5	0.1549	0.0450	0.0331	-0.51635	16.96	-0.0129	0.46295	32.40	49.36	15.44	4.66	10.78
25.5	0.1383	0.0500	0.0331	-0.51635	17.11	-0.0129	0.46295	32.01	49.12	14.90	4.51	10.39
26.5	0.1199	0.0550	0.0331	-0.51635	17.26	-0.0129	0.46295	31.62	48.88	14.36	4.36	10.00
27.5	0.1059	0.0600	0.0331	-0.51635	17.41	-0.0094	0.35270	31.14	48.55	13.73	4.21	9.52
28.5	0.0904	0.0650	0.0418	-0.66860	17.55	-0.0094	0.35270	30.61	48.16	13.06	4.07	8.99
29.5	0.0753	0.0700	0.0418	-0.66860	17.67	-0.0093	0.34965	30.07	47.74	12.40	3.95	8.45
30.5	0.0660	0.0750	0.0418	-0.66860	17.79	-0.0093	0.34965	29.53	47.32	11.74	3.83	7.91
31.5	0.0566	0.0800	0.0418	-0.66860	17.90	-0.0151	0.52075	29.19	47.09	11.29	3.72	7.57
32.5	0.0437	0.0850	0.0418	-0.66860	18.03	-0.0151	0.52075	28.86	46.89	10.83	3.59	7.24
33.5	0.0372	0.0900	0.0418	-0.66860	18.15	-0.0151	0.52075	28.53	46.68	10.38	3.47	6.91
34.5	0.0311	0.0950	0.0418	-0.66860	18.27	-0.0155	0.53215	28.20	46.47	9.93	3.35	6.58
35.5	0.0233	0.1000	0.0418	-0.66860	18.39	-0.0155	0.53215	27.88	46.27	9.49	3.23	6.26
36.5	0.0197	0.1050	0.0403	-0.64085	18.51	-0.0155	0.53215	27.56	46.07	9.05	3.11	5.94
37.5	0.0142	0.1100	0.0403	-0.64085	18.63	-0.0138	0.48540	27.20	45.83	8.57	2.99	5.58
38.5	0.0115	0.1150	0.0403	-0.64085	18.76	-0.0138	0.48540	26.84	45.60	8.08	2.86	5.22
39.5	0.0089	0.1200	0.0403	-0.64085	18.88	-0.0186	0.61260	26.48	45.36	7.60	2.74	4.86
40.5	0.0059	0.1250	0.0403	-0.64085	19.00	-0.0186	0.61260	26.22	45.22	7.22	2.62	4.60
41.5	0.0047	0.1300	0.0403	-0.64085	19.13	-0.0186	0.61260	25.95	45.08	6.82	2.49	4.33
42.5	0.0032	0.1350	0.0403	-0.64085	19.25	-0.0186	0.61260	25.68	44.93	6.43	2.37	4.06
43.5	0.0020	0.1400	0.0403	-0.64085	19.38	-0.0166	0.56160	25.40	44.78	6.02	2.24	3.78
44.5	0.0009	0.1450	-	-0.14500	19.50	-0.0166	0.56160	25.10	44.60	5.60	2.12	3.48
45.5	0.0004	0.1500	0.0283	-0.40685	19.68	-0.0166	0.56160	24.80	44.48	5.12	1.94	3.18
46.5	0.0002	0.1550	0.0283	-0.40685	19.85	-0.0138	0.49300	24.49	44.34	4.64	1.77	2.87
47.5	0.0001	0.1600	0.0283	-0.40685	20.03	-0.0138	0.49300	24.13	44.16	4.10	1.59	2.51
48.5	0.0000	0.1650	0.0283	-0.40685	20.21	-0.0138	0.49300	23.77	43.98	3.56	1.41	2.15
49.5	0.0000	0.1700	0.0283	-0.40685	20.38	-0.0063	0.31675	23.29	43.67	2.91	1.24	1.67
50.5	-	0.1750	0.0044	0.08310	20.89	-	0.17500	22.50	43.39	1.61	0.73	0.88

6.6 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korszpecifikus termékenységi arányszámok 1979. évi magyarországi értékei alapján

