WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORETISCHE METHODEN IN DER HISTORISCHEN DEMOGRAPHIE DES 17. UND 18. JAHRHUNDERTS

Prof. Dr.Dr.Dr. h.c. Felix BURKHARDT

und

Dr. habil. Lucie OSADNIK

(Leipzig)

Die Demographen des 17. und 18. Jahrhunderts bedienten sich wahrscheinlichkeitstheoretischer Methoden. Wir denken hierbei an GRAUNT (1620-1674), PETTY (1623-1687), HALLEY (1656-1742), ARBUTHNOT (1667-1735), Niklaus BERNOULLI (1687-1759), s' GRAVESANDE (1688-1742), SÜSSMILCH (1707-1767), LAPLACE (1749-1827).

GRAUNT untersuchte die Londoner Geburts- und Sterbelisten und war bestrebt, allgemeine Gesetzmässigkeiten über die zahlenmässige Sexualproportion der Bevölkerung und über das Verhältnis der Sterbefälle zu den Geburten zu erhalten.

PETTY übertrug die demographischen Methoden auf ökonomische Daten und verwandte als Erster den Begriff Politische Arithmetik. Der Begriff Statistik existierte damals noch nicht.

HALLEY berechnete die 1. Sterbetafel auf Grund von Mortalitätsdaten, die ihm von Caspar NEUMANN auf Grund der Breslauer Geburts- und Sterbelisten zur Verfügung gestellt wurden.

ARBUTHNOT befasste sich in einem Memoire, das in Vol. XXVII der Philosophical Transaction 1710 veröffentlicht wurde, mit dem Quotienten

$$(1) \qquad Y_x = \frac{L_m(x, \tau)}{L_w(x, \tau)},$$

wobei $L_m(x, \tau)$ die Zahl der männlichen Personen im Alter x zum Zeitpunkt τ und $L_w(x, \tau)$ die Zahl der weiblichen Personen im Alter x zum Zeitpunkt τ

bezeichnen. Arbuthnot legte hierbei die Geburtsregister von London für τ = 1629 bis τ = 1710 zugrunde. Die Geburtsregister von London zeigten durchweg für $x = x_o$ (Alter bei der Geburt) die Beziehung

$$(2) \qquad Y_{x_o} > 1.$$

Die Regelmässigkeit des Knabenüberschusses bei den Geburten in London behandelte Arbuthnot folgendermassen: Unter der Annahme

$$(3) \qquad P\left\{ L_m (x_o, \tau) \right\} = P\left\{ L_x (x_o, \tau) \right\},$$

wobei $P\left\{ L_m (x_o, \tau) \right\}$ die Wanrscheinlichkeit einer Knabengeburt und $P\left\{ L_w (x_o, \tau) \right\}$ die Wahrscheinlichkeit einer Mädchengeburt bezeichnen, wäre die Wahrscheinlichkeit, dass in einem bestimmten Jahr τ die Beziehung (2) gilt,

$$P\left\{ L_m (x_o, \tau) > L_w (x_o, \tau) \right\} = \frac{1}{2}.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass dies in 82 aufeinanderfolgenden Jahren der Fall ist, wäre

$$\left[P\left\{ L_m (x_o, \tau) > L_w (x_o, \tau) \right\} \right]^{82} = \left(\frac{1}{2} \right)^{82}.$$

Diese letztere Wahrscheinlichkeit ist so gering, dass die Annahme (3) nicht zutreffen kann, sondern dass die Beziehung

$$(4) \qquad P\left\{ L_m (x_o, \tau) \right\} > P\left\{ L_w (x_o, \tau) \right\}$$

bestehen muss.

Das Memoire von ARBUTHNOT zog die Aufmerksamkeit von Niklaus BERNOULLI auf sich, der in seiner Korrespondenz mit der MOIVRE, MONTMORT und LEIBNIZ das Problem von ARBUTHNOT weiterführte. Niklaus BERNOULLI stellte an Hand der Londoner Geburtenregister

$$(5) \qquad \overline{Y}_{x_o} = \frac{\sum_{\tau = 1629}^{\tau = 1710} L_m (x_o, \tau)}{\sum_{\tau = 1629}^{\tau = 1710} L_w (x_o \, \tau)} = \frac{18}{17} = 1,05882$$

fest.

Die grösste Abweichung zeigte das Jahr 1661. Hier galt für die absoluten Geburtenzahlen

$$\text{Max } Y_{x_o} = \frac{L_m (x_o, 1661)}{L_w (x_o, 1661)} = \frac{4748}{4100} = 1,15805.$$

Die kleinste Abweichung trat im Jahre 1703 auf mit folgenden absoluten Zahlen

$$\text{Min } Y_{x_o} = \frac{L_m (x_o, 1703)}{L_w (x_o, 1703)} = \frac{7765}{7683} = 1,01067.$$

Der Anstieg der Geburtenzahlen ist in der Hauptsache auf Eingemeindungen zurückzuführen.

Niklaus BERNOULLI berechnete unter Zugrundelegung des mittleren Quotienten $\overline{Y}_{x_o} = 1,05882$ mittels des Bernoulli'schen Theorems, das von seinem Onkel Jakob BERNOULLI entwickelt worden war, dass bei 14 000 Geburten die Zahl der Knabengeburten mit einer Wahrscheinlichkeit con 0,977 zwischen 7 037 und 7 363 liegt.