Életkor (év)	A lényeges $f_y(y)$ értékek	Az ekvivalens termékenységi szintek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15.5	0.0101	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	6.62	28.38
16.5	0.0219	0.0050	0.0202	-0.30300	15.25	-0.0016	0.07050	40.94	56.19	25.69	6.37	19.32
17.5	0.0649	0.0100	0.0202	-0.30300	15.50	-0.0028	0.11830	38.68	54.18	23.18	6.12	17.06
18.5	0.1044	0.0150	0.0189	-0.28285	15.76	-0.0035	0.14515	37.19	52.95	21.43	5.86	15.57
19.5	0.1442	0.0200	0.0189	-0.28285	16.02	-0.0064	0.25100	36.09	52.11	20.07	5.60	14.47
20.5	0.1696	0.0250	0.0189	-0.28285	16.29	-0.0030	0.13030	35.10	51.39	18.81	5.33	13.48
21.5	0.1778	0.0300	0.0359	-0.56335	16.53	-0.0058	0.22690	33.95	50.48	17.42	5.09	12.33
22.5	0.1728	0.0350	0.0359	-0.56335	16.67	-0.0082	0.30730	33.21	49.88	16.54	4.95	11.59
23.5	0.1627	0.0400	0.0359	-0.56335	16.81	-0.0082	0.30730	32.60	49.41	15.79	4.81	10.98
24.5	0.1528	0.0450	0.0359	-0.56335	16.95	-0.0090	0.33330	32.03	48.98	15.08	4.67	10.41
25.5	0.1373	0.0500	0.0359	-0.56335	17.08	-0.0101	0.36795	31.48	48.56	14.40	4.54	9.86
26.5	0.1188	0.0550	0.0359	-0.56335	17.22	-0.0101	0.36795	30.99	48.21	13.77	4.40	9.37
27.5	0.0998	0.0600	0.0359	-0.56335	17.36	-0.0140	0.48690	30.49	47.85	13.13	4.26	8.87
28.5	0.0868	0.0650	0.0395	-0.62635	17.50	-0.0140	0.48690	30.14	47.64	12.64	4.12	8.52
29.5	0.0739	0.0700	0.0395	-0.62635	17.63	-0.0140	0.48690	29.78	47.41	12.15	3.99	8.16
30.5	0.0599	0.0750	0.0395	-0.62635	17.76	-0.0129	0.45445	29.41	47.17	11.65	3.86	7.79
31.5	0.0498	0.0800	0.0395	-0.62635	17.88	-0.0129	0.45445	29.03	46.91	11.15	3.74	7.41
32.5	0.0408	0.0850	0.0395	-0.62635	18.01	-0.0129	0.45445	28.64	46.65	10.63	3.61	7.02
33.5	0.0326	0.0900	0.0395	-0.62635	18.14	-0.0130	0.45730	28.25	46.39	10.11	3.48	6.63
34.5	0.0268	0.0950	0.0395	-0.62635	18.26	-0.0130	0.45730	27.87	46.13	9.61	3.36	6.25
35.5	0.0238	0.1000	0.0395	-0.62635	18.39	-0.0190	0.62230	27.49	45.88	9.10	3.23	5.87
36.5	0.0174	0.1050	0.0398	-0.63190	18.52	-0.0190	0.62230	27.23	45.75	8.71	3.10	5.61
37.5	0.0139	0.1100	0.0398	-0.63190	18.64	-0.0190	0.62230	26.96	45.60	8.32	2.98	5.34
38.5	0.0105	0.1150	0.0398	-0.63190	18.77	-0.0190	0.62230	26.70	45.47	7.93	2.85	5.08
39.5	0.0077	0.1200	0.0398	-0.63190	18.89	-0.0185	0.60905	26.44	45.33	7.55	2.73	4.82
40.5	0.0057	0.1250	0.0398	-0.63190	19.02	-0.0185	0.60905	26.16	45.18	7.14	2.60	4.54
41.5	0.0041	0.1300	0.0398	-0.63190	19.14	-0.0185	0.60905	25.89	45.03	6.75	2.48	4.27
42.5	0.0031	0.1350	0.0398	-0.63190	19.27	-0.0185	0.60905	25.62	44.89	6.35	2.35	4.00
43.5	0.0015	0.1400	0.0398	-0.63190	19.39	-0.0155	0.53255	25.33	44.72	5.94	2.23	3.71
44.5	0.0014	0.1450	0.0254	-0.35110	19.53	-0.0155	0.53255	25.00	44.53	5.47	2.09	3.38
45.5	0.0005	0.1500	0.0254	-0.35110	19.73	-0.0155	0.53255	24.68	44.41	4.95	1.89	3.06
46.5	0.0003	0.1550	0.0254	-0.35110	19.93	-0.0099	0.39535	24.48	44.41	4.55	1.69	2.86
47.5	0.0001	0.1600	0.0254	-0.35110	20.12	-0.0099	0.39535	23.77	43.89	3.65	1.50	2.15
48.5	0.0001	0.1650	0.0254	-0.35110	20.32	-0.0101	0.40005	23.27	43.59	2.95	1.30	1.65
49.5	0.0000	0.1700	0.0082	-0.00150	20.55	-0.0101	0.40005	22.78	43.33	2.23	1.07	1.16
50.5	-	0.1750	0.0082	-0.00150	21.16	-0.0050	0.28530	22.06	43.22	0.90	0.46	0.44

6.7 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korspecifikus termékenységi arányszámok 1980. évi magyarországi értékei alapján

Életkor (év)	A tényleges $f_y(y)$ értékek	Az ekvivalencia szintek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15.5	0.0099	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	6.87	28.13
16.5	0.0289	0.0050	0.0198	-0.29700	15.25	-0.0016	0.07030	40.81	56.06	25.56	6.62	18.94
17.5	0.0601	0.0100	0.0190	-0.28460	15.51	-0.0027	0.11385	38.46	53.97	22.95	6.36	16.59
18.5	0.1005	0.0150	0.0190	-0.28460	15.77	-0.0044	0.17760	36.95	52.72	21.18	6.10	15.08
19.5	0.1360	0.0200	0.0190	-0.28460	16.03	-0.0042	0.17030	35.79	51.82	19.76	5.84	13.92
20.5	0.1587	0.0250	0.0190	-0.28460	16.29	-0.0042	0.17030	34.60	50.89	18.31	5.58	12.73
21.5	0.1686	0.0300	0.0312	-0.48590	16.54	-0.0068	0.26000	33.82	50.36	17.28	5.33	11.95
22.5	0.1671	0.0350	0.0312	-0.48590	16.70	-0.0074	0.28010	33.12	49.82	16.42	5.17	11.25
23.5	0.1568	0.0400	0.0312	-0.48590	16.86	-0.0070	0.26710	32.44	49.30	15.58	5.01	10.57
24.5	0.1453	0.0450	0.0312	-0.48590	17.02	-0.0070	0.26710	31.73	48.75	14.71	4.85	9.86
25.5	0.1290	0.0500	0.0312	-0.48590	17.18	-0.0103	0.37105	31.17	48.35	13.99	4.69	9.30
26.5	0.1148	0.0550	0.0312	-0.48590	17.34	-0.0103	0.37105	30.68	48.02	13.34	4.53	8.81
27.5	0.0969	0.0600	0.0312	-0.48590	17.50	-0.0140	0.48390	30.28	47.78	12.78	4.37	8.41
28.5	0.0819	0.0650	0.0404	-0.64690	17.62	-0.0140	0.48390	29.92	47.54	12.30	4.25	8.05
29.5	0.0709	0.0700	0.0404	-0.64690	17.75	-0.0140	0.48390	29.56	47.31	11.81	4.12	7.69
30.5	0.0569	0.0750	0.0404	-0.64690	17.87	-0.0110	0.39540	29.13	47.00	11.26	4.00	7.26
31.5	0.0466	0.0800	0.0404	-0.64690	17.99	-0.0110	0.39540	28.67	46.66	10.68	3.88	6.80
32.5	0.0396	0.0850	0.0404	-0.64690	18.12	-0.0150	0.50940	28.29	46.41	10.17	3.75	6.42
33.5	0.0322	0.0900	0.0404	-0.64690	18.24	-0.0150	0.50940	27.96	46.20	9.72	3.63	6.09
34.5	0.0254	0.0950	0.0404	-0.64690	18.36	-0.0150	0.50940	27.63	45.99	9.27	3.51	5.76
35.5	0.0212	0.1000	0.0404	-0.64690	18.49	-0.0179	0.58915	27.33	45.82	8.84	3.38	5.46
36.5	0.0170	0.1050	0.0355	-0.55625	18.63	-0.0179	0.58915	27.05	45.68	8.42	3.24	5.18
37.5	0.0126	0.1100	0.0355	-0.55625	18.77	-0.0179	0.58915	26.77	45.54	8.00	3.10	4.90
38.5	0.0099	0.1150	0.0355	-0.55625	18.91	-0.0142	0.49110	26.49	45.40	7.58	2.96	4.62
39.5	0.0073	0.1200	0.0355	-0.55625	19.05	-0.0142	0.49110	26.13	45.18	7.08	2.82	4.26
40.5	0.0055	0.1250	0.0355	-0.55625	19.19	-0.0142	0.49110	25.78	44.97	6.59	2.68	3.91
41.5	0.0039	0.1300	0.0355	-0.55625	19.33	-0.0169	0.54465	25.44	44.77	6.11	2.54	3.57
42.5	0.0026	0.1350	0.0355	-0.55625	19.47	-0.0163	0.54465	25.13	44.60	5.66	2.40	3.26
43.5	0.0015	0.1400	0.0227	-0.30665	19.68	-0.0163	0.54465	24.83	44.51	5.15	2.19	2.96
44.5	0.0009	0.1450	0.0227	-0.30665	19.90	-0.0163	0.54465	24.52	44.42	4.62	1.97	2.65
45.5	0.0004	0.1500	0.0227	-0.30665	20.12	-0.0115	0.42705	24.09	44.21	3.97	1.75	2.22
46.5	0.0002	0.1550	0.0227	-0.30665	20.34	-0.0115	0.42705	23.66	44.00	3.32	1.53	1.79
47.5	0.0001	0.1600	0.0099	-0.04425	20.63	-0.0103	0.39885	23.19	43.82	2.56	1.24	1.32
48.5	0.0001	0.1650	0.0099	-0.04425	21.14	-0.0103	0.39885	22.70	43.84	1.56	0.73	0.83
49.5	0.0000	0.1700	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

6.8 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korspecifikus termékenységi arányszámok 1981. évi magyarországi értékei alapján

Életkor (év)	A lényeges $f_j(y)$ értékek	Az ekvivalencia szintek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15.5	0.0091	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	7.00	28.00
16.5	0.0261	0.0050	0.0182	-0.27300	15.27	-0.00140	0.06190	40.64	55.91	25.37	6.73	18.64
17.5	0.0562	0.0100	0.0170	-0.25440	15.55	-0.00390	0.15905	38.22	53.77	22.67	6.45	16.22
18.5	0.0909	0.0150	0.0170	-0.25440	15.85	-0.00300	0.12530	36.77	52.62	20.92	6.15	14.77
19.5	0.1315	0.0200	0.0170	-0.25440	16.14	-0.00550	0.21455	35.37	51.51	19.23	5.86	13.37
20.5	0.1523	0.0250	0.0170	-0.25440	16.44	-0.00640	0.24560	34.47	50.91	18.03	5.56	12.47
21.5	0.1630	0.0300	0.0301	-0.47055	16.63	-0.00640	0.24560	33.69	50.32	17.06	5.37	11.69
22.5	0.1630	0.0350	0.0301	-0.47055	16.80	-0.00820	0.30590	33.04	49.84	16.24	5.20	11.04
23.5	0.1583	0.0400	0.0301	-0.47055	16.96	-0.00780	0.29290	32.42	49.38	15.46	5.04	10.42
24.5	0.1443	0.0450	0.0301	-0.47055	17.13	-0.00780	0.29290	31.78	48.91	14.65	4.87	9.78
25.5	0.1303	0.0500	0.0301	-0.47055	17.29	-0.01050	0.37795	31.23	48.52	13.94	4.71	9.23
26.5	0.1163	0.0550	0.0301	-0.47055	17.46	-0.01050	0.37795	30.76	48.22	13.30	4.54	8.76
27.5	0.0996	0.0600	0.0347	-0.55105	17.61	-0.01080	0.38710	30.29	47.90	12.68	4.39	8.29
28.5	0.0839	0.0650	0.0347	-0.55105	17.75	-0.01080	0.38710	29.82	47.57	12.07	4.25	7.82
29.5	0.0685	0.0700	0.0347	-0.55105	17.90	-0.01540	0.52280	29.40	47.30	11.50	4.10	7.40
30.5	0.0577	0.0750	0.0347	-0.55105	18.04	-0.01540	0.52280	29.08	47.12	11.04	3.96	7.08
31.5	0.0472	0.0800	0.0347	-0.55105	18.19	-0.01540	0.52280	28.75	46.94	10.56	3.81	6.75
32.5	0.0394	0.0850	0.0347	-0.55105	18.33	-0.01570	0.53135	28.43	46.76	10.10	3.67	6.43
33.5	0.0312	0.0900	0.0347	-0.55105	18.47	-0.01570	0.53135	28.11	46.58	9.64	3.53	6.11
34.5	0.0248	0.0950	0.0406	-0.66020	18.60	-0.01570	0.53135	27.79	46.39	9.19	3.40	5.79
35.5	0.0193	0.1000	0.0406	-0.66020	18.72	-0.01670	0.55885	27.48	46.20	8.76	3.28	5.48
36.5	0.0158	0.1050	0.0406	-0.66020	18.85	-0.01670	0.55885	27.18	46.03	8.33	3.15	5.18
37.5	0.0128	0.1100	0.0406	-0.66020	18.97	-0.01670	0.55885	26.88	45.85	7.91	3.03	4.88
38.5	0.0089	0.1150	0.0406	-0.66020	19.09	-0.01670	0.55885	26.58	45.67	7.49	2.91	4.58
39.5	0.0077	0.1200	0.0406	-0.66020	19.22	-0.01400	0.48730	26.24	45.46	7.02	2.78	4.24
40.5	0.0052	0.1250	0.0406	-0.66020	19.34	-0.01400	0.48730	25.88	45.22	6.54	2.66	3.88
41.5	0.0038	0.1300	0.0406	-0.66020	19.46	-0.01400	0.48730	25.53	44.99	6.07	2.54	3.53
42.5	0.0027	0.1350	0.0208	-0.27410	19.67	-0.01400	0.48730	25.16	44.83	5.49	2.33	3.16
43.5	0.0016	0.1400	0.0208	-0.27410	19.91	-0.01400	0.48730	24.81	44.72	4.90	2.09	2.81
44.5	0.0009	0.1450	0.0208	-0.27410	20.15	-0.01400	0.48730	24.45	44.60	4.30	1.85	2.45
45.5	0.0004	0.1500	0.0208	-0.27410	20.39	-0.01400	0.48730	24.09	44.48	3.70	1.61	2.09
46.5	0.0001	0.1550	0.0107	-0.06705	20.75	-0.01400	0.48730	23.74	44.49	2.99	1.25	1.74
47.5	0.0001	0.1600	0.0107	-0.06705	21.22	-0.00470	0.26875	23.14	44.36	1.92	0.78	1.14
48.5	0.0000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
49.5	0.0000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