Die Untersuchungen von Niklaus BERNOULLI wurden von GRAVESANDE in einem Memoire, das er in den Oeuvres Philosphiques et Mathématiques 1774 in Amsterdam veröffentlichte, weitergeführt. 's GRAVESANDE berechnete unter der Annahme (3), d.h. $\overline{Y}_{x_o} = 1$, für 11 429 Geburten die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zahl der Knabengeburten zwischen 5 745 und 6 128 liegt, auf ungefähr $\frac{1}{4}$.

Den letzteren Zahlen entsprechen die Relativzahlen

$$\frac{5\,745}{11\,429} = 0{,}50267$$

$$\frac{6\,128}{11\,429} = 0{,}53618 \ .$$

Zwischen diesen Relativzahlen schwankte Y_{x_o} in 82 aufeinanderfolgenden Jahren. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{82} .$$

s' GRAVESANDE zog wie ARBUTHNOT den Schluss, dass die Annahme (3) nicht zutreffen kann.

SÜSSMILCH variierte das Alter x von x_o (Alter bei der Geburt) bis ω (höchstes Alter).

Für $x = x_o$ stellte SÜSSMILCH fest

$$Y_{x_o} > 1. \tag{6}$$

Für $x = \bar{x}_{Em}$ (mittleres Eheschliessungsalter der männlichen Personen) und

$x = \bar{x}_{Ew}$ (mittleres Eheschliessungsalter der weiblichen Personen)

fand SÜSSMILCH

$$\frac{L_m(\bar{x}_{Em}, \tau)}{L_w(\bar{x}_{Ew}\ \tau)} < 1. \tag{7}$$

Diese Regelmässigkeit brachte SÜSSMILCH mit dem folgenden statistischen Tatbestand in Zusammenhang:

$$\frac{E_{vm}}{L_{vm}} > \frac{E_{vw}}{L_{vw}} \tag{8}$$

Hierbei bedeuten

E_{vm} = Zahl der Eheschliessungen von verwitweten männlichen Personen,

E_{vw} = Zahl der Eheschliessungen von verwitweten weiblichen Personen,

L_{vm} = Zahl der verwitweten männlichen Personen,

L_{vw} = Zahl der verwitweten weiblichen Personen.

Für die Ungleichung (8) fand Süssmilch die statistische Konstante

$$(9) \qquad \frac{\dfrac{E_{vm}}{L_{vm}}}{\dfrac{E_{vw}}{L_{vw}}} = 1,26 .$$

Für die Ungleichung (8) und für die statistische Konstante (9) gibt SÜSSMILCH eine interessante soziologische bzw. soziometrische Erklärung[1/].

Mit der demographischen Funktion Y_x befasste sich auch LAPLACE. Er beschäftigte sich eingehend mit der Anomalie $Y_{x_o} < 1$, die in Vitteaux in Burgund aufgetreten war, wo in fünf Kalenderjahren (τ) folgende Werte festgestellt worden waren.

$$L_m (x_o, \tau) = 203,$$
$$L_w (x_o, \tau) = 212.$$

Diese Anomalie analysierte LAPLACE[2/] in einem Memoire in Analogie zum Ziehen von schwarzen und weissen Kugeln aus einer Urne. Wenn man 212 schwarze Kugeln gegenüber 203 weissen Kugeln aus einer Urne zieht, ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die schwarzen Kugeln in der Urne zahlreicher vorhanden sind als die weissen, ungefähr 0,67. LAPLACE übertrug dieses Ergebnis auf die Anomalie in Vitteaux. In seinem Hauptwerk spricht LAPLACE[3/] von der Superiorität der Mädchengeburten in Vitteaux.

Er bezieht sich hierbei auf die Beobachtung, die er bereits in seinem Memoire 1783 zugrunde gelegt hat. Er macht keine Angaben, ob die Anomalie in Vitteaux nach 1783 angehalten hat.

LAPLACE hat sich weiter mit der Tatsache beschäftigt, dass Y_{x_0} für London grösser war als für Paris. Bei der Behandlung dieses Problems berechnete LAPLACE die Wahrscheinlichkeit dafür, dass, die Ursache die in London wirkte, auch in Paris wirksam war.

Mit Bezug auf die von ARBUTHNOT, Niklaus BERNOULLI, s' GRAVESANDE, SÜSSMILCH, LAPLACE behandelten demographischen Probleme weist der 1959 verstorbene Biometriker und Mitbegründer der Biometric Society W. LUDWIG[4/] auf die χ^2-Methode hin, die diese Probleme in einfacher Weise löst. LUDWIG bemerkt, dass es damals noch kein χ^2 gab, dass aber in dem Brief von de MOIVRE an Niklaus BERNOULLI, von dem SÜSSMILCH Kenntnis erhielt, an einem Münzenbeispiel ein Wettverhältnis ermittelt wurde, das im Aussagecharakter unserem heutigen P von χ^2 entspricht.

ANMERKUNGEN

1/ Vergl. W. LUDWIG, Über die Anfänge der Statistik und Biometrik, Biometrische Zeitschrift, Band 1, Heft 2, S. 74.

2/ P.S. de LAPLACE, Histoire de l'Académie des sciences de Paris, 1783, S. 448 ff.

3/ P.S. de LAPLACE, Théorie analytique des probabilités, Paris, 1812, S. 380 ff.

4/ W. LUDWIG, a.a.O. S. 73.