6.9 Az ekvivalencia számítás főbb eredményei az általános korspecifikus termékenységi arányszámok 1982. évi magyarországi értékei alapján

Életkor (év)	A tényleges $f_y(y)$ értékek	Az ekvivalencia disztans termékenységi szintek	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	$x_1 + x_2$	$x_2 - x_1$	$x_M - x_1$	$x_2 - x_M$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
15.5	0.0092	0.0000	-	-	15.00	-	-	50.00	65.00	35.00	7.33	27.67
16.5	0.0246	0.0050	0.0184	-0.27600	15.27	-0.00210	0.08995	40.45	55.72	25.18	7.06	18.12
17.5	0.0524	0.0100	0.0154	-0.22950	15.55	-0.00250	0.10525	38.10	53.65	22.55	6.78	15.77
18.5	0.0872	0.0150	0.0154	-0.22950	15.88	-0.00560	0.21860	36.36	52.24	20.48	6.45	14.03
19.5	0.1243	0.0200	0.0154	-0.22950	16.20	-0.00580	0.22570	35.47	51.67	19.27	6.13	13.14
20.5	0.1458	0.0250	0.0278	-0.43410	16.51	-0.00580	0.22570	34.60	51.11	18.09	5.82	12.27
21.5	0.1528	0.0300	0.0278	-0.43410	16.69	-0.00680	0.25740	33.44	50.13	16.75	5.64	11.11
22.5	0.1562	0.0350	0.0278	-0.43410	16.87	-0.00680	0.25740	32.71	49.58	15.84	5.46	10.38
23.5	0.1494	0.0400	0.0278	-0.43410	17.05	-0.00810	0.29965	32.06	49.11	15.01	5.28	9.73
24.5	0.1435	0.0450	0.0278	-0.43410	17.23	-0.01090	0.38785	31.45	48.68	14.22	5.10	9.12
25.5	0.1260	0.0500	0.0278	-0.43410	17.41	-0.01090	0.38785	31.00	48.41	13.59	4.92	8.67
26.5	0.1097	0.0550	0.0348	-0.55660	17.57	-0.01090	0.38785	30.54	48.11	12.97	4.76	8.21
27.5	0.0960	0.0600	0.0348	-0.55660	17.72	-0.01150	0.40615	30.10	47.82	12.38	4.61	7.77
28.5	0.0819	0.0650	0.0348	-0.55660	17.86	-0.01150	0.40615	29.67	47.53	11.81	4.47	7.34
29.5	0.0669	0.0700	0.0348	-0.55660	18.01	-0.01500	0.55094	29.29	47.30	11.28	4.32	6.96
30.5	0.0554	0.0750	0.0348	-0.55660	18.15	-0.01500	0.50940	28.96	47.11	10.81	4.18	6.63
31.5	0.0445	0.0800	0.0348	-0.55660	18.29	-0.01500	0.50940	28.63	46.92	10.34	4.04	6.30
32.5	0.0364	0.0850	0.0348	-0.55660	18.44	-0.01410	0.48375	28.28	46.72	9.84	3.89	5.95
33.5	0.0296	0.0900	0.0371	-0.59915	18.58	-0.01410	0.48375	27.93	46.51	9.35	3.75	5.60
34.5	0.0256	0.0950	0.0371	-0.59915	18.71	-0.01410	0.48375	27.57	46.28	8.86	3.62	5.24
35.5	0.0198	0.1000	0.0371	-0.59915	18.85	-0.01370	0.47275	27.21	46.06	8.36	3.48	4.88
36.5	0.0142	0.1050	0.0371	-0.59915	18.98	-0.01370	0.47275	26.84	45.82	7.86	3.35	4.51
37.5	0.0115	0.1100	0.0371	-0.59915	19.11	-0.01630	0.54165	26.48	45.59	7.37	3.22	4.15
38.5	0.0090	0.1150	0.0371	-0.59915	19.25	-0.01630	0.54165	26.17	45.42	6.92	3.08	3.84
39.5	0.0070	0.1200	0.0371	-0.59915	19.38	-0.01630	0.54165	25.87	45.25	6.49	2.95	3.54
40.5	0.0049	0.1250	0.0215	-0.29495	19.53	-0.01630	0.54165	25.56	45.09	6.03	2.80	3.23
41.5	0.0032	0.1300	0.0215	-0.29495	19.77	-0.01750	0.57225	25.27	45.04	5.50	2.56	2.94
42.5	0.0023	0.1350	0.0215	-0.29495	20.00	-0.01750	0.57225	24.99	44.99	4.99	2.33	2.66
43.5	0.0015	0.1400	0.0215	-0.29495	20.23	-0.01750	0.57225	24.70	44.93	4.47	2.10	2.37
44.5	0.0009	0.1450	0.0215	-0.29495	20.46	-0.00590	0.28805	24.25	44.71	3.79	1.87	1.92
45.5	0.0004	0.1500	0.0070	0.00230	21.10	-0.00680	0.30920	23.41	44.51	2.31	1.23	1.08
46.5	0.0001	0.1550	0.0034	0.07970	22.15	-0.00680	0.30920	22.68	44.83	0.53	0.18	0.35
47.5	0.0001	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
48.5	0.0000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
49.5	0.0000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

**4. A TOVÁBBÉLŐK SZÁMÁHOZ TARTOZÓ ÁTLAGOS ÉLETKOROK
ALAKULÁSA MAGYARORSZÁG FÉRFI NÉPESSÉGE ÉS
NŐI NÉPESSÉGE HALANDÓSÁGI TÁBLÁI ALAPJÁN**

9.1 A továbbbélők számához tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi és női népessége 1900-1901. évi halandósági táblája alapján

A továbbbélők száma	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
100000	0	100000	0	0	100000	0
95000	-24906	100000	0.20	-19661	100000	0.25
90000	-24906	100000	0.40	-19661	100000	0.51
85000	-24906	100000	0.60	-19661	100000	0.76
80000	-24906	100000	0.80	-5093	85432	1.07
75000	-4850	79944	1.02	-2540	80326	2.10
70000	-2375	74994	2.10	-1200	75787	4.82
65000	-937	69837	5.16	-376	69780	12.71
60000	-302	64933	16.33	-578	73152	22.75
55000	-420	66620	27.67	-543	72282	31.83
50000	-518	70318	39.22	-569	73213	40.80
45000	-683	77507	47.59	-650	77053	49.31
40000	-891	88189	54.08	-913	90905	55.76
35000	-1064	98053	59.26	-1186	106793	60.53
30000	-1310	113210	63.52	-1441	122707	64.34
25000	-1449	122229	67.10	-1532	128695	67.69
20000	-1483	124590	70.53	-1600	133392	70.87
15000	-1555	129755	73.80	-1605	133715	73.97
10000	-1313	111340	77.18	-1319	112039	77.36
5000	-936	81398	81.62	-945	82302	81.80

9.2 A továbbbélők számához tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi és női népessége 1910-1911. évi halandósági táblája alapján

A továbbbélők száma	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
100000	0	100000	0	0	100000	0
95000	-21536	100000	0.23	-18448	100000	0.27
90000	-21536	100000	0.46	-18448	100000	0.54
85000	-21536	100000	0.70	-18448	100000	0.81
80000	-21536	100000	0.93	-4592	86144	1.34
75000	-4482	82946	1.77	-2453	81866	2.80
70000	-1123	74574	4.07	-768	75360	6.98
65000	-274	68548	12.95	-530	74704	18.31
60000	-479	72030	25.11	-517	74238	27.54
55000	-481	72464	36.31	-516	74418	37.63
50000	-661	79966	45.33	-575	76952	46.87
45000	-841	88717	51.98	-811	89028	54.29
40000	-1062	100778	57.23	-1097	105413	59.63
35000	-1270	113201	61.58	-1423	125466	63.57
30000	-1530	129678	65.15	-1633	139103	66.81
25000	-1593	133878	68.35	-1788	149630	69.70
20000	-1642	137316	71.45	-1836	153001	72.44
15000	-1629	136332	74.48	-1638	141631	75.24
10000	-1415	120020	77.75	-1426	121840	78.43
5000	-1044	90547	81.94	-997	87218	82.47

9.3 A továbbélők számához tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi és női népessége 1920-1921. évi halandósági táblája alapján

A továbbélők száma	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
100000	0	100000	0	0	100000	0
95000	-20719	100000	0.24	-17740	100000	0.28
90000	-20719	100000	0.48	-17740	100000	0.56
85000	-20719	100000	0.72	-17740	100000	0.85
80000	-20719	100000	0.97	-3618	85878	1.62
75000	-2347	80200	2.22	-1354	80231	3.86
70000	-609	73863	6.34	-342	74568	13.36
65000	-491	74636	19.63	-542	77982	23.95
60000	-455	73376	29.40	491	76495	33.59
55000	-519	75862	40.20	-514	77466	43.71
50000	-668	82575	48.76	-705	86821	52.23
45000	-918	95654	55.18	-976	101946	58.35
40000	-1161	109753	60.08	-1245	118238	62.84
35000	-1378	123330	64.10	-1521	136043	66.43
30000	-1541	134097	67.55	-1752	151743	69.49
25000	-1759	149143	70.58	-1939	165009	72.21
20000	-1877	157594	73.31	-2014	170512	74.73
15000	-1752	148176	76.01	-1939	164753	77.23
10000	-1611	137247	78.99	-1746	149589	79.95
5000	-1176	102120	82.59	-1144	100470	83.45

9.4 A továbbélők számához tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi és női népessége 1930-1931. évi halandósági táblája alapján

A továbbélők száma	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
100000	0	100000	0	0	100000	0
95000	-17909	100000	0.28	-14154	100000	0.35
90000	-17909	100000	0.56	-14154	100000	0.10
85000	-17909	100000	0.84	-2319	88165	1.36
80000	-2315	84406	1.90	-201	82176	10.83
75000	-303	80417	17.88	-462	86604	25.12
70000	-378	81473	30.35	421	85488	36.79
65000	-521	86780	41.80	-552	91230	47.52
60000	-709	95439	49.98	-812	104569	54.89
55000	-964	108881	55.89	-1162	124781	60.05
50000	-1265	126391	60.39	-1401	139613	63.96
45000	-1488	140221	63.99	-1761	163205	67.12
40000	-1762	158143	67.05	-1970	177523	69.81
35000	-1900	167600	69.79	-2248	197243	71.17
30000	-2080	180363	72.29	-2357	205241	74.35
25000	-2167	186754	74.64	-2367	205987	76.46
20000	-2182	187873	76.94	-2333	203348	78.59
15000	-2072	179266	79.28	-2252	196896	80.77
10000	-1922	167177	81.78	-1806	160237	83.19
5000	-1363	120694	84.88	-1204	109062	86.43

9.5 A továbbélők számához tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi és női népessége 1941. évi halandósági táblája alapján

A továbbélők száma	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
100000	0	100000	0	0	100000	0
95000	-12537	100000	0.40	-10485	100000	0.48
90000	-12537	100000	0.80	10485	100000	0.95
85000	-242	86060	4.38	-253	89185	16.54
80000	-400	89719	24.30	-315	90025	30.83
75000	-402	90625	38.37	-450	95474	45.50
70000	-673	102597	48.44	-778	112059	54.06
65000	-971	118025	54.62	-1015	125611	59.72
60000	-1273	135211	59.08	-1453	152638	63.76
55000	-1501	149141	62.72	-1786	174259	66.77
50000	-1775	166663	65.73	-2177	200880	69.31
45000	-2012	182562	68.37	-2463	221040	71.47
40000	-2224	197297	70.73	-2680	236759	73.42
35000	-2407	210374	72.86	-2827	247702	75.24
30000	-2436	219849	74.86	-2844	248990	77.00
25000	-2562	221799	76.81	-2851	249563	78.76
20000	-2565	222032	78.76	-2778	243705	80.53
15000	-2413	209914	80.78	-2532	223645	82.40
10000	-1883	166423	83.07	-2098	187371	84.54
5000	-1245	112209	86.11	-1289	117823	87.53

9.6 A továbbélők számához tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi és női népessége 1948-1949. évi halandósági táblája alapján

A továbbélők száma	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
100000	0	100000	0	0	100000	0
95000	-10262	100000	0.49	-8209	100000	0.60
90000	-10262	100000	0.97	-135	90840	6.22
85000	-323	92496	23.21	-251	93223	32.76
80000	-389	94947	38.42	-478	103133	48.40
75000	-673	107445	48.21	-801	120191	56.42
70000	-963	122458	54.47	-1163	141632	61.59
65000	-1288	140993	59.00	-2587	168605	65.28
60000	-1516	154907	62.60	-1973	194472	68.16
55000	-1757	170343	65.65	-2258	214283	70.54
50000	-2072	191456	68.27	-2534	234012	72.62
45000	-2282	206050	70.57	-2784	252385	74.49
40000	-2467	219271	72.67	-3010	269443	76.23
35000	-2589	228231	74.64	-3095	275988	77.86
30000	-2660	233586	76.54	-3153	280519	79.45
25000	-1646	232487	78.42	-3019	269706	81.06
20000	-2528	223094	80.34	-2883	258554	82.75
15000	-2322	206296	82.38	-2526	228733	84.61
10000	-2011	180310	84.69	-2124	194366	86.80
5000	-1345	123023	87.75	-1396	130297	89.75

9.7 A továbbélők számához tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi és női népessége 1959-1960. évi halandósági táblája alapján

A továbbélők száma	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
100000	0	100000	0	0	100000	0
95000	-5583	100000	0.90	-4595	100000	1.09
90000	-219	97888	36.02	-354	106664	47.07
85000	-643	117247	50.15	-717	125811	56.92
80000	-1154	144686	56.05	-1284	159672	62.05
75000	-1476	163369	59.87	-1685	185447	65.55
70000	-1817	184171	62.83	-2176	218427	68.21
65000	-2179	207357	65.33	-2566	245542	70.36
60000	-2442	224844	67.50	-2983	275354	72.19
55000	-2697	242311	69.45	-3182	289881	73.82
50000	-2938	259296	71.24	-3553	317520	75.29
45000	-3034	266208	72.91	-3609	321776	76.69
40000	-3176	276636	74.51	-3838	339493	78.03
35000	-3205	278797	76.07	-3855	340836	79.33
30000	-3200	278412	77.63	-3809	337156	80.64
25000	-3090	269759	79.21	-3699	328246	81.98
20000	-2982	261119	80.86	-3307	295881	83.42
15000	-2658	234696	82.65	-2747	248546	85.02
10000	-2213	197525	84.74	-2429	221298	86.95
5000	-1428	130003	87.54	-1476	137351	89.67

9.8 A továbbélők számához tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi és női népessége 1969-1970. évi halandósági táblája alapján

A továbbélők száma	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
100000	0	100000	0	0	100000	0
95000	-3822	100000	1.31	-3198	100000	1.56
90000	-400	107240	43.10	-545	119188	53.56
85000	-787	126089	52.21	-932	141427	60.54
80000	-1180	147804	57.46	-1387	169938	64.84
75000	-1730	180577	61.03	-1874	202114	67.83
70000	-2038	199827	63.70	-2443	241382	70.15
65000	-2339	219241	65.94	-2869	271848	72.10
60000	-2631	238658	67.90	-3092	288127	73.78
55000	-2880	255707	69.69	-3628	328116	75.28
50000	-3077	269591	71.37	-3749	337312	76.64
45000	-3161	275639	72.96	-3844	344527	77.95
40000	-3273	283858	74.51	-3932	351516	79.23
35000	-3445	296758	75.98	-3915	350156	80.50
30000	-3274	283667	77.48	-3854	345215	81.79
25000	-3024	264032	79.04	-3588	323246	83.12
20000	-2868	251552	80.74	-3385	306194	84.55
15000	-2501	221633	82.62	-2854	260775	86.12
10000	-2072	185805	84.85	2543	233718	87.97
5000	-1384	126636	87.89	-1550	145341	90.54

9.9 A továbbélők számához tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi és női népessége 1980. évi halandósági táblája alapján

A továbbélők száma	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
100000	0	100000	0	0	100000	0
95000	-2563	100000	1.95	-2018	100000	2.48
90000	-578	115076	43.30	-605	122498	53.72
85000	-1016	135834	50.03	-1019	146045	59.91
80000	-1325	152063	54.39	-1353	166574	63.99
75000	-1583	166513	57.81	-1848	199072	67.14
70000	-1853	182449	60.68	-2167	220929	69.65
65000	-2111	198439	63.21	-2527	246309	71.75
60000	-2303	210828	65.49	-2870	271177	73.58
55000	-2496	223659	67.57	-3233	298224	75.23
50000	-2686	236677	69.50	-3414	311980	76.74
45000	-2900	251767	71.30	-3693	333583	78.14
40000	-3000	258967	72.99	-3769	339587	79.49
35000	-3118	267622	74.61	-3796	341747	80.81
30000	-3226	275831	76.20	-3693	333326	82.14
25000	-3069	263742	77.79	-3563	322536	83.51
20000	-2728	236969	79.53	-3383	307416	84.96
15000	-2355	206938	81.50	-2897	265844	86.59
10000	-1954	173853	83.86	-2297	213334	88.52
5000	-1142	104441	87.08	-1367	129652	91.19

**5. A VÁRHATÓ ÁTLAGOS ÉLETTARTAMOKHOZ TARTOZÓ ÉLETKOROK
ALAKULÁSA MAGYARORSZÁG FÉRFI NÉPESSÉGE ÉS
NŐI NÉPESSÉGE HALANDÓSÁGI TÁBLÁI ALAPJÁN**

10.1 A várható átlagos élettartamokhoz tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi népessége és női népessége 1900-1901. évi halandósági táblája alapján

Várható átlagos élettartam (év)	A mutatók megnevezése											
	m ₁	b ₁	x ₁	m ₂	b ₂	x ₂	m ₁	b ₁	x ₁	m ₂	b ₂	x ₂
	a férfi népesség esetében						a női népesség esetében					
80	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
70	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
60	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
55	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
50	0.73	48.37	2.23	-0.39	52.70	6.92	-	-	-	-	-	-
45	11.02	36.56	0.77	-0.82	56.64	14.20	8.27	38.15	0.33	-0.74	54.31	12.56
40	11.02	36.56	0.31	-0.66	53.81	20.92	-	-	-	-0.62	52.27	19.79
35	-	-	-	-0.74	55.82	28.14	-	-	-	-0.66	53.21	27.59
30	-	-	-	-0.75	56.08	34.77	-	-	-	-0.69	54.11	34.94
25	-	-	-	-0.72	54.96	41.61	-	-	-	-0.72	55.32	42.11
20	-	-	-	-0.68	53.19	48.81	-	-	-	-0.71	54.82	49.04
15	-	-	-	-0.62	50.04	56.52	-	-	-	-0.64	51.10	56.41
10	-	-	-	-0.49	42.02	65.35	-	-	-	-0.48	41.30	65.21
5	-	-	-	-0.30	28.41	78.03	-	-	-	-0.29	27.71	78.31

10.2 A várható átlagos élettartamokhoz tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi népessége és női népessége 1910-1911. évi halandósági táblája alapján

Várható átlagos élettartam (év)	A mutatók megnevezése											
	m ₁	b ₁	x ₁	m ₂	b ₂	x ₂	m ₁	b ₁	x ₁	m ₂	b ₂	x ₂
	a férfi népesség esetében						a női népesség esetében					
80	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
70	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
60	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
55	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
50	1.92	46.79	1.67	-0.57	54.43	7.77	1.86	46.71	1.77	-0.55	54.12	7.49
45	9.64	39.07	0.62	-0.82	56.84	14.44	8.09	40.48	0.56	-0.74	55.78	14.57
40	9.64	39.07	0.10	-0.67	54.19	21.18	-	-	-	-0.65	54.30	22.00
35	-	-	-	-0.74	55.98	28.35	-	-	-	-0.70	55.60	29.43
30	-	-	-	-0.76	56.59	34.99	-	-	-	-0.73	56.53	36.34
25	-	-	-	-0.73	55.46	41.73	-	-	-	-0.74	56.95	43.18
20	-	-	-	-0.69	53.68	48.81	-	-	-	-0.73	56.46	49.95
15	-	-	-	-0.62	50.00	56.45	-	-	-	-0.67	53.21	57.03
10	-	-	-	-0.49	41.96	65.22	-	-	-	-0.51	43.34	65.37
5	-	-	-	-0.32	29.83	77.59	-	-	-	-0.31	29.17	77.97

10.3 A várható átlagos élettartamokhoz tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi népessége és női népessége 1920-1921. évi halandósági táblája alapján

Várható átlagos élettartam (év)	A mutatók megnevezése											
	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2
	a férfi népesség esetében						a női népesség esetében					
80	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
70	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
60	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
55	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
50	9.65	41.04	0.93	-0.73	56.73	9.22	8.24	43.12	0.83	-0.73	57.29	9.99
45	9.65	41.04	0.41	-0.79	57.29	15.56	8.24	43.12	0.23	-0.71	56.78	16.59
40	-	-	-	-0.66	54.97	22.68	-	-	-	-0.67	56.07	23.99
35	-	-	-	-0.73	56.82	29.90	-	-	-	-0.72	57.51	31.26
30	-	-	-	-0.75	57.42	36.56	-	-	-	-0.74	58.19	38.09
25	-	-	-	-0.74	57.02	43.27	-	-	-	-0.76	58.99	44.72
20	-	-	-	-0.70	55.11	50.16	-	-	-	-0.74	58.03	51.39
15	-	-	-	-0.64	51.82	57.53	-	-	-	-0.67	54.15	58.43
10	-	-	-	-0.55	46.22	65.85	-	-	-	-0.56	47.24	66.50
5	-	-	-	-0.36	32.70	76.94	-	-	-	-0.33	30.58	77.52

10.4 A várható átlagos élettartamokhoz tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi népessége és női népessége 1930-1931. évi halandósági táblája alapján

Várható átlagos élettartam (év)	A mutatók megnevezése											
	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2
	a férfi népesség esetében						a női népesség esetében					
80	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
70	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
60	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
55	9.56	48.70	0.66	-0.82	61.51	7.94	7.49	51.80	0.43	-0.85	62.81	9.19
50	9.56	48.70	0.14	-0.88	62.04	13.68	-	-	-	-0.85	62.74	14.99
45	-	-	-	-0.76	59.97	19.70	-	-	-	-0.74	60.89	21.47
40	-	-	-	-0.77	60.25	26.30	-	-	-	0.77	61.74	28.23
35	-	-	-	-0.81	61.41	32.60	-	-	-	-0.79	62.35	34.62
30	-	-	-	-0.78	60.33	38.88	-	-	-	-0.80	62.70	40.88
25	-	-	-	-0.77	59.91	45.34	-	-	-	-0.79	62.21	47.10
20	-	-	-	-0.72	57.46	52.03	-	-	-	-0.75	60.18	53.57
15	-	-	-	-0.66	54.10	59.24	-	-	-	-0.68	56.18	60.56
10	-	-	-	-0.55	47.16	67.56	-	-	-	-0.56	48.42	68.61
5	-	-	-	-0.37	33.98	78.32	-	-	-	-0.34	32.12	79.76

10.5 A várható átlagos élettartamokhoz tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi népessége és női népessége 1941. évi halandósági táblája alapján

Várható átlagos élettartam (év)	A mutatók megnevezése											
	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2	m_1	b_1	x_1	m_2	b_2	x_2
	a férfi népesség esetében						a női népesség esetében					
80	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
70	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
65	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
60	6.80	54.95	0.74	-0.83	63.77	4.54	5.76	58.24	0.31	-0.88	66.15	6.99
55	6.80	54.95	0.01	-0.89	64.17	10.30	-	-	-	-0.89	66.22	12.61
50	-	-	-	-0.87	63.89	15.93	-	-	-	-0.82	65.12	18.44
45	-	-	-	-0.78	62.21	22.06	-	-	-	-0.81	64.96	24.64
40	-	-	-	-0.84	63.78	28.31	-	-	-	-0.84	65.77	30.68
35	-	-	-	-0.85	64.08	34.21	-	-	-	-0.84	65.74	36.60
30	-	-	-	-0.83	63.34	40.17	-	-	-	-0.84	65.70	42.50
25	-	-	-	-0.78	61.14	46.33	-	-	-	-0.82	64.76	48.49
20	-	-	-	-0.74	59.15	52.86	-	-	-	-0.77	62.17	54.77
15	-	-	-	-0.66	54.60	60.00	-	-	-	-0.72	59.22	61.42
10	-	-	-	-0.56	48.15	68.13	-	-	-	-0.57	49.42	69.16
5	-	-	-	-0.36	33.41	78.92	-	-	-	-0.33	31.40	80.00

10.6 A várható átlagos élettartamokhoz tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi népessége és női népessége 1948-49. évi halandósági táblája alapján

Várható átlagos élettartam (év)	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
80	-	-	-	-	-	-
75	-	-	-	-	-	-
70	-	-	-	-	-	-
65	-	-	-	-0.88	69.46	5.07
60	-0.89	66.08	6.83	-0.94	69.88	10.51
55	-0.94	66.48	12.21	0.91	69.45	15.88
50	-0.89	65.70	17.64	-0.85	68.33	21.56
45	-0.83	64.53	23.53	0.87	68.81	27.37
40	-0.85	65.08	29.51	-0.88	69.10	33.07
35	-0.85	65.05	35.35	-0.89	69.48	38.74
30	-0.83	64.27	41.29	-0.87	68.67	44.45
25	-0.79	62.49	47.46	-0.82	66.27	50.33
20	-0.74	59.96	54.00	-0.79	64.65	56.52
15	-0.65	54.76	61.17	-0.71	59.86	63.18
10	-0.54	47.47	69.39	-0.58	51.15	70.95
5	-0.35	33.22	80.63	-0.32	31.29	82.16

10.7 A várható átlagos élettartamokhoz tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi népessége és női népessége 1959-60. évi halandósági táblája alapján

Várható átlagos élettartam (év)	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
80	-	-	-	-	-	-
75	-	-	-	-	-	-
70	-	-	-	-0.94	73.10	3.30
65	-0.95	69.24	4.46	-0.98	73.32	8.49
60	-0.97	69.37	9.66	-0.98	73.32	13.59
55	-0.96	69.24	14.83	-0.97	73.18	18.74
50	-0.92	68.56	20.17	-0.96	72.99	23.95
45	-0.93	68.79	25.58	-0.95	72.72	29.18
40	-0.93	68.80	30.97	-0.95	72.72	34.44
35	-0.92	68.49	36.40	-0.93	72.00	39.78
30	-0.90	67.72	41.91	-0.90	70.74	45.27
25	-0.86	65.91	47.57	-0.88	69.80	50.91
20	-0.79	62.36	53.62	-0.83	67.12	56.77
15	0.68	56.10	60.44	-0.74	61.73	63.15
10	-0.55	47.69	68.53	-0.60	52.30	70.50
5	-0.35	32.86	79.60	-0.32	30.97	81.16

10.8 A várható átlagos élettartamokhoz tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi népessége és női népessége 1969-70. évi halandósági táblája alapján

Várható átlagos élettartam (év)	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
80	-	-	-	-	-	-
75	-	-	-	-	-	-
70	-	-	-	-0.98	74.63	4.72
65	-0.96	69.21	4.39	-0.98	74.64	9.84
60	-0.98	69.36	9.55	-0.98	74.62	14.92
55	-0.96	69.10	14.69	-0.98	74.63	20.03
50	-0.93	68.59	19.99	-0.97	74.41	25.16
45	-0.93	68.59	25.37	-0.97	74.41	30.32
40	-0.92	68.31	30.77	-0.95	73.76	35.54
35	-0.92	68.31	36.21	-0.94	73.39	40.84
30	-0.88	66.75	41.76	-0.90	71.62	46.24
25	-0.85	65.40	47.53	-0.87	70.14	51.89
20	-0.79	62.34	53.59	-0.83	67.95	57.77
15	-0.70	57.16	60.23	-0.74	62.38	64.03
10	-0.53	46.24	68.38	-0.61	53.51	71.33
5	-0.31	29.93	80.42	-0.36	34.47	81.86

10.9 A várható átlagos élettartamokhoz tartozó életkorok alakulása Magyarország férfi népessége és női népessége 1980. évi halandósági táblája alapján

Várható átlagos élettartam (év)	A mutatók megnevezése					
	m	b	x	m	b	x
	a férfi népesség esetében			a női népesség esetében		
80	-	-	-	-	-	-
75	-	-	-	-	-	-
70	-	-	-	-0.98	74.78	4.38
65	-0.95	67.63	2.77	-0.98	74.76	9.96
60	-0.97	67.68	7.92	-0.98	74.74	15.04
55	-0.98	67.77	13.03	-0.97	74.56	20.16
50	-0.94	67.12	18.21	-0.98	74.81	25.32
45	-0.93	66.94	23.59	-0.97	74.57	30.48
40	-0.93	66.93	28.96	-0.95	73.95	35.74
35	-0.90	65.97	34.41	-0.92	72.81	41.10
30	-0.85	64.09	40.11	-0.88	71.06	46.66
25	-0.80	61.90	46.13	-0.84	69.07	52.46
20	-0.72	57.94	52.69	-0.79	66.25	58.54
15	-0.62	52.27	60.11	-0.71	61.29	65.20
10	-0.53	46.44	68.75	-0.58	52.28	72.90
5	-0.28	27.91	81.62	-0.31	31.11	84.23

EQUIVALENCIES AND CONTRADICTIONS BETWEEN DIFFERENT DEGREES OF AGEING

Summary

The actual publication consists from two parts. The first part deals with equivalencies between different degrees of ageing. The second part analyses the important differences (contradictions) between the rates of growth and age-structures of stable populations found optimum on the basis of different criteria of optimization.

After the explanation of the concept and necessity of calculation of equivalencies rather many examples are given in the first part for demonstrating how those ages or specific durations were calculated at which the absolute and reduced numbers of events, values of different kinds of rates, probabilities of occurrence and non occurrence of demographic phenomena studied are the same. Two kinds of equivalencies are defined and an attempt is made to generalize the concept of equivalencies. The relationships between the calculation of equivalencies and demographic modeling is illustrated and the concept, the possibility and usefulness of calculation of equivalencies on the basis of the results of multiple correlation and regression analysis is clarified.

Eastern-type stable populations of the same mortality level, but with different rates of growth are compared in the second part for demonstrating that in which of them will be maximum or minimum the share of different subpopulations, or of the value of "crude rates" of different events in the case of unchanged age-specific rates of the subpopulations or the events of economic and non economic nature in the question. Considering the results of calculations it become evident that on the basis of different criteria of optimization stable populations with different rates of growth, different age structures and different other demographic characteristics may be considered as optimum stable populations. An attempt is made to compare the method elaborated by professor *A.J. Coale* and the method elaborated by the author of the actual modest publication for determining optimum stable populations.

A NÉPESSÉGTUDOMÁNYI KUTATÓ INTÉZET DEMOGRÁFIAI MÓDSZERTANI
FÜZETEI

1984.

1. Kísérletek a házas termékenység korszpecifikus arányszámainak modellezésére.

1985.

2. A shift-share analízis szakirodalmi áttekintése és alkalmazási lehetőségei a demográfiában.
3. A kontextuális elemzés.

1986.

4. A területi migrációs áramlások modellezési kísérletei.

1994.

5. Néhány gondolat a halálokok szerinti és az egyes halálokok feltételezett kiküszöbölésén alapuló halandósági táblákról.